



Matematika

za 2. razred opće gimnazije

Modul 7: Eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe

Priručnik za nastavnike

Više informacija o fondovima EU-a možete pronaći na internetskim stranicama Ministarstva regionalnoga razvoja i fondova Europske unije: www.strukturnifondovi.hr

Ovaj priručnik izrađen je radi podizanja digitalne kompetencije korisnika u sklopu projekta e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot-projekt), koji sufinancira Europska unija iz europskih strukturnih i investicijskih fondova. Nositelj projekta je Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNet. Sadržaj publikacije isključiva je odgovornost Hrvatske akademske i istraživačke mreže – CARNet.

Impresum

Ključni stručnjaci:

Autori:

Aleksandra Brmbota, Karolina Brleković, Sanja Loparić

Urednica:

Štefica Dumančić Poljski

Stručnjak za dizajn odgojno-obrazovnog procesa ili metodičko oblikovanje nastavnih sadržaja:

Toni Milun

Stručnjak za dizajn i izradu digitalnih sadržaja te dizajn korisničkog sučelja:

Željka Car

Neključni stručnjaci:

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje:

Jasmina Ivšac Pavliša, Maja Peretić

Stručnjak za pristupačnost:

Vedran Podobnik

Recenzenti:

Recenzent – za metodičko oblikovanje sadržaja:

Nikola Koceić Bilan

Recenzent – za inkluzivnu prilagodbu sadržaja:

Ana Parać Burčul

Izdanje:

1. izdanje

Lektorica:

Ivan Kojundžić

Priprema i prijelom:

Algebra d.o.o.

Podizvoditelj:

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu

Naručitelj i nakladnik:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža CARNet

Mjesto izdanja:

Zagreb

Više informacija:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNet

Josipa Marohnića 5, 10000 Zagreb

tel.: +385 1 6661 500

www.carnet.hr



Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom

[Creative Commons Imenovanje -Nekomercijalno-Dijeli 3.0 Hrvatska.](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/hr/)

Sadržaj

Impresum	3
Uvodni dio priručnika	6
Kako koristiti priručnik	6
Što je DOS?	18
Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS	24
Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a	25
Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima	27
Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS	29
Suvremene nastavne metode i DOS	31
Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama	32
Modul 7: Eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe	34
Ciljevi, ishodi, kompetencije	34
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	35
Digitalni alati i dodatni sadržaji	36
7.1. Eksponencijalne jednadžbe	41
Ciljevi, ishodi, kompetencije	41
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	42
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	44
7.2. Logaritamske jednadžbe	45
Ciljevi, ishodi, kompetencije	45
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene jedinice	46
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	48
7.3. Primjena eksponencijalnih i logaritamskih jednadžbi	49
Ciljevi, ishodi, kompetencije	49
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	50
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	51
7.4. Eksponencijalne nejednadžbe	52
Ciljevi, ishodi, kompetencije	52

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	53
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	54
7.5. Logaritamske nejednadžbe	56
Ciljevi, ishodi, kompetencije	56
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	57
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	58
7.6. Primjena eksponencijalnih i logaritamskih nejednadžbi	60
Ciljevi, ishodi, kompetencije	60
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	61
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	62
Aktivnosti za samostalno učenje	64
Ciljevi, ishodi, kompetencije	64
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	64
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	66
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	68
Ciljevi, ishodi, kompetencije	68
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	69
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	69
Pojmovnik.....	70

Uvodni dio priručnika

Kako koristiti priručnik

Priručnik za primjenu DOS-a je prateći materijal uz digitalne obrazovne sadržaje (DOS) iz matematike za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred opće gimnazije (Matematika 7, Matematika 8, Matematika 1 i Matematika 2).

Sastoji se od dva bitno različita dijela: općeg dijela i dijela namijenjenog određenom razredu.

Prvi dio priručnika (prvih 7 poglavlja) priručnika daje uvod o digitalnim obrazovnim sadržajima i njihovoj ulozi u suvremenim metodama poučavanja. Ovaj dio je identičan za sve razrede.

Drugi dio priručnika daje preporuke nastavnicima za korištenje konkretnih jedinica DOS-a i multimedijalnih elemenata u odgojno-obrazovnom procesu, navodi dodatne digitalne alate i sadržaje koji će doprinijeti ostvarivanju odgojno-obrazovnih ishoda te daje smjernice i sadržaje za rad s učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (inkluzija).

Priručnik je dostupan u tri formata: PDF, ePub (format za elektroničke knjige, može se preuzeti i čitati na računalima i mobilnim uređajima) i OneNote (Microsoft OneNote 2016, digitalna bilježnica koja omogućuje na jednom mjestu održavanje bilješki i informacija s dodatnim prednostima; mogućnosti naprednog pretraživanja i umetanja multimedije).

U prvom poglavlju, koje je upravo pred Vama, navedene su upute kako koristiti priručnik na primjeru OneNote inačice.

OneNote inačica priručnika

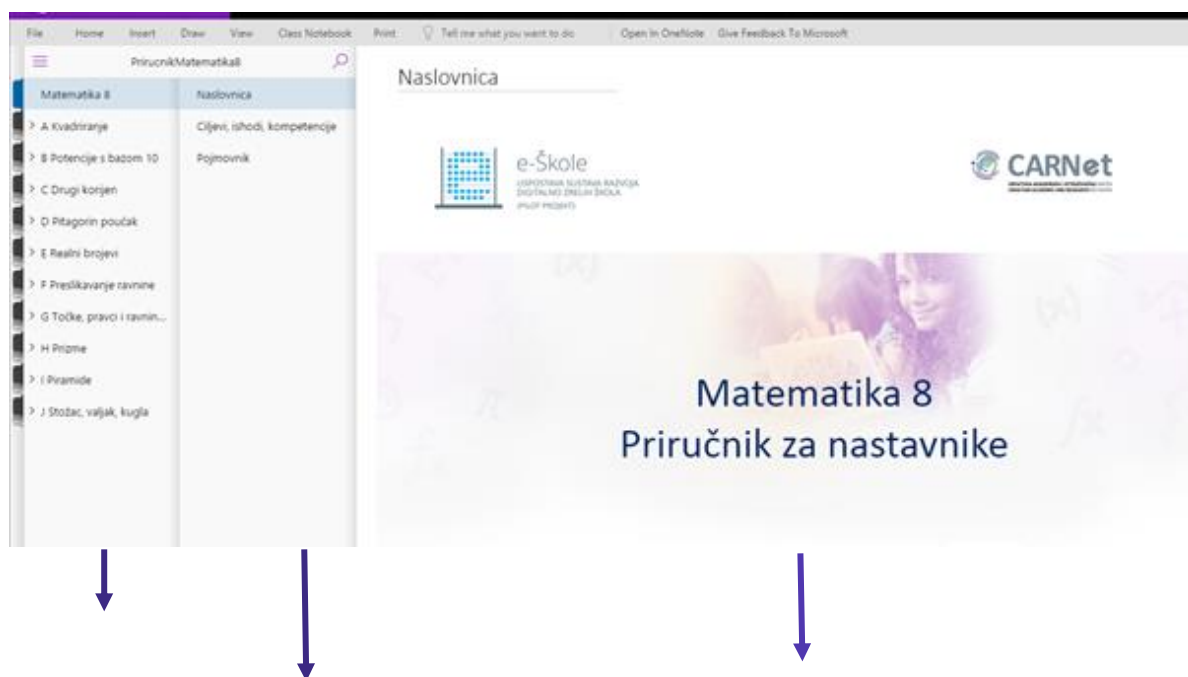
Osnovne značajke OneNote-a su:

- automatsko spremanje
- mogućnost pisanja na proizvoljnom mjestu svake stranice
- mogućnost ubacivanja svih vrsta sadržaja, dokumenata i poveznica
- mogućnost reorganiziranja i ponovnog korištenja stranica i odjeljaka
- pripadni moćni alati za označavanje i pretraživanje
- mogućnost spremanja poveznice na originalne sadržaje prilikom kopiranja
- brzo i pregledno kretanje kroz pojedine dijelove dokumenta.

OneNote inačica priručnika sadrži sve što i pdf inačica te dodatne stranice „Pomoćni interaktivni sadržaji“ na kojima su interaktivni i multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote. Tako pripremljene sadržaje učitelji i nastavnici mogu lako koristiti za nastavu te prema potrebi mijenjati i prilagoditi svojim potrebama.

U OneNote priručniku sadržaji su grupirani u odjeljke, sekcije i stranice unutar sekcija. Početni odjeljci sadrže poglavlja prvog, općeg dijela priručnika. Slijede odjeljci koji se odnose na konkretan DOS. Svaki DOS podijeljen je na module, a moduli na jedinice, što je detaljno opisano u sljedećem poglavlju.

Sadržaji koji se odnose na module konkretnog DOS-a nalaze se na stranicama odjeljka s naslovom modula, a sadržaji na razini jedinice se nalaze na stranicama sekcija s naslovima jedinica. Moduli su označeni slovima A, B, C, ..., a jedinice brojevima 1.1, 1.2 itd.



Odjeljci i sekcije

Stranice

Sadržaj stranice

Uvodni odjeljak (na slikama to je prvi odjeljak Matematika 8) ima stranice:

- **Naslovnica**
- **Ciljevi, ishodi, kompetencije**
 - Ovdje su navedeni ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini cjelovitog DOS-a prema kojima je izrađen DOS.
- **Pojmovnik**
 - U priručniku se nalazi pojmovnik ključnih pojmova prenesen iz konkretnog DOS-a.

The screenshot shows a digital textbook page for 'Matematika 8'. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is titled 'Ciljevi, ishodi, kompetencije' and lists objectives, educational outcomes, and generic competencies for the subject.

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Matematika 8

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
 - Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
 - Rješavanje problemskih situacija
 - Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
 - Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
 - Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
 - Osjećivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu

Odgojno-obrazovni ishodi

- Primijeniti kvadriranje i korjenovanje pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
 - Primijeniti potenciranje s bazom 10 pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
 - Primijeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
 - Primijeniti realne brojeve pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnom životu
 - Primijeniti preslikavanja ravnine
 - Prepoznati prostorne oblike u jednostavnim situacijama izvan matematičkog konteksta koristeći se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
 - Koristiti se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
 - Riješiti problem iz matematike i svakodnevnog konteksta koristeći se mjernim obilježjima geometrijskih tijela

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
 - Donošenje odluka
 - Metakognicija
 - Suradnja
 - Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
 - Aktivno građanstvo

Slijede odjeljci koje obrađuju pojedine module (označeni slovima A, B, C ...). Svaki modul ima uvodnu sekciju (1.0. u modulu A, 2.0. u modulu B ...) i sekcije po jedinicama (1.1., 1.2. ... u modulu A; 2.1., 2.2. u modulu B itd.)

Uvodna sekcija svakog modula sadrži sljedeće stranice (na ilustracijama koje slijede to je modul A *Kvadriranje*):

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini modula.

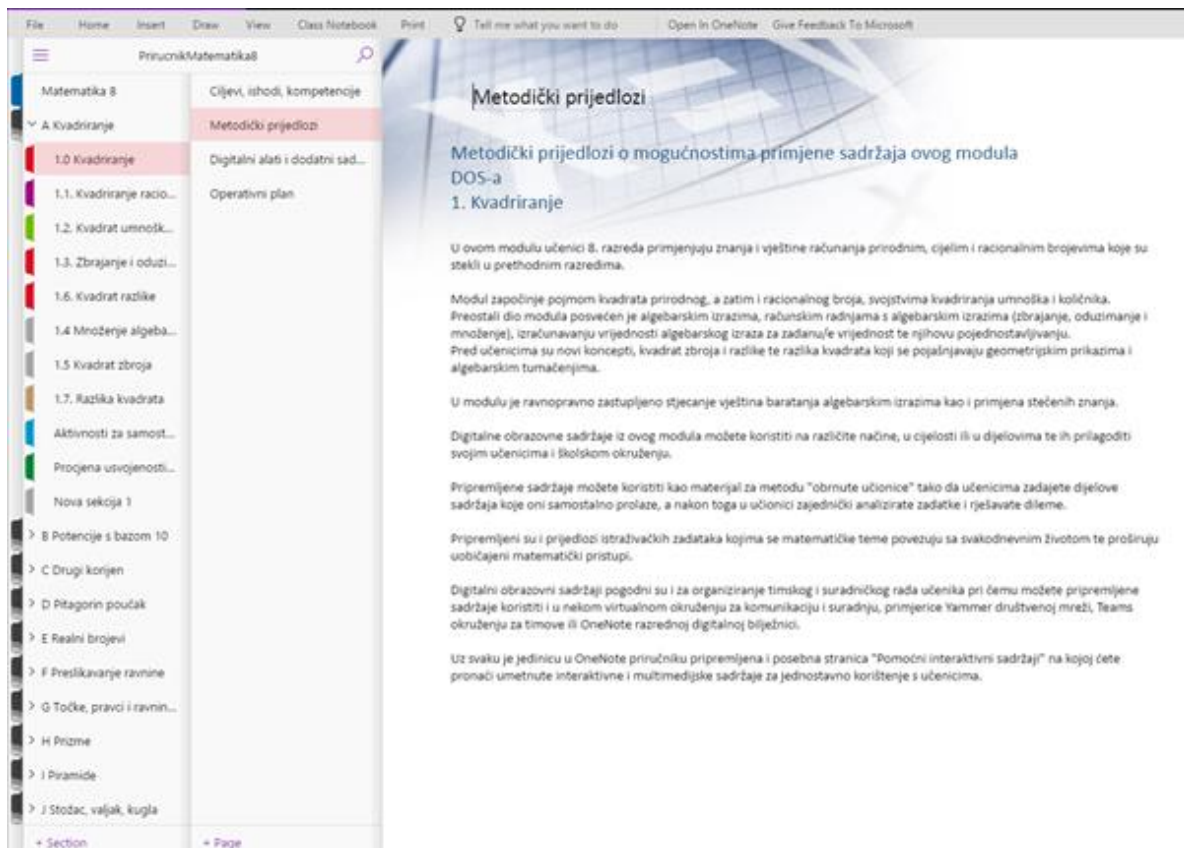
The screenshot shows a digital textbook page in Microsoft OneNote. The page is titled "Ciljevi, ishodi, kompetencije" and is part of the "DOS Matematika 8" module. The main heading is "1. Kvadriranje". The content is organized into several sections:

- Ciljevi i zadaće**
 - Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
 - Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
 - Rješavanje problemskih situacija
 - Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
 - Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
 - Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanje te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
 - Osvještavanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.
- Odgovno-obrazovni ishodi**
 - Kvadrirati racionalni broj
 - Procijeniti vrijednost kvadrata
 - Napisati umnožak kvadrata kao kvadrat umnoška te količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto
 - Kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva
 - Prepoznati u algebarskim izrazima kvadrat zbroja i kvadrat razlike
 - Rastaviti razliku kvadrata na faktore
 - Primijeniti kvadriranje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života
- Generičke kompetencije**
 - Razvoj digitalnih kompetencija
 - Učiti kako učiti
 - Razvoj sposobnosti rješavanja problema
 - Razvoj kritičkog mišljenja
 - Razvoj kreativnosti
 - Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula. To je sažetak metodičkih prijedloga za korištenje jedinica ovog modula, odnosno preporuke koje su primjenjive na sve jedinice.

Neki metodički prijedlozi i preporuke identični su u više modula, no ta ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se isti u još nekom drugom modulu.



Digitalni alati i dodatni sadržaji

Informacije na ovoj stranici podijeljene su u tri grupe.

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

- Navedeni su digitalni alati koji su preporučeni u priručniku za korištenje u ovom modulu, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute.
- Većina preporučenih digitalnih alata spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

- Navedene su poveznice na sve sadržaje predložene u jedinicama modula kao pomoć u izvođenju nastave. Tako ih nastavnici mogu naći na jednom mjestu.

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnike

- Ovdje su predloženi izvori na kojima nastavnici sami mogu pronaći i odabrati sadržaje koji im mogu pomoći u izvođenju nastave. To su interaktivni sadržaji (animacije, simulacije...), video materijali, izvori na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te također stručni članci vezani uz područje matematike koje obrađuje modul.
- Veliki broj navedenih izvora spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul

sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

The screenshot shows a digital textbook interface for Mathematics 8. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. Section A, 'Kvadriranje', is expanded to show sub-sections 1.0 through 1.7. The main content area is titled 'Digitalni alati i dodatni sadržaji' and lists several digital tools: DOS Matematika 8, GeoGebra, LearningApps, Polynomials Calculator, Kahoot, and Sway. Each tool is accompanied by a brief description and a link for more information.

Operativni plan

To je popis jedinica unutar modula s predviđenim brojem sati za njihovu obradu.

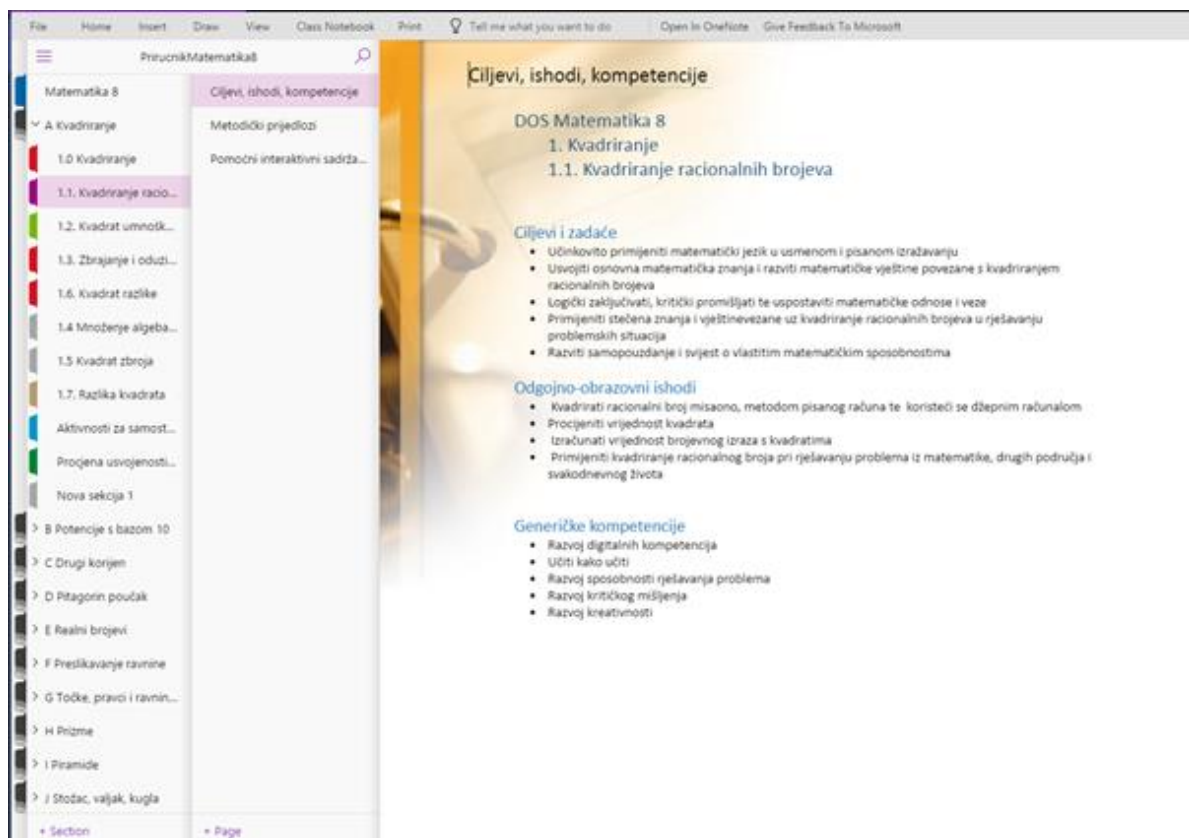
The screenshot shows a OneNote interface with a table of contents for 'Priručnik Matematika 8'. The table lists various sections and their hour counts. The 'Operativni plan' section is highlighted in red.

Modul	Jedinica DOS-a	Broj sati
1.	Kvadriranje	16 + 1
	1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva	3
	1.2. Kvadriranje umnoška i količnika	2
	1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	2
	1.4. Množenje algebarskih izraza	2
	1.5. Kvadrat zbroja	2
	1.6. Kvadrat razlike	2
	1.7. Razlika kvadrata	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

Sekcije uz svaku jedinicu modula (na ilustracijama to je jedinica *1.1 Kvadriranje racionalnih brojeva*) sadrže sljedeće stranice:

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije za konkretnu jedinicu. Prema njima je izrađen sadržaj jedinice.



Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja konkretne jedinice. Oni nisu pripreme za nastavni sat već prijedlozi nastavniku koje dijelove sadržaja može i na koji način koristiti u nastavi.

Pomoćni interaktivni sadržaji

Ovdje su interaktivni, multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote.

Sekcija "Metodički prijedlozi" podijeljena je na dva dijela:

(a) *Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice*

Započinje s općim uputama vezanim uz različite svrhe primjene jedinice (npr. obrada, ponavljanje ...), odnos prema ostalim jedinicama modula i eventualnu vezu s drugim modulima. Navedena je i preporuka koji se oblici učenja i poučavanja mogu primijeniti pri korištenju sadržaja jedinice.

Slijede prijedlozi primjene sadržaja jedinice:

- Uvod i motivacija
- Razrada sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak.

Ova podjela prati strukturu korištenu u DOS-u i tim redoslijedom izdvojeni su dijelovi sadržaja koje je pogodno koristiti u nastavi. Redoslijed nije sugestija organizacije nastavnog sata. Cjelovito osmišljavanje i priprema izvođenja nastave prepušteni su nastavniku, kao i izbor mjesta na kojima će uklopiti sadržaje jedinice DOS-a.

- Dodatni prijedlozi

Ovdje su navedeni dodatni prijedlozi koji mogu pomoći nastavniku u ostvarenju odgojno-obrazovnih ishoda predviđenih u jedinici. To su poveznice na digitalne sadržaje, ukazivanje na neka alternativna metodička rješenja i sl.

(b) *Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe*

- Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Svaka jedinica sadrži dijelove koji po složenosti ili sadržaju izlaze izvan okvira programa. Oni su na ovom mjestu u priručniku istaknuti, kao i prijedlozi nastavniku kako organizirati njihovo izvođenje i prezentaciju rezultata. Ponekad su u priručniku navedeni i prijedlozi zadataka/aktivnosti koji se ne nalaze u jedinici.

Aktivnosti za učenike koji žele znati više i za darovite učenike birane su kao projektni zadaci ili dodatne teme za samostalno istraživanje. Mogu se provoditi samostalno ili u manjim skupinama.

- Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje razradili su prijedloge i smjernice nastavnicima za svaku jedinicu.

The image shows a digital textbook interface with a sidebar on the left containing a table of contents for 'Matematika 2'. The main content area displays the 'Metodički prijedlozi' (Methodological proposals) section, which is divided into several sub-sections:

- Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a**
 - 1. Kvadriranje**
 - 1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva**

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cjelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabran koncept površine kvadrata s duljinama stranica koje su prirodni brojevi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kvadrat prirodnog broja
Motivacijski je primjer poslužio za uvođenje pojma **kvadrata prirodnog broja**. Nakon toga je i definiran kvadrat nule. Kvadrat nule može se objasniti kao kvadrat kojemu je stranica duljine nula pa je i površina takva kvadrata jednaka nuli.

U nekoliko uvodnih primjera istaknute su važne činjenice o kvadratu prirodnog broja:

 - Kvadrat je prirodnog broja prirodni broj.
 - Od dva prirodna broja veći kvadrat ima onaj koji je veći.
 - Postupak je kvadriranja broja različit od postupka množenja broja s dva.

Kvadrat racionalnog broja
Interaktivnim predloškom učenik **istražuje** postojanje kvadrata racionalnih brojeva. To čini postupno: prirodni brojevi s nulom, negativni cijeli brojevi, racionalni brojevi decimalnog zapisa, racionalni brojevi zapisa u obliku pravog razlomka.

Važni su naglasci u ovojme dijelu na sljedećem:

 - zapis kvadrata racionalnog broja - upotreba zagrada za kvadriranje negativnih brojeva i razlomaka
 - definicija kvadrata racionalnog broja
 - kvadrat racionalnog broja veći ili jednak nuli
 - jednakost kvadrata suprotnih racionalnih brojeva.

Važnost zagrada i upotreba zagrada
Istaknuta je i važnost **upotrebe zagrada** te njihov utjecaj na rezultat. Učenik to može provjeriti zadatcima u kojima su zadani razni položaji zagrada u odnosu na kvadriranje. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, a tek potom odgovoriti. Dva su tipa zadataka: točno/netočno i uparivanje.
- Dilepno računalo**
Kako bi se učenici znali služiti **dilepnim računalom** pri izračunavanju ili provjeri izračuna, ponuđena je 2D animacija koja im to pokazuje. Kvadrirati mogu na dva načina, množenjem broja sa samim sobom ili korištenjem tipke x^2 .
- Procjena izmisa kvadrata racionalnog broja**
Istraživanjem niza zadanih kvadrata pozitivnih racionalnih brojeva uočeno je ponašanje kvadrata brojeva većih od jednog cijelog i onih između nula i jedan.
Za pozitivne racionalne brojeve veće od jednog cijelog, zadan je problem iz svakodnevice – Tepih za dječju sobu.
Jedan je od važnih koraka prihvatanja koncepta kvadrata racionalnog broja sposobnost smislene **procjene kvadrata racionalnog broja**. Procjena je uvedena primjerom Parkinhalde. Rješavanjem primjera pokazuje se postupak provođenja misaone ili računске procjene. Procjena, pomoću najbolje ponuđene, učenik može vježbati nizom zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom.
- Kvadrat mjeslovtog broja**
Poseban je primjer zadan za određivanje **kvadrata mjeslovtog broja** uz određivanje približne vrijednosti.
- Istraživanje kvadrata prirodnih brojeva**
Kako bi se **otkrio** je li neki prirodni broj kvadrat, treba koristiti postupak rastavljanja na proste faktore.
Dana su dva tipa zadataka: višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i točno/netočno. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek potom odgovoriti.
- Važno je, također, snalažljivo ili **misaono određivanje** kvadrata nekih racionalnih brojeva pomicanjem decimalnog zarezka. Za uvježbavanje misaonog računanja nekih racionalnih brojeva, ponuđena su četiri zadatka.
- Preračunavanje mjernih jedinica za površinu**
Od ključne je važnosti **povezati** kvadriranje racionalnih brojeva te misaono/snalažljivo računanje s preračunavanjem kvadratnih mjernih jedinica. Trima je primjerima uz slikovnu podršku predstavljeno kako preračunavati kvadratne mjerna jedinice:
 - o iz veće kvadratne mjerne jedinice u manju
 - o iz manje kvadratne mjerne jedinice u veću.

U nivu zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom učenici mogu vježbati preračunavanje.
- Redoslijed računskih operacija**
Kako je kvadriranje računska radnja trećeg stupnja, potrebno je opisati **redoslijed računskih operacija** u zadatcima u kojima se pojavljuje kvadriranje, množenje/djeljenje i zbrajanje/oduzimanje racionalnih brojeva.
Za uvježbavanje izračuna izraza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva osmišljena je zabavna aplikacija na poveznici **kvadrat.broja**. Kad učenik točno rješava zadatke, otvara se sličica. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti.
Osim te aplikacije, zadana su još dva zadatka uparivanja za izračunavanje računskih izraza s kvadratima.
- Primjena**
Dva primjera, od kojih jedan koristi 2D animaciju za objašnjenje postupka rješavanja, uvode učenika u niz zadataka **primjene naučenog** za rješavanje problemskih situacija iz matematike ili svakodnevice.
Ponuđeni su i posebno označeni zadatci **korrelacije**, koji u sebi sadrže i ishod primjene **postotnog računa**.
- Zanimljivost**
Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost** vezana za šahovska polja i promjer postolja šahovske figure pještaka. Ta je zanimljivost iskorištena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao **projektni i nagradni** zadatak za učenika.

The image shows a OneNote page titled 'Priručnik Matematika 8'. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is titled 'Metodički prijedlozi' and contains several paragraphs and links. The first paragraph is under the heading 'Zanimljivost' and discusses the connection between the area of a square and the perimeter of a square. The second paragraph is under 'Završetak' and mentions a game. The third paragraph is under 'Dodatni prijedlozi' and lists motivational ideas. Below this is a section titled 'Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe'. This section includes a sub-heading 'Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima' and a list of links to external resources.

Zanimljivost
Prije kraja, predstavljena je zanimljivost vezana za lahovske poja i promjer postoja lahovske figure pješaka. Ta je zanimljivost iskorisćena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao projektni i nagradni zadatak za učenike.

Završetak
U završnom je dijelu dan osvrt na najvažnije ishode koje je učenik trebao ostvariti u ovoj jedinici.

Dodatni prijedlozi

- Motivacijski primjer može biti ideja za školski projekt Matematika u školskom vrtu. Prilikom kvadrati ne moraju biti jedan izvan drugog već jedan unutar drugog. Svaki razred može u svom dijelu zasaditi cvijeće, ljekovito bilje, itd.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

Pet načina za izračun kvadrata dvoznamenkastog broja:
<http://math-equation.com/methods-to-square-two-digit-numbers-in-seconds/>

Kako izračunati kvadrate velikih brojeva:
<http://wiredaboutmath.com/2007/11/04/how-to-square-large-numbers-quickly-part-1/>

Metode starih Veda za mentalno računanje kvadrata brojeva:
<http://brilliant.org/discussions/thread/vedic-maths-trick-to-find-squares-of-numbers-2/>

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da učenici koriste konkretne didaktičke materijale, dječje računalo i slično. Neka kvadratu samo prirodne brojeve i taj kvadrat i prikazuju staganjem konkrata u obliku kvadrata.

Računala (google):
<https://sites.google.com/site/ymvukovicmatematika/8-razred/8-1-kvadriranje-igra>
<https://www.mathlearningcenter.org/web-tools/goboard/>
<https://www.mathsfun.com/boards/1001.html>

Za učenike s oštećenjem vida preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, lupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad ustružno valja koristiti (tablica, šilo, štapić ekrana, itd.). U scenarijima valja odabrati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popravit usmeno ili predločima s kratkom uputom na što učenik valja usmjeriti pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastave jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik govorne tehnologije, istu valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S izborom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stružnu podršku u vidu asistenta, preporuča se pomoć asistenta pri uvlačenju zaslona tijekom prolazanja nastavnim jedinicama i označavanju količina na brojevnom pravcu.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prva tri zadatka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda. U radu s učenicima valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake i usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Učenici s intelektualnim teškoćama mogli bi dobiti prvi ishod učenija ove jedinice uz korištenje dječjeg računala, te četviti ishod – primjeniti kvadriranje racionalnih brojeva pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Kad god je to moguće, zadatak valja popravit vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arsapac.org/>

Za učenike s poremećajima govorno-jezično-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranje usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, diagrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podcrtavanjem teksta. Valja voditi računa da im se pojednostavne sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). U istaknutoj definiciji kvadriranja potrebno je maknuti elekt odraz. Dopustiti im korištenje dječjeg računala pri rješavanju zadataka.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastave jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjenjena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Interaktivni sadržaji koji su umetnuti u OneNote navedeni su kao poveznice u popisu "Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS".

File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open in OneNote Give Feedback To Microsoft

Priručnik Matematika 8

Matematika 8
A Kvadriranje
1.0 Kvadriranje
1.1. Kvadriranje racio...
1.2. Kvadrat umnoži...
1.3. Zbrajanje i oduzi...
1.6. Kvadrat razlike
1.4 Množenje algeba...
1.5 Kvadrat zbroja
1.7. Razlika kvadrata
Aktivnosti za samost...
Procjena usvojenosti...
Nova sekcija 1
B Potencije s bazom 10
C Drugi korijen
D Pitagorin poučak
E Realni brojevi
F Preslikavanje ravine
G Točke, pravi i ravin...
H Prizme
I Piramide
J Stožac, valjak, kugla

Pomoćni interaktivni sadržaji
Tijelac, Mar 23, 2017, 10:35 PM

DOS Matematika 8
1. Kvadriranje
1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Geogebra:
Za usježbavanje izračuna craza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva.

[Kvadrat broja](#)

U kućicu ispred zadatka upišite slovo kvadratića koji sadrži točan odgovor.

A	B	C
10	-20	1
D	E	F
54	20	2
G	H	I
-30	-49	0

odabir zadatka

$1\frac{1}{4} - 0.5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 0.5^3$

$\frac{-5}{100} (20)^2$

$-0.25 + (-1.5)^2$

$150 \cdot (0.4)^2$

$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1$

$10.5^2 - 9.5^2$

$14.4 \cdot (-1.2)^2$

$[-(-3.5)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2] \cdot 1.2$

$\frac{16}{25} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$

Opisani sadržaji identični su onima koji se nalaze u pdf inačici priručnika, razlika je djelomično u njihovom rasporedu.

Ukoliko vam treba pomoć u snalaženju s OneNoteom možete pročitati i ove kratke upute.



Hrvatski-ONENOTE
2016 WIN QUICK START

Što je DOS?

Što je DOS?

Pojam "digitalni obrazovni sadržaj" (DOS) je naziv za sadržaj namijenjen korištenju u obrazovanju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni u sklopu pilot projekta e-Škole namijenjeni su učenicima za samostalno učenje i samoprocijenu kod kuće i na nastavnom satu. Nastavnik će koristiti DOS zajedno s priručnikom kako bi obogatio svoj način poučavanja i primjenom novih strategija i metoda učeniku omogućio aktivno učenje.

Cilj DOS-a je poticati kod učenika aktivno učenje na inovativan, učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Nastavniku pak DOS omogućava ostvarivanje definiranih odgojno-obrazovnih ishoda uz primjenu razolikih strategija, pristupa i metoda poučavanja.

U DOS-u su korištene sve prednosti digitalnih tehnologija poput interaktivnosti, nelinearnosti, multimedijalnosti, modularnosti i prilagodljivosti.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Struktura DOS-a

Digitalni obrazovni sadržaji iz matematike pokrivaju cjelokupni opseg trenutačno važećeg kurikuluma/nastavnog programa određenog razreda i obuhvaća ukupni godišnji fond školskih sati predviđenih za matematiku.

Svaki DOS je podijeljen na jedinstvene samostalne cjeline – module (po deset u svakom razredu). Moduli koji čine cjeloviti DOS realizirani su kao zasebni paketi sadržaja koje je, osim kao dio cjelovitog DOS-a, moguće koristiti neovisno o drugim modulima istog DOS-a.

Svaki modul se sastoji od nekoliko jedinica, a svaka jedinica obuhvaća sadržaj učenja i poučavanja za čije provođenje je predviđeno jedan do tri školska sata. Jedinice su međusobno povezane i nadovezuju se jedna na drugu. Odabrani redoslijed jedinica je prijedlog autora, no ponekad su moguća i drugačija rješenja.

Jedinice kao dio modula

Svaka jedinica ima sljedeće dijelove:

- uvod i motivaciju: Na početku...
- razradu sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak: ...i na kraju.

Na početku su navedeni odgojno-obrazovni ishodi za tu jedinicu DOS-a.

ŠTO ĆU NAUČITI?

Matematika 1 > Brojevi > 1.1. Skupovi

1.1. Skupovi

Europska unija
Zajedno do boljitka EU

ŠTO ĆU NAUČITI?

- ✓ Definirati osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Provesti osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Rabiti matematički jezik vezan za skupove
- ✓ Riješiti jednostavnije problemske zadatke sa skupovima

Uvod i motivacija

Na početku...

Jedinice započinju motivacijskim primjerom.

Na početku...

Obujam jedne Kuće-kocke u Rotterdamu je 422 m^3 . Kolika je duljina plošne dijagonale?



Kubuswoningen, Rotterdam

Označimo duljinu stranice kocke s a . Obujam kocke je $V = a^3$.

Plošna dijagonala je $d = a\sqrt{2} = \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{2}$.

Možemo li ovaj izraz srediti, svesti na jedan korijen?

Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada sadržaja učenja i poučavanja načinjena je sukladno načelima konstruktivističke nastave matematike u kojem se od učenika očekuje da uočavaju, istražuju, proučavaju, opažaju, povezuju i zaključuju kako bi izgradili vlastito matematičko znanje.

Pri tome se koriste multimedijски elementi:

- ilustracije/fotografije
- 2D i 3D animacije
- video zapisi
- interakcije (elementi koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem).

Primjer 1.

Primjeri sadrže pitanja ili računske zadatke koji su detaljno pojašnjeni i riješeni.



Zadatak 1.

Rješenje

Zadaci su dani u obliku interakcija u kojima učenik dobiva povratnu informaciju o točnosti rješenja ili se rezultat i dijelovi postupka dobivaju pomoću tipke Rješenje.



Praktična vježba

U jedinicama se nalaze opisi praktičnog rada učenika. Često su popraćeni crtežima, animacijama ili video zapisom.



Povezani sadržaji

Korelacije s drugim predmetima posebno su istaknute kao bi učenicima skrenuli pažnju na njih i potaknuli ih da povezuju znanja usvojena u pojedinim predmetima. Možete ih koristiti kao ideju za međupredmetne teme pogodne za učeničke projekte.



Projekt


Projekti i projektni zadaci su ponuđeni kao drugačiji pristup učenju. Kroz njih učenik kroz različite oblike rada uči i primjenjuje naučeno kako bi realizirao i ostvario ciljeve projekta. U radu na projektu i projektnim zadacima moguće je osmisliti zadatke za različite razine učeničkog znanja tako da u njima mogu sudjelovati svi učenici.

U priručniku su navedeni prijedlozi i preporuke kako organizirati rad na projektu i koje upute dati učenicima.



Kutak za znatiželjne

U "Kutku za znatiželjne" nalaze se obogaćeni sadržaji koji su izvan okvira obaveznog programa/kurikuluma. Prvenstveno su namijenjeni darovitim učenicima. Sadržaji se obogaćuju tako da se ishodi iz obaveznog kurikuluma proširuju sadržajima koji se inače rijetko dotiču pa se uči šire ili se postojeći ishodi dopunjavaju složenijima pa se uči dublje. Neki od sadržaja predstavljaju akceleraciju jer se nalaze u obaveznom kurikulumu viših razreda.



Zanimljivost

Ruski se matematičar Nikolai Grigorievich Chebotaryov (1894. – 1947.) bavio algebrom polinoma. Hobi mu je bio faktorizacija izraza $x^n - 1$ za razne vrijednosti cijeloga broja n . Svoja je razmišljanja i rezultate bilježio na papir jer u vrijeme kada je živio, nije bilo računala koja nam danas olakšavaju račun.

Jedinice sadrže niz zanimljivosti. Možete ih koristiti kao motivaciju u bilo kojem dijelu nastavnog sata.

Završetak

...i na kraju

Na kraju svake jedinice nalazi se podsjetnik na najvažnije dijelove jedinice, zadatci za ponavljanje, prijedlozi za daljnje istraživanje, ideje za suradničko učenje, igre ili prijedlozi za projekte.

Matematika 1
Koordinatni sustav u ravni
5.5. Primjena koord natnog sustava

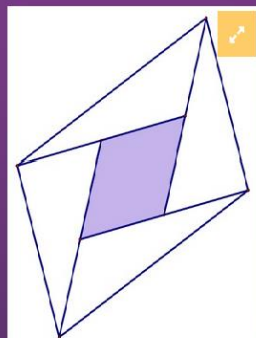
...i na kraju

Riješite ovaj geometrijski zadatak s pomoću analitičke geometrije.

Stranice romba produžite kao na skici za dužinu stranice romba. Spojite dobivene vrhove. Koliko je puta površina dobivenog četverokuta veća od površine romba?

Za početak ćemo zadati vrhove romba $A(2, 1)$, $B(7, 3)$, $C(9, 8)$ i $D(4, 6)$.

Pokušajte popočiti zaključak.



Rješenje

PROCIJENITE SVOJE ZNANJE



Rubrika *Procijenite svoje znanje* nalazi se na kraju odabranih jedinica. Sastoji se od niza konceptualnih pitanja i zadataka za učenje, vježbanje i samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Zadaci su oblikovani na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno;
- višestruki odabir s jednim točnim odgovorom;
- višestruki odabir s više točnih odgovora;
- unos točnog odgovora;
- uparivanje odgovora;
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, markera, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola);
- grupiranje elemenata;
- uređivanje poretka elemenata;
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora;
- umetanje riječi koje nedostaju upisom;
- unos rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Rubrika *Procijenite svoje znanje* namijenjena je učeniku za samostalni rad te mu služi kao alat za samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na razini jedne odnosno nekoliko jedinica. Učenik dobiva povratnu informaciju o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Aktivnosti za samostalno učenje

Matematika 1 > Brojevi > 1. Aktivnosti za samostalno učenje

1. Aktivnosti za samostalno učenje

U posebnoj jedinici *Aktivnosti za samostalno učenje* nalaze se aktivnosti namijenjene učenicima za samostalan rad koje pomažu u učenju i usvajanju odgojno-obrazovnih ishoda modula te aktivnosti koje učenicima nude da dodatno istraže teme vezane uz modul. Sadržavaju nekoliko vrsta zadataka, često s primjerima iz svakodnevnog života, u kojima su stopljena znanja i vještine usvojene u pojedinim jedinicama modula. Zadaci su različite razine složenosti te su neki namijenjeni svim učenicima, a neki učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima.

Jedinicom *Aktivnosti za samostalno učenje* možete se koristiti u cijelosti na nastavnom satu na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog ovim modulom ili u dijelovima koji dopunjavaju pojedine jedinice.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Matematika 1 > Linearna funkcija > Procjena znanja

Procjena znanja

Posebna jedinica *Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda* sadržava zadatke za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula i učenike uputite na nju na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog modulom.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula. Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Pojmovnik

U svim jedinicama DOS-a pojmovi koje se željelo istaknuti pisani su podebljanim slovima.

Najvažniji pojmovi navedeni su i u Pojmovniku. Klik na pojam vodi na početak jedinice u kojoj je definiran.

Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS

Nastava je organizirana, cilju usmjerena odgojno-obrazovna djelatnost. Odnos triju čimbenika nastave: učenika, nastavnika i nastavnih sadržaja opisuje didaktički trokut. Pritom su učenik i nastavnik subjekti nastavnog procesa, a nastavni sadržaji (sadržaji učenja) su predmet nastave. Naglašavanje važnosti pojedinog čimbenika nastave označavaju sintagme kao nastava orijentirana na učenika, nastavnika ili nastavne sadržaje.

DOS kao nastavni sadržaj namijenjen je prvenstveno učeniku s ciljem poticanja aktivnog učenja na učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Stoga je u didaktičkom trokutu učenik - nastavnik - DOS naglašena važnost učenika i međudjelovanje učenika i nastavnog sadržaja (u našem slučaju DOS-a). Uloga nastavnika kao nužnog subjekta nastavnog procesa u ovom trokutu i njegovo međudjelovanje s učenikom i DOS-om još pojačavaju orijentiranost nastave na učenika.

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima, prikladan je za korištenje na nizu različitih platformi od mobilnih uređaja do stolnih računala, uključuje primjenu multimedijских elemenata, omogućava različite pristupe učenju i poučavanju. Mogućnost samoprocjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda i praćenje vlastitog napretka daje učeniku smjernice za daljnje učenje odnosno vraća ga na jedinice DOS-a čiji ishodi nisu u potpunosti usvojeni.

DOS slijedi suvremena nastavna načela:

- poticanje cjelovitog razvoja i dobrobiti učenika;
- povezanost sa životnim iskustvima, očekivanjima i usvojenim znanjima učenika;
- aktivna uloga učenika u učenju;
- izbornost i individualizacija;
- usmjerenost prema suradnji;
- osiguravanje poticajnog i sigurnog okruženja;
- relevantnost za sadašnji život;
- zanimljivost kao osnova pozitivne motivacije;
- poticanje inkluzije i uvažavanje različitosti;
- vertikalna povezanost sa sadržajima koji prethode i koji se nastavljaju te horizontalna povezanost s ostalim predmetima, međupredmetnim temama i modulima;
- odgovarajući omjer širine i dubine znanja i vještina.

Time DOS proširuje okvire didaktičkog trokuta i njegovom implementacijom nastavni proces postaje didaktički mnogokut.

Učenici uče u okruženju koje omogućuje konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te aktivnom i iskustvenom učenju usmjerenom prema pitanjima i istraživanju.

Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a

Današnji učenici, bitno više od prijašnjih generacija, odrastaju okruženi multimedijama, izloženi brzom protoku i dostupnosti informacija. Nove tehnologije sastavni su dio svakodnevnog života i nužno imaju utjecaj i na nastavni proces, kao što je već navedeno u prethodnom poglavlju.

Multimedijским elementima omogućuje se prezentacija obrazovnih sadržaja kombinacijom slike, zvuka i teksta te uključivanje interaktivnih elemenata koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem. Sve to doprinosi privlačenju pozornosti učenika, zainteresiranosti i motivaciji te razumijevanju sadržaja i primjeni stečenih znanja u novim situacijama.

Multimedijски i interaktivni elementi DOS-a

Multimedijски elementi DOS-a uključuju:

- zvučni zapis
- fotografije/ilustracije
- video zapis
- 2D i 3D animacije.

Ovo su elementi niske razine interaktivnosti, pri čemu interaktivnost uključuje pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa.

- Interaktivni elementi srednje razine interaktivnosti uključuju:
- pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom aktivnošću
- obrazac za ispunjavanje
- označavanje odgovora
- unos teksta, formula ili audio zapisa
- povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja (engl. zoom in) i sl.

Nalaze se u standardnim zadacima za učenje, ponavljanje i samoprovjeru odgojno-obrazovnih ishoda kao što su npr. da/ne pitalice, višestruki odgovori, povlačenje na sliku, uparivanje, grupiranje elemenata itd.

- Elementi visoke razine interaktivnosti uključuju:
- didaktične igre
- simulacije s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima
- mogućnost dobivanja povratnih informacija
- 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom, i sl.

Značajna uloga multimedijских elemenata u DOS-u je upravo interaktivnost. Interaktivni elementi omogućuju aktivno sudjelovanje učenika u nastavnom procesu. Kroz manipulaciju određenih elemenata učenici mogu uočavati pravilnosti, postavljati i provjeravati hipoteze te metodom nepotpune indukcije donositi opće zaključke. Interaktivni elementi visoke razine omogućuju uvođenje eksperimenta u nastavu matematike.

Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima

Znanje je oduvijek bilo jedan od osnovnih instrumenata razvoja društvenih zajednica i uspješnih nacionalnih gospodarstava. U suvremenim uvjetima, osobito globalizacijskim, novostvorena znanja kao rezultat istraživanja i inovacije, postaju ne samo temelj već i ključni čimbenik razvoja nekog društva. Za uspješnu tranziciju prema društvu utemeljenom na znanju uz tradicionalan pristup, nužni su novi pristupi obrazovanju i poučavanju.

Sve se više raspravlja o tzv. cjeloživotnom učenju, odnosno o aktivnosti učenja tijekom života, s ciljem unapređivanja znanja, vještina i sposobnosti unutar osobne, građanske, društvene i poslovne perspektive.

Osim formalnog obrazovanja u obrazovnim institucijama poput škola, veleučilišta i fakulteta, sve se veća pozornost pridaje neformalnom obrazovanju putem dodatne edukacije na tečajevima i seminarima te informalnom obrazovanju koje pojedinac stječe vlastitim radom, komunikacijom, čitanjem, razvijanjem vještina, iskustava i znanja.

Uz koncept cjeloživotnog učenja najčešće se vezuju ciljevi ekonomske prirode, primjerice postizanje veće konkurentnosti na tržištu rada. Međutim, cjeloživotno učenje usmjereno je prema osobi i njenim individualnim sposobnostima, poboljšanju njenog ponašanja, raspolaganju informacijama, povećanju znanja, razumijevanju, novim stavovima. Koncept cjeloživotnog učenja, razvijen u šezdesetim godinama prošlog stoljeća, odgovor je na problem neusklađenosti između obrazovanja mladih i odraslih osoba.

Da bi mogli ostvariti koncept cjeloživotnog učenja, do kraja obaveznog obrazovanja treba razviti određene kompetencije koje predstavljaju temelj za daljnje učenje.

Tradicionalni pristupi učenju i poučavanju dugo su bili obilježeni razredno-satnim i predmetno-satnim sustavom te frontalnom nastavom što ne može zadovoljiti zahtjeve koncepta cjeloživotnog učenja.

Nastavni proces treba omogućiti:

- uvođenje novih oblika učenja
- istraživačko i eksperimentalno poučavanje
- ispitivanje i procjenu različito postavljenih ishoda učenja
- doprinos općem sustavu obrazovanja
- doprinos razvoju svakog učenika prema njegovim sposobnostima.

DOS je razvijen na tragu ovih zahtjeva. Suvremena nastavna tehnologija ne negira tradicionalne pristupe nastavi već se na njima temelji i proširuje broj i značaj didaktičkih elemenata nastave sagledavajući ih u novim odnosima (didaktički mnogokut).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja u jedinicama DOS-a prati tradicionalnu metodiku poučavanja matematike.

U uvodu se opaža/uvodi problem pri čemu se u najvećoj mogućoj mjeri koriste primjeri iz svakodnevnog života. Nakon toga se, ovisno o problemu, upotrebljavaju različite znanstvene metode: analiziranje, sintetiziranje, apstrahiranje, induciranje, deduciranje, generaliziranje, specijaliziranje ili upotreba analogija. Da bi se u potpunosti usvojio sadržaj dan je niz primjera i zadataka s rješenjima. Sistematizacija i povezivanje sadržaja te procjena znanja, također su sastavni dio DOS-a. Samoprocjena daje učeniku samostalnost pri učenju, ali zahtjeva i odgovornost te smjernice za daljnje učenje.

Multimedijski elementi doprinose motivaciji, boljem razumijevanju sadržaja i aktivnom sudjelovanju učenika u nastavi.

U DOS-u se nastavnici susreću s digitalnim alatima i raznim digitalnim sadržajima. Radi lakše implementacije digitalnih tehnologija u nastavu matematike u ovaj priručnik je uključen popis digitalnih alata, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute. Navedeni su dodatni materijali i poveznice na sadržaje koji mogu pomoći u izvođenju nastave uz DOS te poveznice na izvore gdje nastavnici sami mogu pronaći i odabrati odgovarajuće sadržaje (animacije, simulacije, video materijale, izvore na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te stručne članke vezane uz područje matematike koje obrađuje modul).

To je pomoć nastavniku u uvođenju novih oblika učenja.

Implementacija digitalnih tehnologija u nastavu matematike dodatno motivira učenike i nastavu čini maštovitom i atraktivnom. Digitalni alati i sadržaji imaju značajnu ulogu u provođenju mjerenja i obradi rezultata, a simulacije zorno predočuju procese koje iz različitih razloga inače nismo u mogućnosti tako jasno vidjeti.

Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS

Motivacija je unutarnja snaga koja pokreće čovjeka na aktivnost i usmjerava ga k ostvarenju određenog cilja.

Motiviranje učenika za nastavu obuhvaća sve što potiče na učenje, usmjerava ga, i potiče osobni interes za određeni predmet ili područje te povećava osobnu razinu postignuća.

Motivacija u nastavi sastavni je dio uvodnog dijela nastavnog sata pri uvođenju i predstavljanju problema, no može biti prisutna u svim stadijima nastavnog sata: pri obradi, vježbanju ili ponavljanju nastavnih sadržaja.

Većina jedinica DOS-a započinje motivacijskim primjerom. Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

U razradi sadržaja naći ćete zanimljivosti koje možete koristiti kao motivacijske elemente u bilo kojem dijelu sata.

Interaktivnost i elementi igre također motiviraju učenike.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svakom modulu DOS-a osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda pojedinog modula. Samoprocjenom i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska.

Na kraju nekih jedinica je nekoliko konceptualnih pitanja i zadataka kojima se ostvaruje svrha ovakvih procjena. Dodatno, u posebnoj jedinici (Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda) možete pronaći više interaktivnih zadataka za provjeru usvojenosti svih odgojno-obrazovnih ishoda cijeloga modula.

Zadaci koji su sastavni dio procjene oblikovani su na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno
- višestruki odabir s više točnih odgovora
- odabir jednog točnog odgovora (uključujući i matematičke simbole i jednostavne formule)
- uparivanje odgovora
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola)
- grupiranje (razvrstavanje) elemenata
- uređivanje poretka elemenata
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora

- umetanje riječi koje nedostaju upisom
- numeričko umetanje (mogućnost zadavanja intervala brojeva u kojem se nalazi rješenje)
- povlačenje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora
- povlačenje rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Prilikom rješavanja zadataka kod kojih se očekuje od učenika upisivanje riječi koja nedostaje, obrazovni sadržaj neće, kao točno, prihvatiti rješenje koje je matematički točno, ako je riječ pogrešno napisana (pravopisna pogreška). Ova opaska nije unesena u obrazovne sadržaje kako se pažnja učenika ne bi skrenula s matematike na pravopis, no u takvim situacijama bit će potrebna pomoć nastavnika.

Suvremene nastavne metode i DOS

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima i različite pristupe učenju i poučavanju.

U školskom okruženju DOS je moguće koristiti za rad u učionici opće namjene. Poželjno je da učionice budu opremljene prijenosnim ili stolnim računalima, interaktivnom pločom ili pametnim ekranom i sl.

Osobitost DOS-a je mogućnost njegova korištenja na raznim uređajima (mobilni telefoni, tableti, prijenosna i stolna računala) te je pogodan i za rad izvan školskog okruženja.

Kroz aktivnosti za učenje, način prezentacije sadržaja i elemente za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda DOS stavlja težište na promicanje suvremenih nastavnih metoda, na strategije i pristupe kao što su rješavanje problema, istraživačka i projektna nastava i suradničko učenje te razvoj kritičkog mišljenja, sposobnosti rješavanje problema i donošenja odluka, metakogniciju, digitalnu pismenost i aktivno građanstvo.

U skladu s prirodom nastave matematike i matematike kao znanstvenog područja, DOS osobito snažan naglasak stavlja na aktivnosti koje potiču iskustveno učenje, projektno učenje i učenje kroz istraživanje. DOS sadrži interaktivne elemente u kojima učenici imaju mogućnost mijenjanja vrijednosti različitih parametara te na temelju rezultata uočavaju pravilnosti, postavljaju i provjeravaju hipoteze, a metodom nepotpune indukcije donose opće zaključke.

Multimedijski i interaktivni elementi omogućuju aktivno i iskustveno učenje usmjereno prema pitanjima, problemima i istraživanjima, konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te razvijanje učenikovih kompetencija za snalaženje u novim situacijama.

Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama

Kao što je na početku priručnika navedeno, metodičko-didaktički prijedlozi za učenike s posebnim obrazovnim potrebama koji uključuju darovite učenike kao i učenike s različitim teškoćama slijede svaku nastavnu jedinicu kao i aktivnosti za samostalno učenje. Inkluzivni pristup u procesu obrazovanja podrazumijeva učenje o različitosti od strane drugih kao i jedan podržavajući i ravnopravni odnos. U nas se već niz godina njeguje inkluzivni pristup u smislu uključenosti učenika s teškoćama u sustav obrazovanja na način da su uvažene njihove individualne potrebe putem uvođenja različitih prilagodbi i osiguravanja podrške.

Učenici s teškoćama su heterogena skupina pa tako zadatak koji je težak jednom učeniku s disleksijom neće biti težak drugome učeniku s istom teškoćom. Kako bi im se osigurala primjerena podrška prilikom obrazovanja, važno je prepoznavati te razumjeti njihova obilježja i poznavati osnovne vrste prilagodbi. Timski rad u okviru kojega surađuju predmetni nastavnici, stručni tim škole, pomoćnici i roditelji bi trebao iznjedrati različite mogućnosti prilagodbe za što učinkovitije usvajanje sadržaja iz matematike i fizike za svakog učenika ponaosob. Metodičko-didaktički prijedlozi koji se odnose na učenike s teškoćama su u početnim modulima i jedinicama napisani na način da obuhvate temeljne smjernice za svu djecu s teškoća te su kroz daljnje jedinice razrađeni specifično u odnosu na sadržaj same jedinice kao i na obilježja određene teškoće.

Primjerice, u matematici za osmi razred, u nastavnoj jedinici 1.2. koja se odnosi na uređene parove nastavnicima je sugerirano da obrate pažnju na jezično složenije zadatke koje valja pojednostaviti i popratiti vizualnim primjerima kako za učenike koji se školuju po prilagođenom programu tako i za učenike s disleksijom i/ili diskalkulijom:

U prijedlozima se nastavnike podsjeća na uporabu funkcionalnosti koje su ugrađene u DOS-ove, a mogu olakšati praćenje nastave učenicima sa specifičnim teškoćama učenja kao i onima koji imaju teškoće vizualne obrade (promjena fonta, boje pozadine, uvećanje zaslona). Nadalje, ostvarene su poveznice između samoga gradiva i obilježja teškoća koje mogu probuditi učenikov interes za nastavne sadržaje, na primjeru iz fizike (sedmi razred, jedinice 1.5 i 1.7):

„Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se povezati masu tijela i mjerne jedinice s interesima učenika koji su često iznimno izraženi ili atipični u svim zadacima u kojima je to moguće. Primjerice, ako učenik voli kuhanje, može ostalim učenicima demonstrirati svoj omiljeni recept kao i mase pojedinih sastojaka.“

„Uvijek je važno uzeti u obzir moguću senzoričku preosjetljivost učenika s poremećajem iz spektra autizma na određene podražaje te u skladu s tim prilagoditi nastavnu jedinicu (miris svijeće s aromom vanilije).“

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće nisu zamišljeni na način da osiguravaju prilagođeni materijal za poučavanje niti svojevrсни „recept“, već nastavnike podsjećaju na prilagodbu načina poučavanja i one segmente nastavne jedinice koje bi trebalo dodatno pojasniti, ponoviti, pojednostaviti, predstaviti na drugačiji način ili na razinu složenosti zadataka od kojih valja odabrati one jednostavnije. U prijedlozima je naglašena važnost uporabe pomagala koja olakšavaju učenje te svih aspekata digitalne tehnologije.

Inkluzivni pristup podrazumijeva uvažavanje različitosti koje je izrazito važno razviti kao vrijednost kod učenika tipičnoga razvoja zbog čega se, uz ostale prijedloge, preporuča provoditi što više vršnjačke suradnje (primjerice u aktivnostima za slobodno učenje).

Modul 7: Eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Povezivanje logaritamske i eksponencijalne jednadžbe
- Primjenjivanje znanja/pravila o eksponencijalnim i logaritamskim funkcijama kod rješavanja (ne)jednadžbi
- Grafičko prikazivanje rješenja jednadžbi i nejednadžbi
- Određivanje uvjeta pri traženju rješenja jednadžbi i nejednadžbi
- Modeliranje problemskih situacija primjenom eksponencijalne i logaritamske (ne)jednadžbe
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvještavanje važnosti uporabe eksponencijalne i logaritamske (ne)jednadžbe kod rješavanja problema iz drugih područja znanosti i života

Odgojno-obrazovni ishodi

- Povezati logaritamsku i eksponencijalnu funkciju
- Riješiti eksponencijalne i logaritamske jednadžbe
- Riješiti eksponencijalne i logaritamske nejednadžbe
- Riješiti problemske zadatke iz raznih područja i svakodnevnog života s pomoću eksponencijalne ili logaritamske jednadžbe
- Raditi u skupinama uz razmjenu i sučeljavanje matematičkih ideja, mišljenja i stavova

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Provođenje zamisli i djelovanje
- Suradnja
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Samovrednovanje

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

U ovome modulu učenici se susreću s novom vrstom jednađbi i nejednađbi - eksponencijalnim i logaritamskim. U prethodnome modulu naučili smo definiciju i svojstva eksponencijalne i logaritamske funkcije. Ta znanja su nužna za uspješno svladavanje eksponencijalnih i logaritamskih jednađbi i nejednađbi. Stoga je važno da se učenici podsjetite pravila računanja te svojstva eksponencijalne i logaritamske funkcije, kao i općenito da ponove pojmove funkcije, jednađbe i nejednađbe koji se u ovome modulu primjenjuju.

Grafičkim prikazom eksponencijalne i logaritamske funkcije mogu se provjeriti dobivena rješenja pripadajućih (ne)jednađbi, a katkad je to i najbrži put do rješenja. Pri rješavanju eksponencijalnih i logaritamskih jednađbi i nejednađbi veliku ulogu može imati suvremena tehnologija. Kako i gdje upotrijebiti tehnologiju za modeliranje te vrste problema, bit će prikazano u ovome modulu.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete upotrijebiti na različite načine, bilo u cijelosti, bilo u dijelovima, te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju.

Pripremljenim sadržajima možete se koristiti kao materijalom za metodu "obrnute učionice", tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dileme.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

U sklopu jedinica možete uporabiti eksponencijalnu i logaritamsku (ne)jednađbu za rješavanje problema u različitim disciplinama, kao što su fizika, biologija, kemija, ekonomija, tehnika i sl.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskog i suradničkog rada učenika, pri čemu pripremljene sadržaje možete upotrijebiti u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice društvenoj mreži Yammer, Padlet, Teams okruženju za timove, OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici (Office 365), kao i Google disku.

Uz svaku jedinicu u OneNote priručniku pripremljena je i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji", na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavnu uporabu s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis digitalnih alata i kratki savjeti za njihovu uporabu

U modulu Logaritamska funkcija predlažemo za uporabu sljedeće alate iz [e-laboratorija](#):

GeoGebra

GGB je računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorenoga koda, dostupan na [hrvatskom jeziku](#). Više o GGB-u možete pročitati na stranicama [e-laboratorija](#).

[Mala škola GeoGebre](#) nalazi se u bazi materijala autora Damira Belavića.

Svi GeoGebrini interaktivni sadržaji iz ovoga modula nalaze se u GGB-ovu e-udžbeniku Matematika 2, u poglavlju [Eksponecijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe](#).

Upoznajte se s virtualnim razredom, odnosno [grupama](#) u GeoGebri (upute su na engleskom jeziku), koji možete kreirati i zadavati zadaću učenicima u online okruženju, ograničiti im vrijeme predaje zadaće te pratiti tijek njihove izrade.

Preporučujemo tekst na hrvatskom jeziku autora Š. Šuljića u [Miš-u br. 87](#): *Virtualni razredi na sustavu GeoGebra* (GeoGebrine grupe). Tekst je dostupan i na [GGB-ovim stranicama Aleksandre-Marije Vuković](#).

Plickers

To je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Učenici trebaju kartice koje im nastavnici mogu ispisati, a nastavnik računalo, pametni telefon, projektor i internetsku vezu. Učenici odgovaraju, a odgovor se bilježi. Aplikacija radi i odlične statistike koje su vidljive za period koji korisnik odabere.

Upute za uporabu možete pronaći na:

[Plickers - A Step by Step Tutorial](#)

Plickers predlažemo za kratke provjere na početku i na kraju sata, za provjeru usvojenosti novih pojmova i podsjećanje na nove pojmove. Za pitanja se mogu upotrijebiti i pitanja iz jedinica.

Više pročitajte na linku [e-laboratorij](#).

Kahoot

To je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo je kod ponavljanja gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu

jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah po završetku kviza. Uporaba Kahoota je besplatna. Sadrži veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i služiti se njima, preraditi ih ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.

Više o Kahoot-u pročitajte na linku [e-laboratorij](#) ili pogledajte u video tutorialu.

[Kahoot](#)

Socrative

To je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za učenike u isto vrijeme. Preporučujemo je za ponavljanje gradiva. Vrlo je slična prije spomenutom kvizu Kahoot. Socrative je jednostavan za uporabu te učenicima može poslužiti za kreiranje vlastitih kvizova. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu. Više o Socrative-u pročitajte na linku [e-laboratorij](#) ili pogledajte u video tutorialu.

[Socrative Tutorial 2015 NEW](#)

Padlet

Padlet je online alat namijenjen suradnji. Alatom se koristi kao “praznim papirom”, tj. online zidom na kojemu možete dodavati svoje ideje, recenzije, obavijesti, informacije, učitavati slike i dokumente, a možete i drugim sudionicima omogućiti sve navedeno. Odlikuje ga jednostavnost uporabe, dostupnost na različitim uređajima, prilagođenost potrebama korisnika i raznovrsna namjena. U ovome modulu možete se koristiti njime za ponavljanje pojmova, upisivanja primjera i rješavanje postavljenih zadataka. Njime se može služiti svaki učenik za sebe (ako ima računalo ili tablet), a ako nemate dovoljan broj računala, učenici se mogu podijeliti u grupe i zajednički popunjavati zadani padlet na nekoliko dostupnih računala. Više o radu s Padletom možete pročitati u [e-laboratoriju](#). Pogledajte kratke upute u programu Slideshare o [Primjeni alata Padlet u obrazovanju](#).

Coggle

Coggle je digitalni alat namijenjen izradi umnih mapa. Prednosti alata Coggle su jednostavnost i minimalizam. Coggle alatom možete brzo, jednostavno i pregledno izraditi željenu umnu mapu. U ovome modulu možete ga upotrijebiti za ponavljanje pojmova i formula po jedinicama ili na kraju, za cijeli modul. O načinu uporabe možete pročitati u [e-laboratoriju](#) ili pogledati u videu.

[Coggle Introduction](#)

Popplet

[Popplet](#) je jednostavan digitalni alat za vizualizaciju i organizaciju ideja ili informacija u obliku umne mape, pri čemu se koristi suradnjom. Za razliku od Coggle-a, ovdje možete zajedno s

učenicima napraviti umnu mapu, odnosno podijeliti sadržaje koje su naučili kao ponavljanje gradiva na kraju ili na početku sata. Uputu o načinu rada imate i na sljedećem videu.

[How to Make a Popplet, a Mind Mapping Tool](#)

Google disk

Google Disk besplatan je društveni programski Web 2.0 alat. Omogućuje sljedeće funkcionalnosti: jednostavno stvaranje novih dokumenata na mreži, dodavanje postojećih dokumenata, organizaciju u datoteke, dijeljenje dokumenata i istovremeni rad više korisnika na jednom dokumentu u stvarnom vremenu. Prednost je Google diska što su dokumenti dostupni u bilo koje vrijeme i s bilo kojeg računala spojenog na internet. Ovdje predlažemo da se koristite Google Prezencijom za ponavljanje gradiva, koju može pripremati više učenika istovremeno, služiti se njome te prezentirati u online okruženju. Više o uporabi možete pročitati u [e-laboratoriju](#) ili u sljedećem videu.

[Google disk](#)

Office 365

[Office 365](#) je sustav koji je najkorištenije tzv. *desktop* alate za izradu sadržaja (Word, Excel, PowerPoint) preselio u oblak, čime je omogućio pristup svim dokumentima u bilo koje vrijeme i s bilo kojeg uređaja spojenog na internet. Office 365 omogućuje jednostavno stvaranje novih dokumenata u oblaku, dodavanje i organizaciju postojećih datoteka, dijeljenje dokumenata te komunikaciju i suradnju s drugim korisnicima. Osim spomenutih i već dobro poznatih alata "klasičnog" Microsoft Office paketa, sustav je obogaćen i mnogim različitim alatima koji omogućuju veću produktivnost, kako u poslovnom okruženju tako i u nastavnom procesu. Svim učenicima, učiteljima i nastavnicima osnovnih i srednjih škola omogućen je besplatan pristup sustavu Office 365 uporabom osobnog elektroničkog identiteta u sustavu AAI@EduHr. Više o tom alatu pročitajte u [e-laboratoriju](#) ili pogledajte video.

[Saving teachers time with Office 365](#)

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

Scenariji poučavanja

Pri realizaciji modula *Logaritamska funkcija* mogu vam pomoći [scenariji poučavanja](#) razvijeni kroz projekt "e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot projekt)":

- [Pametno sa svojim novcem](#)
- [Matematičke ovisnosti](#)
- [Otkriće eksponencijalnog](#)
- [Problemski zadatci bez problema](#)
- [Živjeti s nejednakostima](#)
- [Ponavljanje je majka znanja.](#)

Video sadržaji: Scenariji poučavanja

- [Eksponecijalne jednađbe \(2S2P\)](#)
- [Logaritamske jednađbe \(2S2P\)](#)
- [Eksponecijalne i logaritamske nejednađbe \(2S2P\)](#)

Sadržaji na engleskom jeziku

- Pogledajte kako eksponecijalne jednađbe rješavaju na [Khan Academy](#) ili kako pri rješavanju [primjenjuju logaritam](#).
- [Kalkulator za logaritamske jednađbe](#)
- Ponudite učenicima interaktivnu vježbu na portalu [Classzone: Exponentiate Each Side](#).

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

Pojam obrnute učionice na [Carnetovim web stranicama](#).

Dodatne sadržaje možete pronaći na GO-LAB platformi. GO-LAB je virtualni laboratorij pogodan za istraživanje. Sadrži mnogobrojne matematičke sadržaje. Što je GO-LAB, pročitajte na [e - laboratorij](#).

Preporučujemo Priručnik za nastavnike [Primijenjena matematika podržana računalom](#), autorica Vesne Županović i Kristine Šorić, izrađen u sklopu projekta "STEM genijalci". Za ovaj modul posebno je zanimljivo modeliranje eksponecijalnom i logaritamskom funkcijom.

Predlažemo da potražite primjere primjene logaritamske funkcije u Priručniku za nastavnike (od 57. stranice), pod nazivom [Funkcije u prirodoslovlju](#) (Projekt Zajedno kroz prirodoslovlje), u izdanju Gimnazije Petra Preradovića iz Virovitice.

Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
7.	Eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe	14 + 1
	7.1. Eksponencijalne jednadžbe	2
	7.2. Logaritamske jednadžbe	3
	7.3. Primjena eksponencijalnih i logaritamskih jednadžbi	2
	7.4. Eksponencijalne nejednadžbe	2
	7.5. Logaritamske nejednadžbe	3
	7.6. Primjena eksponencijalnih i logaritamskih nejednadžbi	2
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

7.1. Eksponencijalne jednadžbe



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Proširivanje znanja o jednadžbama
- Primjena znanja o eksponencijalnim funkcijama
- Prepoznavanje različitih metoda rješavanja eksponencijalne jednadžbe
- Primjenjivanje matematičkog jezika u usmenome i pismenome izražavanju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Riješiti eksponencijalnu jednadžbu primjenom injektivnosti
- Riješiti eksponencijalnu jednadžbu primjenom inverznosti
- Riješiti eksponencijalnu jednadžbu supstitucijom

Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika. Isto tako se može upotrijebiti kao materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

U uvodu smo modelirali eksponencijalni problem broja pregleda online sadržaja. Ovdje bi učenici mogli navesti i neke svoje primjere te modelirati eksponencijalni problem na temelju poznatih podataka. Riješit ćemo zadatak nakon što uvedemo pojam eksponencijalne jednadžbe.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ponavljanje i rješavanje uvodnog zadatka

Za rješavanje eksponencijalne jednadžbe potrebno je ponoviti eksponencijalnu funkciju, njezin inverz (logaritamsku funkciju) te domenu i sliku funkcija. Uz pomoć definicije logaritma (veze između eksponencijalnog i logaritamskog zapisa) riješimo zadatak.

Svojstvo inverznosti

Ponovite s učenicima pravila i definiciju logaritma kao inverz potencije služeći se primjerom 1. Ponovite i rad s džepnim računalom. U zadatku 2. potrebno je poznavanje pravila za rješavanje jednadžbe tipa $A \cdot B = 0$. U zadatku se učenike navodi na rješenje, ali svakako bi to trebalo ponoviti u razredu. U [OneNote metodičkom priručniku](#) imate nekoliko odabranih videa s poznate Khan Academy, s rješavanjem zadataka uz pomoć logaritma.

Rhindov papirus

Učenicima je ponuđena kratka crtica o Rhindovom papirusu, odnosno staroegipatskoj matematici. Predložimo da s učenicima napravite malo istraživanje o (matematičkim) papirusima. Podijelite ih u grupe. Potaknite one kojima matematika nije jača strana neka istraže povijesni dio, a oni koji žele znati više, neka riješe ponuđeni zadatak s papirusa. Neka dodatno istraže postoje li još neki zadaci s poznatih matematičkih papirusa koje znaju riješiti. [Kako su računali stari Egipćani?](#), članak autorice Branke Srdić, možete pronaći na portalu Hrvatskog matematičkog elektroničkog časopisa *math.e*. Na portalu *Starapovijest.eu* autorica Kristina Šekrst nam otkriva neke zanimljivosti o [Egipatskoj matematici](#), odnosno o Moskovskom i Rhindovom papirusu.

Svojstvo injektivnosti

U zadatku 3. učenici se uvode u drugi način rješavanja eksponencijalnih jednadžbi, primjenom injektivnosti. Neka uoče kad se eksponenti mogu izjednačiti. Isto tako treba upozoriti na to da se logaritmiranjem (te uporabom svojstva inverznih funkcija koje se ponište) dobije jednakost eksponenata. Stalno treba naglašavati da je eksponencijalna jednadžba dobro definirana samo ako je vrijednost potencije pozitivna. Za ostale slučajeve jednadžba nema rješenja. Time ih pripremamo na treću metodu rješavanja eksponencijalnih jednadžbi, supstituciju.

Supstitucija

Primjer 5. je riješen metodom supstitucije. Naravno da ne mora biti potencija jednaka y . Neka učenici odaberu slovo koje žele, ali treba ih upozoriti na to da ne zaborave riješiti zadatak do kraja. Isto tako je bitan uvjet da rješenja pomoćne kvadratne jednadžbe moraju biti pozitivna, u protivnom pripadajuća eksponencijalna jednadžba nema rješenja (za negativne vrijednosti potencije). Zadatak 9.b) je složeniji zadatak, zato je napravljen kao interakcija s vođenjem. Svakako bi trebalo s učenicima prokomentirati korake rješavanja.

Završetak

Na kraju je ponuđen još jedan zadatak sa simetričnim sustavom jednadžbi, koji se može riješiti supstitucijom potencija s različitim bazama. Tada se dobije sustav simetričnih jednadžbi s kojima su učenici upoznati u modulu *Kvadratne jednadžbe*. Neka ovaj zadatak pokušaju riješiti učenici bez uvođenja novih nepoznanica. Sustavima jednadžbi više ćemo se baviti u idućoj jedinici, kad uvedemo pojam logaritamske jednadžbe. S učenicima dogovorite kako ćete prikazivati konačno rješenje koje treba logaritmirati (pretvoriti u dekadski logaritam, napisati rješenje na određeni broj decimala - što ne preporučujemo zbog nepreciznosti rješenja - ili ostaviti prikaz s proizvoljnom bazom).

Na kraju je napravljena mala sistematizacija metoda rješavanja eksponencijalnih jednadžbi te je ponuđeno nekoliko zadataka s državne mature.

Dodatni prijedlozi

U ovoj jedinici ponuđene su i neke ideje za projekte i zadatke za samostalno istraživanje. Neka učenici dodatno potraže zadatke s državne mature koji sadrže eksponencijalne jednadžbe, na stranici mojamatura.net ili direktno na stranicama [NCVVO](http://ncvvo.hr).

Za uvježbavanje jednadžbi postoji mnogo sadržaja dostupnih na internetu. Preporučujemo sadržaje autora [Roberta Gortana](#).

U [OneNote metodičkom priručniku](#) je predložak napravljen u GeoGebri za grafičko rješavanje jednadžbi. Lijevu i desnu stranu jednadžbe prikažemo kao dvije funkcije. Njihov presjek je rješenje jednadžbe. Ponudite ga učenicima za provjeru rješenja zadataka s eksponencijalnim jednadžbama.

Na samom kraju Pomoćnih interaktivnih sadržaja u [OneNote metodičkom priručniku](#) možete pronaći video u trajanju od pola sata, koji detaljno objašnjava sve metode rješavanja eksponencijalnih jednadžbi, popraćen s 13 primjera. Svakako ga preporučite učenicima kojima eksponencijalne jednadžbe nisu jača strana ili učenicima koji su propustili predavanje, kao pomoć za samostalno učenje kod kuće.

[Paul's Online Math Notes](#) nudi niz logaritamskih jednadžbi s postupkom rješavanja.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više

Učenicima koji žele znati više ponuđen je zadatak s Rhindova papirusa kao motivacija za daljnje istraživanje zadataka s matematičkih papirusa. Može se pronaći više varijanti tog zadatka. Neka ih učenici istraže.

Kao dodatni sadržaj ponuđene su eksponencijalne jednadžbe kod kojih su i baze i eksponenti algebarske funkcije. Više o takvim jednadžbama potražite u članku Osječkog matematičkog lista 8 (2008.), autora [Ilije Iliševića](#). Predlažemo da boljim učenicima ponudite zadatke s eksponencijalnim jednadžbama s natjecanja iz matematike, koje skuplja i objavljuje na svojem webu [Matematika na dlanu](#) autorica Antonija Horvatek. Zadatke i rezultate natjecanja svih razina možete pronaći i na portalu [natjecanja.math.hr](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da su oni heterogena skupina i da odabir prilagodbi treba temeljiti na individualnim obilježjima učenika.

U 1. primjeru podsjetite učenike sa specifičnim teškoćama u učenju i jezičnim teškoćama što je inverznost.

Učenicima s teškoćama dopustite uporabu džepnog računala za izračune.

U svim zadacima važno je da učenici s diskalkulijom svaki korak rješenja jednadžbe zapišu u bilježnicu te da provjerite razumiju li što se dogodilo u kojem koraku, kako bi s razumijevanjem naučili rješavati eksponencijalne jednadžbe.

7.2. Logaritamske jednadžbe



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Proširivanje znanja o potencijama na logaritme
- Uočavanje veze između potencija i logaritama
- Definiranje logaritamske funkcije
- Primjenjivanje matematičkog jezika u usmenome i pismenome izražavanju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Riješiti logaritamsku jednadžbu primjenom injektivnosti
- Riješiti logaritamsku jednadžbu primjenom inverznosti
- Riješiti logaritamsku jednadžbu supstitucijom

Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika. Isto tako se može upotrijebiti kao materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

Priču o logaritamskoj jednadžbi počinjemo s primjerom prodaje videoigrice. Grafički je prikazan broj prodanih videoigrice u milijunima od 2005. (prva godina na osi x) do 2015. godine. Još jedan primjer smještanja podataka u prilagođeni koordinatni sustav. Analizirajte s učenicima graf. Neka sami pročitaju podatke dobivene grafički. Ovdje se učenici upućuju u uporabu GeoGebre kao pomoć za analizu podataka. Znaju li odgovoriti na pitanje nakon analitičkog rješavanja? Mogu li smjestiti dobiveni rezultat u koordinatni sustav? Sve podatke u kojima vrijednosti u početku naglo rastu, a zatim se isto tako naglo rast usporava, modeliramo logaritamskom funkcijom. Neka sami učenici pokušaju pronaći neke podatke s ekonomskog tržišta prodaje proizvoda i pokušaju ih modelirati logaritamskom funkcijom. Provjerite s učenicima jesu li svjesni važnosti modeliranja i predviđanja rezultata.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Logaritamska jednadžba

Ponovite s učenicima pravila i svojstva logaritama, kako kasnije ne bi imali problema pri rješavanju logaritamskih jednadžbi.

Primjena inverznosti

Ovi zadaci ne bi trebali biti problem, jer se nadovezuju na isti tip zadataka s eksponencijalnim jednadžbama. Ovisno o tome gdje se nalazi nepoznanica, jednadžbu pretvaramo u eksponencijalni, odnosno logaritamski oblik. Ovdje je bitnije da učenici odmah mogu prepoznati pravila logaritama, kako bi zadatak sveli na jednostavan logaritamski oblik. Kako nam je vrijednost potencije u prethodnoj jedinici trebala biti pozitivna da bi jednadžba bila definirana, tako sada postavljamo uvjet na argument logaritma koji mora biti pozitivan. U zadatku 2.b) nekoliko je jednadžbi u kojima su nepoznanice, osim u argumentu, i u bazi. Ovdje treba voditi računa o dodatnim uvjetima na bazu. U [OneNote metodičkom priručniku](#) možete pronaći video Kahn Academy s primjerom rješavanja logaritamske jednadžbe, kao pomoć učenicima koji teže svladavaju gradivo.

Primjena injektivnosti

Kao i eksponencijalne, logaritamske jednadžbe često rješavamo služeći se svojstvom injektivnosti. Jednadžbu sredimo tako da je na obje strane logaritam iste baze, cijelu jednadžbu potenciramo tom bazom, inverzne funkcije se međusobno ponište i ostaje nam jednakost argumenata. U [OneNote metodičkom priručniku](#) možete pronaći video Kahn Academy s primjerom rješavanja logaritamske jednadžbe, kao pomoć učenicima koji teže svladavaju gradivo.

Metoda supstitucije

Tom metodom umjesto logaritma uvedemo novu nepoznanicu i zadatak svedemo na algebarsku jednadžbu. Zadatak 6. je teži zadatak, stoga je dan u interakciji, s postupnim navođenjem do rješenja. Svakako ga s učenicima prokomentirajte.

Grafička metoda

Ponuđena je i grafička metoda rješavanja jednadžbi kao uvod u rješavanje sustava jednadžbi. Ponuđen je predložak napravljen u GeoGebri za upisivanje funkcija, odnosno traženje njihovih zajedničkih točaka. Potražite ga u [OneNote metodičkom priručniku](#). Tu metodu za rad preporučujemo boljim učenicima, koji razumiju pojam funkcije, grafa, presjeka, zajedničkih točaka. Možete ih uputiti da u timovima zadaju jedni drugima složene logaritamske i eksponencijalne jednadžbe koje je moguće riješiti prvenstveno grafički. Također se može napraviti malo natjecanje u rješavanju zadataka, tako da ih jedna ekipa rješava grafičkom metodom, a druga analitički te se izmjenjuju.

Sustavi jednadžbi

Na kraju je, kao provjera koliko su učenici naučili logaritamske i eksponencijalne jednadžbe, ponuđeno nekoliko sustava jednadžbi. Sva rješenja se mogu provjeriti grafičkom metodom, upisivanjem jednadžbi u polje za unos ponuđenog predloška.

Završetak

Na kraju je napravljena sistematizacija metoda rješavanja logaritamskih jednadžbi.

Dodatni prijedlozi

Potražite i pripremite zadatke s državne mature koje sadrže logaritamske jednadžbe na stranici mojamatura.net ili direktno na stranicama [NCVVO](http://ncvvo.org).

Za uvježbavanje jednadžbi postoji mnogo sadržaja dostupnih na internetu. Preporučujemo sadržaje autora [Robert Gortana](#), među ostalim i za eksponencijalnu jednadžbu.

U [OneNote metodičkom priručniku](#) je predložak napravljen u GeoGebri za grafičko rješavanje jednadžbi. Lijevu i desnu stranu jednadžbe prikažemo kao dvije funkcije. Njihov presjek je rješenje jednadžbe. Ponudite ga učenicima za provjeru rješenja zadataka s eksponencijalnim

jednadžbama. Predložak se može upotrijebiti za rješavanje sustava jednadžbi, odnosno provjeru dobivenih rješenja. Kad je grafička metoda bolji izbor? Jesu li učenici pronašli zadatak koji je lakše riješiti grafički?

U [OneNote metodičkom priručniku](#) možete pronaći video (na engleskom jeziku) u trajanju od pola sata, koji detaljno objašnjava, korak po korak, metode rješavanja logaritamskih jednadžbi, popraćen s 10 primjera. Svakako ga preporučite učenicima koji nisu uspješno svladali logaritamske jednadžbe ili učenicima koji su propustili predavanje, kao pomoć za samostalno učenje kod kuće.

[Paul's Online Math Notes](#) nudi niz logaritamskih jednadžbi s postupkom rješavanja.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više

Učenicima koji žele znati više ponudili smo dokaz jednog svojstva logaritma koje se često rabi u pojednostavnjivanju logaritamskih izraza (kad se baza može prikazati kao potencija). Isto tako im je ponuđena jedna formula koja se ne rabi u zadacima redovne nastave, ali može dobro doći kao priprema za natjecanja. U nastavku im je dan još jedan zadatak koji se lako rješava primjenom te formule. I dokaz same formule je lako razumjeti. Predložimo da boljim učenicima ponudite zadatke s logaritamskim i eksponencijalnim jednadžbama s natjecanja iz matematike, sa stranica Antonije Horvatek [Matematika na dlanu](#). Zadatke i rezultate natjecanja svih razina možete pronaći i na portalu [natjecanja.math.hr](#). Neka potraže zadatke gdje mogu primijeniti svojstvo veze potencija i logaritama (koje su dokazivali u jedinici).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s teškoćama u čitanju potrebno je pročitati uvodni tekst. Svim učenicima s teškoćama potrebno dati uvećani ispis grafa uz uvodni tekst, kako bi ga mogli lakše pratiti.

I u ovoj jedinici je jako važno da učenici s diskalkulijom u bilježnicu upisuju svaki korak rješavanja jednadžbe te da nastavnici provjere jesu li razumjeli što se radilo u svakom koraku i zašto.

Učenicima s teškoćama dopustite uporabu džepnog računala za izračune.

Učenicima s motoričkim teškoćama trebat će pomoć pri rješavanju zadataka u kojima moraju upisati rezultat ili ga odvući na predviđeno mjesto te u baratanju interakcijama.

7.3.Primjena eksponencijalnih i logaritamskih jednadžbi



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Prepoznati mogućnost upotrebe logaritamskih i eksponencijalnih jednadžbi u realnim situacijama
- Upotrijebiti logaritamske i eksponencijalne jednadžbe u realnim situacijama
- Uočavanje veze između potencija i logaritama
- Primjenjivanje matematičkog jezika u usmenome i pismenome izražavanju

Odgajno-obrazovni ishodi

- Modelirati eksponencijalnu ili logaritamsku jednadžbu iz problemske situacije
- Riješiti eksponencijalnu ili logaritamsku jednadžbu dobivenu iz problemske situacije

Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Rješavanje problema
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika. Isto tako se može upotrijebiti kao materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

U uvodu možemo se prisjetiti svih modeliranih situacija iz kojih smo postavljali logaritamske i eksponencijalne funkcije. Potaknimo učenike da se sjetite ima li još nešto što se može modelirati s pomoću tih funkcija. Kako upotrijebiti jednadžbe? Što u problemskim situacijama računamo s pomoću jednadžbi.

U nastavku trebamo svakako ponoviti ključne pojmove i naglasiti povezanost eksponencijalnih i logaritamskih jednadžbi.

Sve još jedanput uvježbavamo kroz ponuđenu igru memorije. Potaknite učenike da naprave svoje kartice. Podijelite ih u grupe, napravite natjecanje. Tko će biti brži?

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Modeliranje i rješavanje problema uz eksponencijalne jednadžbe

Na primjerima situacija iz prethodnih jedinica prepoznamo što bez jednadžbi nismo mogli riješiti. Prolazimo kroz nekoliko starih primjera i računamo vrijednosti koje smo do sada mogli očitati jedino iz grafa funkcije. Uvodimo i još nekoliko primjera koji se mogu riješiti uz pomoć eksponencijalne jednadžbe.

Modeliranje i rješavanje problema uz logaritamske jednadžbe

Na primjerima situacija iz prethodnih jedinica prepoznamo što bez jednadžbi nismo mogli riješiti. Prolazimo kroz nekoliko starih primjera i računamo vrijednosti koje smo do sada mogli očitati jedino iz grafa funkcije.

Modeliramo nove situacije iz starih primjera. Potaknite učenike na istraživanje, jer primjera zaista ima puno.

Još nekoliko primjera

Na primjerima pH skale, kamatnog računa, radioaktivnog raspada te datiranja radioaktivnim izotopom C14 dodatno ističemo vezu logaritamske i eksponencijalne jednadžbe, njihovu važnost te mogućnosti primjene.

Na kraju ponovimo kroz Procjenu znanja.

Dodatni prijedlozi

Za uvježbavanje rješavanja logaritamskih i eksponencijalnih jednadžbi mogu se organizirati natjecanja u kojima će se učenici natjecati tko će prije (i to točno) riješiti jednadžbe. Ta natjecanja mogu biti i ekipna.

Kao dodatni materijal preporučujemo:

- [Kalkulator za eksponencijalne jednadžbe s koracima rješavanja](#)
- [Kalkulator za logaritamske jednadžbe s koracima rješavanja](#)
- [Logaritamske jednadžbe u rješavanju problema.](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više

Učenicima koji žele znati više preporučuje se da sami istražuju razne pojave iz svijeta, bilježe podatke te modeliraju eksponencijalnu ili logaritamsku funkciju, npr. s pomoću opcije Prilagodi graph u Geogebri. S pomoću funkcije mogu izraditi vlastite jednadžbe za rješavanje problema.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za učenike s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama preporučujemo upotrebu gore navedenih linkova, ali uz razradu pristupa. Nužno je izbjegavati duge rečenice i prilagoditi sadržaj. Složene slučajeve pojednostavniti.

Učenicima s teškoćama u čitanju potrebno je pročitati tekst u dijelu *Na početku* i *Povezani sadržaji*.

U 4. primjeru učenicima dodatno objasnite na što se misli kad se spominje pH. Što je to te kakve su to lužnate i kisele otopine.

7.4. Eksponencijalne nejednadžbe



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Proširivanje znanja o potencijama
- Uočavanje veze između potencija i logaritama
- Uočavanje veza između eksponencijalnih jednadžbi i nejednadžbi
- Primjenjivanje znanja o eksponencijalnoj funkciji pri rješavanju eksponencijalnih nejednadžbi
- Primjenjivanje matematičkog jezika u usmenome i pismenome izražavanju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Riješiti eksponencijalnu nejednadžbu primjenom injektivnosti
- Riješiti eksponencijalnu nejednadžbu primjenom inverznosti
- Riješiti eksponencijalnu nejednadžbu supstitucijom

Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima, za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika. Isto tako se može upotrijebiti kao materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

U uvodu je prikazan primjer eksponencijalnoj pada. Želimo znati vrijeme kad će prestati vrijediti neki od uvjeta. Prvo moramo naučiti rješavati eksponencijalnu nejednadžbu.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ponavljanje

Ponovimo svojstva eksponencijalne funkcije koja će nam trebati za rješavanje eksponencijalnih nejednadžbi. Svojstvo injektivnosti je već primijenjeno za rješavanje eksponencijalnih jednadžbi. Uz pomoć GGB apleta proučite s učenicima monotonost. Vrlo je bitno da svladaju taj pojam, jer u suprotnom mogu činiti pogreške prilikom rješavanja nejednadžbi.

Rješavanje eksponencijalnih nejednadžbi uz pomoć monotonosti

Uvježbajmo rješavanje na primjerima gdje su baze veće i manje od 1. Rješenja prikažite s pomoću intervala. Prema potrebi ponovite pojam i vrste intervala. Na zadacima uvježbajte. Nagradite učenike koji su najbrži i točni. Riješite još nekoliko složenih eksponencijalnih nejednadžbi.

Rješavanje eksponencijalnih nejednadžbi primjenom inverznosti

Povežite eksponencijalne jednadžbe i nejednadžbe. Podsjetite učenike na primjeru jednadžbe kako smo se koristili vezom između eksponencijalne i logaritamske funkcije. Upozorite ih na to da pripaze zbog znakova nejednakosti. Proučite monotonost i logaritamske funkcije. Uz nekoliko zadataka uvježbajte rješavanje nejednadžbi.

Rješavanje primjenom metode supstitucije

Na primjeru uvodimo pojam supstitucije u eksponencijalnu nejednadžbu. Eksponencijalnu nejednadžbu svodimo na kvadratnu nejednadžbu. Rješavamo je grafički. Možete s učenicima ponoviti i analitičko rješavanje kvadratne nejednadžbe. Rješenje kvadratne nejednadžbe vraćamo u početnu zamjenu i imamo dvije jednostavnije eksponencijalne nejednadžbe. Uvježbajte metodu na nekoliko primjera.

Završetak

Na kraju rješavamo jedan složeniji primjer, koji može biti i za one učenike što hoće više. I dajemo odgovor na pitanje s početka lekcije.

Dodatni prijedlozi

Za dodatno uvježbavanje mogu vam poslužiti:

- [Kalkulator za računanje eksponencijalnih nejednadžbi](#)
- [Zadatci za uvježbavanje.](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više

Učenicima koji žele znati više ponuđeni su dodatni sadržaji crtanja eksponencijalne i logaritamske funkcije s pomakom po koordinatnim osima, prema analogiji s kvadratnom i funkcijom apsolutne vrijednosti. Napravite dokaz injektivnosti eksponencijalne funkcije koji direktno slijedi iz svojstva monotonosti funkcije. Potaknite bolje učenike da naprave usporedbu simetričnih funkcija s obzirom na koordinatne osi, tj. Funkcija $f(x)$, $f(-x)$, $-f(x)$ i sl.

Rješavajte grafički nejednadžbe. Učenici vješti u programiranju mogu isprogramirati "programčiće" za rješavanje nejednadžbi.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za učenike s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama preporučujemo upotrebu gore navedenog džepnog računala ili dijelova postupka za rješavanje, zadavanje puno jednostavnijih zadataka i izbjegavanje zadataka s riječima.

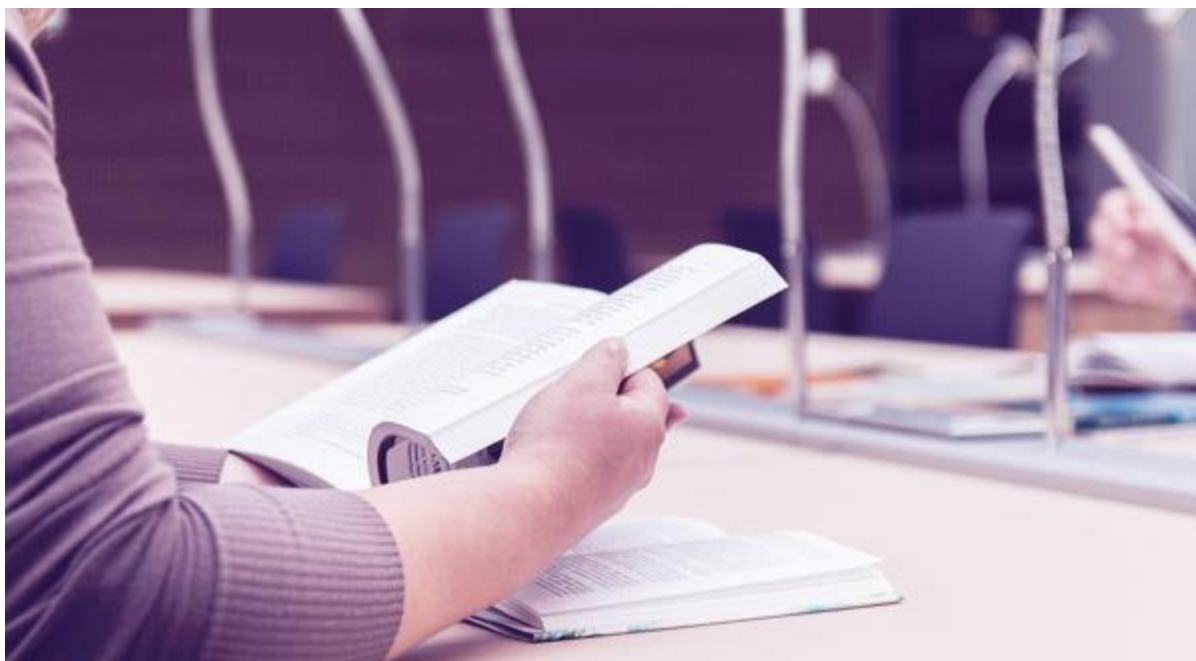
Učenicima s teškoćama u čitanju pročitajte uvodni tekst *Na početku*.

Važno je da učenici s diskalkulijom rješavaju nejednadžbe iz primjera u bilježnicu te da nastavnici provjere razumiju li sve korake u rješavanju. Učenici si mogu napisati i bilješke uz svaki korak kako bi se kod kuće mogli podsjetiti što su radili.

Nastavnici mogu učenicima s teškoćama pripremiti dodatni materijal u kojem će navesti sve načine rješavanja nejednadžbi, uz primjere, kako bi se učenici mogli lakše podsjetiti.

Učenici s diskalkulijom i teškoćama u jezičnom razumijevanju mogu se "izgubiti" u nazivima jednadžbi i nejednadžbi te načinima njihova rješavanja, stoga bi bilo dobro naći način na koji bismo im mogli pomoći u tome. Primjerice, da metoda supstitucije uvijek bude napisana plavom bojom – i u materijalima i u testu – kako bi se učenici mogli lakše snaći.

7.5. Logaritamske nejednadžbe



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Proširivanje znanja o logaritmima
- Uočavanje veze između potencija i logaritama
- Uočavanje veza između logaritamskih jednadžbi i nejednadžbi
- Primjenjivanje znanja o logaritamskoj funkciji (domena, monotonost, injektivnost i inverznost) pri rješavanju logaritamskih nejednadžbi
- Primjenjivanje matematičkog jezika u usmenome i pismenome izražavanju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Riješiti logaritamsku nejednadžbu primjenom injektivnosti
- Riješiti logaritamsku nejednadžbu primjenom inverznosti
- Riješiti logaritamsku nejednadžbu supstitucijom

Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Rješavanje problema
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika. Isto tako se može upotrijebiti kao materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

U uvodu je dan problemski zadatak za čije rješavanje je potrebno poznavanje logaritamske funkcije i rješavanja logaritamskih nejednadžbi. U tom prvom primjeru problem je riješen primjenom znanja o rješavanju logaritamskih jednadžbi. Ipak, prikazana je potreba za učenjem rješavanja nejednadžbi - logaritamska funkcija može biti rastuća, ali i padajuća. Ovdje je zgodno povući analogiju s linearnom funkcijom i množenjem (dijeljenjem) linearne nejednadžbe pozitivnim, odnosno negativnim brojem.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Na početku je definiran pojam logaritamskih nejednadžbi. Učenici bi trebali prepoznati da se radi o logaritamskoj nejednadžbi, bez obzira na to nalazi li se nepoznanica u bazi ili u argumentu. Prije algebarskog rješavanja logaritamskih nejednadžbi dobro je nejednadžbe prikazati grafički. Tu se osim monotonosti može uočiti i domena logaritamske funkcije (uvjeti na argument logaritma). Također se pomicanjem točke po grafu logaritamske funkcije mogu pratiti vrijednosti koje ta funkcija poprima.

Predložak izrađen u Geogebri može se uporabiti i za približno rješavanje nekih jednostavnijih nejednadžbi. Npr. može se zadati učenicima neka odrede rješenja nejednadžbe $\log_2 x > 3$. Pomičući točku T_2 po grafu učenici mogu otprilike procijeniti za koje x će vrijednost funkcije biti veća od 3.

Kod rješavanja nejednadžbi važno je upoznati učenike s raznim načinima rješavanja nejednadžbi. Neki primjeri su riješeni upotrebom injektivnosti i monotonosti, niz primjera riješen je upotrebom inverzne funkcije, a dio primjera i upotrebom supstitucije, tj. svodenjem na algebarske nejednadžbe. Uz sve primjere navedena je važnost uvjeta na argument logaritamske funkcije, tj. na domenu logaritamske funkcije.

Prije samog završetka, za učenike koji žele znati više predložen je jedan zadatak s natjecanja iz matematike. Takvim učenicima se preporučuje riješiti još neke zadatke koji su se pojavljivali na prijašnjim natjecanjima iz matematike.

Završetak

U završnom dijelu ponovljeni su osnovni pojmovi vezanu uz ovu jedinicu. Što je to logaritamska nejednadžba? Kako rješavamo logaritamske nejednadžbe s obzirom na bazu? Koji su dodatni uvjeti kod logaritamskih nejednadžbi?

Dodatni prijedlozi

Mnoge matematičke stranice obrađuju temu Logaritamske nejednadžbe.

Na hrvatskom jeziku preporučujemo dvije stranice sa zadacima:

- materijale s [osječčkog fakulteta](#)
- zadatke [Roberta Gortana](#).

Na engleskom jeziku ima niz stranica koje govore o načinima rješavanja logaritamskih nejednadžbi:

- [Brilliant](#) - niz primjera rješavanja logaritamskih nejednadžbi
- [EMathHelp](#) - objašnjena upotreba svojstava logaritamske funkcije kod rješavanja logaritamskih nejednadžbi
- [Study](#) - eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe
- [Math-exercices](#) - velik izbor zadataka za vježbu
- [Techmathteacher](#) - riješeni primjeri logaritamskih nejednadžbi
- [Math10](#) - zadaci za vježbu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više

Učenicima koji žele znati više preporučuje se istražiti razne vrste logaritamskih nejednadžbi. Za njihovo rješavanje od koristi mogu biti i wolfram alpha ili GeoGebra, u kojima se nejednadžbe mogu grafički predočiti i riješiti.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za učenike s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama preporučujemo upotrebu kalkulatora za računanje logaritamskih nejednadžbi dostupnog na stranicama [Symbolab](#).

Tekst *Na početku* potrebno je pročitati učenicima s teškoćama u čitanju.

Kako bi jednostavnije riješili 3. i 4. primjer, učenicima s teškoćama potrebno je unaprijed pripremiti graf.

Ponovno savjetujemo da učenicima s diskalkulijom dodatno objasnite svaki korak te da si sve detaljno zapišu u bilježnicu i obilježe bojama, kako bi mogli samostalno rješavati zadatke.

7.6.Primjena eksponencijalnih i logaritamskih nejednadžbi



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Povezivanje znanja o rješavanju eksponencijalnih i logaritamskih nejednadžbi s konkretnim primjerima iz raznih područja
- Primjenjivanje matematičkog jezika u usmenome i pisanome izražavanju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Modelirati eksponencijalnu ili logaritamsku nejednadžbu iz problemske situacije
- Riješiti eksponencijalnu ili logaritamsku nejednadžbu dobivenu iz problemske situacije

Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Rješavanje problema
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika. Isto tako se može upotrijebiti kao materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

U uvodu je prikazan problem s hlađenjem čaja. Na primjeru eksponencijalne funkcije koja prikazuje Newtonov zakon hlađenja došlo se do eksponencijalne nejednadžbe te potrebe da se različiti problemi prikažu matematičkim simbolima i riješe.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Primjena eksponencijalnih nejednadžbi

Primjena eksponencijalnih nejednadžbi prikazana je na nekoliko primjera. Prvi primjer se odnosi na Newtonov zakon hlađenja. Modelirana je eksponencijalna funkcija i postavljena nejednadžba. Ova eksponencijalna funkcija je prikazana grafički te je učeniku zadatak da prati promjenu vrijednosti te funkcije i uoči približno rješenje nejednadžbe. Ovo istraživanje može pomoći kao sistematizacija znanja vezanih uz eksponencijalnu funkciju. Važno je i uočiti da ova funkcija ima horizontalnu asimptotu i da temperatura čaja nikad neće pasti ispod 23°C. U predlošku iz Geogebre očekuje se da učenik odredi približno rješenje nejednadžbe. Naravno, točno rješenje određuje se računski. U ovom zadatku je važno i uočiti razlike u vrijednostima koje nastaju zbog zaokruživanja podataka.

Nakon detaljno razrađenog primjera učenici bi trebali riješiti sličan zadatak.

Kod primjene eksponencijalnih nejednadžbi postavljen je problem koji obuhvaća dvije eksponencijalne funkcije. Ovdje se također iz grafičkog prikaza može uočiti kad pojedina od tih funkcija poprima veće vrijednosti i trenutak u kojem su te vrijednosti jednake.

Na kraju je riješen i jedan primjer s raspadom tvari, u kojem se također pojavljuje eksponencijalna funkcija.

Primjena logaritamskih nejednadžbi

I primjena logaritamskih nejednadžbi je prikazana na nekoliko primjera. Prvi primjer se odnosi na životni vijek, čija je matematička interpretacija logaritamska funkcija. U primjeru je postavljena logaritamska nejednadžba. Ova logaritamska funkcija je prikazana grafički te je učeniku zadatak da prati promjenu vrijednosti te funkcije i uoči približno rješenje nejednadžbe. To istraživanje može pomoći kao sistematizacija znanja vezanih uz logaritamsku funkciju. U

nastavku je riješen primjer s intenzitetom zvuka i dan je zadatak učenicima za samostalno rješavanje.

U prva dva primjera riješene su logaritamske nejednadžbe kod kojih se tražilo kad je vrijednost funkcije veća od konstante. Važno je uočiti da se pojavljuju i logaritamske nejednadžbe kod kojih su obje strane nejednakosti logaritamske funkcije. I taj primjer je predložen grafički, kako bi učenici shvatili što se ustvari traži u problemskom zadatku.

Završetak

Na samome kraju ove jedinice DOS-a preporučuje se učenicima da sami osmisle neki problem koji bi uključivao eksponencijalnu ili logaritamsku nejednadžbu.

Dodatni prijedlozi

Za ostvarivanje ishoda učenja nužno je da učenici prepoznaju probleme koji uključuju eksponencijalnu ili logaritamsku nejednadžbu. Nažalost, većina zadataka koji uključuju potencije ili logaritme u primjeni ne uključuje direktno nejednadžbe, ali se svi ti problemi mogu lagano, postavljanjem odgovarajućeg pitanja, preoblikovati u nejednadžbe. Stoga preporučujemo:

- članak [Eksponencijalna funkcija i njezine primjene u realnom životu](#) autora Roguljić, N., Mišura, A.B., Baras, I.
- [Udžbenik sa zbirkom zadataka](#) izdavača Element

i na engleskom jeziku:

- prezentaciju [Real World Problems Using Logarithmic & Exponential Equations.....](#)
- sadržaj na webu [BetterExplained](#)
- sadržaj na webu [PurpleMath](#) i sl.

te niz primjera koji su obrađeni u prethodna dva modula.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više

Učenicima koji žele znati više preporučuje se da sami istražuju razne pojave iz svijeta, bilježe podatke te modeliraju eksponencijalnu ili logaritamsku funkciju, npr. s pomoću opcije Prilagodi graph u Geogebri.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za učenike s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama preporučujemo jednostavnije problemske zadatke s manje teksta.

Uz prvi i drugi videozapis potrebno je i usmeno objašnjenje. Učenike s teškoćama dodatno podsjetite na Newtonov zakon hlađenja.

Primjeri 2., 4. i 5. zadatak imaju puno teksta pa ih treba pročitati učenicima s teškoćama u čitanju. Te zadatke možete organizirati i kao rad u paru.

U 4. primjeru provjerite s učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju i jezičnim teškoćama razumiju li značenje pojmova nuklearni reaktor, poluraspad i radioaktivna tvar. Neka vam pokušaju svojim riječima objasniti njihovo značenje.

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti eksponencijalnih i logaritamskih jednadžbi i nejednadžbi u rješavanju svakodnevnih problema
- Istražiti i proširiti stečena znanja o eksponencijalnim i logaritamskim jednadžbama i nejednadžbama

Odgojno-obrazovni ishodi

- Povezati logaritamsku i eksponencijalnu funkciju
- Riješiti eksponencijalne i logaritamske jednadžbe
- Riješiti eksponencijalne i logaritamske nejednadžbe
- Riješiti problemske zadatke iz raznih područja i svakodnevnog života s pomoću eksponencijalne ili logaritamske jednadžbe
- Riješiti problemske zadatke iz raznih područja i svakodnevnog života s pomoću eksponencijalne ili logaritamske nejednadžbe

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Provođenje zamisli i djelovanje
- Istraživačke vještine
- Interakcija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj sati: minimalno 1 sat

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadaci i primjeri koji omogućuju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijjskih sadržaja koji omogućuju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Uvod

U uvodu ponovimo sve što smo naučili o vezi potencija i logaritama. Pronaći ćemo broj e u arhitekturi i smjestiti Gateway Arch u GGB te provjeriti odgovara li navedenoj eksponencijalnoj funkciji. Uvježbat ćemo s pomoću igre *karta s blagom* dodatno rješavanje jednadžbi i nejednadžbi te riješiti nekoliko netipičnih problema.

Istraživanje i primjena

Učenicima se predlaže izrada samostalnih radova i primjera:

- istraživanje eksponencijalne funkcije na primjeru savijanja papira te rješavanje pripadajuće jednadžbe
- rast stanovništva
- koncentracija lijeka u krvi
- PH.

Upute koje su predložene možete proširiti ili zadati svoje upute. Dobro je da učenici rade u grupama ili parovima, kako bi se naučili surađivati i dijeliti poslove. Mora biti jasno da svatko od njih treba napraviti jedan dio projekta i kod izlaganja se to treba vidjeti.

Sve je moguće odraditi u razredu, ali i kod kuće. Ono što je drukčije u trećem projektu, a u matematici je rijetko, to je mjerenje, ispitivanje gdje su svi učenici angažirani i svi nešto rade. Jedan dio može mjeriti i zapisivati, drugi računati, treći ucrtava u GeoGebru i traži k . Uče grupno raditi, surađivati i ubrzati radni proces.

Svakako su dobrodošle dodatne ideje.

Završni dio

U završnom dijelu je pojam Eulerove jednadžbe. Učenici mogu potražiti još primjera i napraviti izložbu.

Prijedloga je puno, trebate izabrati s učenicima najbolje i svaka grupa treba napraviti svoj mali projekt koji će izložiti.

Dodatni prijedlozi

Za dodatno uvježbavanje i razumijevanje sadržaja ovog modula predlažemo:

- [pH model](#)
- [Zašto je ph skala logaritamska?](#)

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime ujedno dobivaju i povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Izmjenjuju se "obični", interaktivni te kontekstualni zadaci, tako da se promjenom dinamike duže zadržava pažnja učenika na samim sadržajima, čime se potiče i ustrajnost i samostalnost u radu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više

Uputite učenike na zadatke s natjecanja dostupne na stranicama profesorice [Antonije Horvatek](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala ili sadržaja. Prilagodbe valja odabirati temeljem specifičnih obilježja učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- ponoviti ili pojednostavniti upute
- jezično prilagoditi složenije zadatke
- koristiti se vizualnom podrškom: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisk
- razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- povećati razmak između redova
- formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- omogućiti uporabu džepnog računala
- voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta u odnosu na specifičnosti učenika
- omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- koristiti se različitim alatima koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama rabi asistivnu tehnologiju, valja je integrirati i u aktivnosti za samostalno učenje.

Pojedini se postupci primjenjuju kod određene skupine učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama:

- povezati zadatke sa specifičnim interesima učenika u cilju osiguravanja motiviranosti, najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)

- smanjiti zahtjeve za pisanjem ili prepisivanjem s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenucima zasićenosti, uporaba podsjetnika (poremećaj pažnje)
- upotrijebiti font sans serif (ili Verdanu, Dyslexiu), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno kod dodatnih materijala (specifične teškoće u učenju)
- osigurati češće pauze tijekom rada, povezivati sadržaje s primjerima iz svakodnevnog života (poremećaj pažnje, specifične teškoće učenja)
- usmeno prezentirati zadatak, omogućiti uporabu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu na izvor zvuka (oštećenje sluha)

U osmišljavanju prilagodbi uvijek treba raditi timski i neprekidno surađivati sa stručnim timom škole, omoćnikom u nastavi i roditeljima. Svim je učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama važno osigurati da aktivno sudjeluju tijekom aktivnosti za samostalno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u skupinama, gdje će učenik imati prigodu surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima skupine).

Učenicima s teškoćama u čitanju pročitajte zadatke koji imaju mnogo teksta ili rješavanje organizirajte kao rad u paru (primjerice, Na početku, Praktična vježba).

U 1. zadatku potrebno je učenicima s teškoćama dati unaprijed pripremljenu tablicu, a s učenicima s diskalkulijom provjeriti razumiju li podatke iz tablice i kako će ih upisivati.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Povezivanje logaritamske i eksponencijalne jednadžbe
- Primjenjivanje znanja/pravila o eksponencijalnim i logaritamskim funkcijama kod rješavanja (ne)jednadžbi
- Grafičko prikazivanje rješenja jednadžbi i nejednadžbi
- Određivanje uvjeta pri traženju rješenja jednadžbi i nejednadžbi
- Modeliranje problemskih situacija primjenom eksponencijalne i logaritamske (ne)jednadžbe
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti uporabe eksponencijalne i logaritamske (ne)jednadžbe kod rješavanja problema iz drugih područja znanosti i života

Odgojno-obrazovni ishodi

- Povezati logaritamsku i eksponencijalnu funkciju
- Riješiti eksponencijalne i logaritamske jednadžbe
- Riješiti eksponencijalne i logaritamske nejednadžbe
- Riješiti problemske zadatke iz raznih područja i svakodnevnog života s pomoću eksponencijalne ili logaritamske jednadžbe
- Raditi u skupinama uz razmjenu i sučeljavanje matematičkih ideja, mišljenja i stavova

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Provođenje zamisli i djelovanje
- Suradnja
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Samovrednovanje

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula 7. Eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stavova s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina, u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha takvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućuje provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukcija, primjena i rješavanje problema – daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više

Za učenike koji žele znati više predlažemo samostalno istraživanje teme. Također preporučujemo učenicima da riješe zadatke vezane uz ovu temu koji su se pojavljivali na [natjecanjima](#) te zadatke s [Državne mature](#) prijašnjih godina.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da im se predoče razni interaktivni sadržaji iz ovog modula, ali i s interneta, koji su objašnjeni u ovom [OneNote Metodičkom priručniku](#).

Pojmovnik

Izvor: CARNET-ova Dokumentacija za nadmetanje: NABAVA USLUGA IZRADE OTVORENIH DIGITALNIH OBRAZOVNIH SADRŽAJA

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj (cjeloviti DOS)

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj je obrazovni sadržaj u digitalnom obliku koji pokriva cjelokupni kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred. Jedan cjeloviti DOS obuhvaća cjelokupni godišnji fond školskih sati za kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred, prema postojećem nastavnom planu te dodatne sate za samostalno učenje i vrednovanje kod kuće.

Darovita djeca

Darovita djeca su ona djeca koja posjeduju sklop osobina, visoko natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visokoga stupnja kreativnosti i motivacije koji im omogućava razvijanje izvanrednih kompetencija i dosljedno postizanje izrazito natprosječnoga postignuća i/ili uratka u jednome ili u više područja. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika*, 2016.)

Digitalni obrazovni materijal

Digitalni obrazovni materijal je bilo kakav obrazovni materijal u digitalnom formatu neovisno o obliku (e-udžbenik, dio e-udžbenika, e-knjiga, cjeloviti multimedijalni materijali, obrazovna igra, digitalizirana verzija tiskanih obrazovnih materijala, on-line tečaj i dr.) i kontekstu za koji je izrađen (za primjenu u formalnom, neformalnom ili informalnom obrazovnom kontekstu).

Jedan digitalni obrazovni materijal je materijal koji sadržajno pokriva najmanje 5 nastavnih sati u potpunosti i podrazumijeva metodičko oblikovanje.

Jedan digitalni obrazovni materijal NIJE samo jedan izolirani grafički ili multimedijalni prikaz, niti prezentacija u digitalnom formatu. Nadalje, jedan digitalni obrazovni materijal NIJE tekstualni dokument (npr. word dokument) ili pdf verzija tekstualnog dokumenta koji ne podrazumijeva metodičko oblikovanje te sadržajno ne pokriva najmanje 5 nastavnih sati.

Digitalni obrazovni sadržaj (DOS)

Digitalni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu. DOS je namijenjen prvenstveno učenicima za učenje, provjeru znanja i korištenje na nastavnom satu. Sekundarno, DOS je namijenjen i učenicima za samostalno učenje i rad kod kuće te, zajedno s pripadajućim priručnikom, nastavnicima za poučavanje.

Interakcija

Interakcija je multimedijalni element ugrađen u sadržaj čija interaktivnost podrazumijeva pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa, akcije kao što su pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom komandom, obrazac za ispunjavanje, označavanje odgovora, unos teksta, formula ili audio zapisa, povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja, didaktična igra, simulacija s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima, mogućnost dobivanja povratnih informacija, interaktivna infografika, interaktivni video, žiroskopski prikaz, 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom i sl.

E-pristupačnost

E-pristupačnost je nadilaženje prepreka i poteškoća na koje osobe nailaze kada pokušavaju pristupiti proizvodima i uslugama koji se zasnivaju na informacijskim i komunikacijskim tehnologijama (Europska komisija, 2005.)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija) je uvažavanje različitosti i specifičnosti svakog pojedinca kroz odgoj i obrazovanje koji odgovara na različite odgojno-obrazovne potrebe sve djece i svih učenika, a temelji se na uključivanju i ravnopravnom sudjelovanju svih u odgojno-obrazovnom procesu. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje i prilagodbu iskustava učenja te vrednovanje postignuća djece i učenika s teškoćama*, 2016.)

Jedinica DOS-a

Jedinica DOS-a obuhvaća dio, cijelu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta metodički obrađenih tako da obuhvaćaju sadržaj učenja i poučavanja predviđen za provođenje od jednog do tri školska sata. Jedinicu DOS-a čine sljedeći obavezni dijelovi: Uvod i motivacija, Razrada sadržaja učenja i poučavanja i Završetak.

Kognitivne razine postignuća

Kognitivne razine postignuća obuhvaćaju razinu reprodukcije znanja, primjene znanja i rješavanje problema. Reprodukcijska razina znanja kao najniža kognitivna razina postignuća obuhvaća razumijevanje gradiva (imenovanje, definiranje, ponavljanje, izvješćivanje, razmatranje, prepoznavanje, izražavanje, opisivanje). Viša kognitivna razina postignuća je primjena znanja koja podrazumijeva konceptualno razumijevanje gradiva (raspravljavanje, primjena, tumačenje, prikazivanje, izvođenje, razlikovanje). Rješavanje problema je najviša kognitivna razina postignuća koja podrazumijeva sposobnost analize, sinteze i vrednovanja gradiva (uspoređivanje, razlučivanje, predlaganje, uređivanje, organiziranje, kreiranje, klasificiranje, povezivanje, prosuđivanje, izabiranje, rangiranje, procjenjivanje, vrednovanje, kombiniranje, predviđanje).

Modul DOS-a

Jedan modul DOS-a obuhvaća smisleno povezan sadržaj učenja i poučavanja koji obuhvaća određeni broj jedinica DOS-a, koje obuhvaćaju jednu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta.

Multimedijalni element

Multimedijalni element je zvučni zapis, fotografije, ilustracije, video zapis ili 2D i 3D animacije.

Nastavni sadržaj

Nastavni sadržaj je konkretna građa i zadatci (aktivnosti) za usvajanje i razvijanje odgojnih i obrazovnih znanja, vještina i navika kojima se ostvaruje određeni odgojno-obrazovni ishod ili skup odgojno-obrazovnih ishoda.

Objavljeni obrazovni sadržaj

Objavljeni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju u obrazovne svrhe objavljen u tiskanom ili digitalnom formatu uz pozitivnu stručnu recenziju ili pozitivnu evaluaciju od strane korisnika sadržaja.

Obrazovni sadržaj

Obrazovni sadržaj je sadržaj, tiskanog ili digitalnog tipa, razvijen s primarnom namjenom korištenja u obrazovne svrhe, bilo u nastavi ili izvan nje, za formalno, neformalno ili informalno obrazovanje.

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja)

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja) je jasni iskaz očekivanja od učenika (što učenici znaju, mogu učiniti i koje stavove/vrijednosti imaju razvijene) na kraju nekog dijela učenja i poučavanja. Ovisno o razini na kojoj je izražen, neki odgojno-obrazovni ishod može se odnositi na razdoblje od jednog nastavnog sata, tematske cjeline, cijele godine ili ciklusa učenja i poučavanja nekog nastavnog predmeta ili međupredmetne teme. Ishodi mogu biti određeni kao znanja, vještine i/ili stavovi/vrijednosti.

Osoba s invaliditetom

Osoba s invaliditetom je osobe koja ima dugotrajna tjelesna, mentalna, intelektualna ili osjetilna oštećenja, koja u međudjelovanju s različitim preprekama mogu sprečavati njihovo puno i učinkovito sudjelovanje u društvu na ravnopravnoj osnovi s drugima (Konvencija o pravima osoba s invaliditetom, 2006). Prema istoj konvenciji, invaliditet nije samo oštećenje koje osoba ima, nego je rezultat interakcije oštećenja osobe (koje nije samo tjelesno oštećenje kao najvidljivije) i okoline iz čega proizlazi da društvo neprilagođenošću stvara invaliditet, ali ga kroz tehničke prilagodbe prostora, osiguranje pomagala i drugih oblika podrške može i ukloniti. U kontekstu digitalnih obrazovnih sadržaja prilagodbe se odnose na primjenu principa univerzalnog dizajna i poštivanje standarda e-pristupačnosti pri izradi materijala.

Otvoreni obrazovni sadržaj

Otvoreni obrazovni sadržaj je sadržaj slobodno dostupan za korištenje, doradu i izmjenu od trećih strana bez dodatne naknade.

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja / Repozitorij digitalnih nastavnih materijala

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja/Repozitorij digitalnih nastavnih materijala je repozitorij digitalnih nastavnih materijala izrađen u sklopu pilot projekta e-Škole.

Suvremena pedagoška metoda

Suvremena pedagoška metoda je metoda koja potiče aktivan rad učenika kroz projektni i timski rad, rješavanje problema, učenje putem otkrivanja, stvaralačko učenje te poticanje kritičkog razmišljanja.

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnih potrebama

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama je daroviti učenik/dijete ili učenik/dijete s teškoćama u razvoju.

Učenici/djeca s teškoćama

Učenik/dijete s teškoćama je dijete/učenik kojemu je u odgojno-obrazovnom sustavu potrebna dodatna podrška u učenju i/ili odrastanju. Prema Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi, NN 94/13. (pročišćeni tekst) učenici s teškoćama (Članak 65.) su: – učenici s teškoćama u razvoju, – učenici s teškoćama u učenju, problemima u ponašanju i emocionalnim problemima, – učenici s teškoćama uvjetovanim odgojnim, socijalnim, ekonomskim, kulturalnim i jezičnim čimbenicima. U Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju (NN 24/15) navode se skupine vrsta teškoća: 1. Oštećenja vida, 2. Oštećenja sluha, 3. Oštećenja jezično-govorne-glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju, 4. Oštećenja organa i organskih sustava, 5. Intelektualne teškoće, 6. Poremećaji u ponašanju i oštećenja mentalnog zdravlja, 7. Postojanje više vrsta teškoća u psihofizičkom razvoju.