



Matematika

za 8. razred osnovne škole

Modul 3: Drugi korijen

Priručnik za nastavnike

Više informacija o fondovima EU-a možete pronaći na internetskim stranicama Ministarstva regionalnoga razvoja i fondova Europske unije: www.strukturnifondovi.hr

Ovaj priručnik izrađen je radi podizanja digitalne kompetencije korisnika u sklopu projekta e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot-projekt), koji sufinancira Europska unija iz europskih strukturnih i investicijskih fondova. Nositelj projekta je Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET. Sadržaj publikacije isključiva je odgovornost Hrvatske akademske i istraživačke mreže – CARNET.

Impresum

Ključni stručnjaci:

Autori:

Sanja Janeš, Ivana Katalenac, Zvezdana Martinec,
Tanja Soucie, Renata Svedrec

Urednica:

Štefica Dumančić Poljski

Stručnjak za dizajn odgojno-obrazovnog procesa ili metodičko oblikovanje nastavnih sadržaja:

Toni Milun

Stručnjak za dizajn i izradu digitalnih sadržaja te dizajn korisničkog sučelja:

Željka Car

Neključni stručnjaci:

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje:

Jasmina Ivšac Pavliša, Maja Peretić

Stručnjak za pristupačnost:

Vedran Podobnik

Recenzenti:

Recenzent za metodičko oblikovanje sadržaja:

Ljerka Jukić Matić

Recenzent za inkluzivnu prilagodbu sadržaja:

Ana Parać Burčul

Izdanje:

1. izdanje

Lektorica:

Jasna Bičanić

Priprema i prijelom:

Algebra d.o.o.

Podizvoditelj:

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu

Naručitelj i nakladnik:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža CARNET

Mjesto izdanja:

Zagreb

Više informacija:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET

Josipa Marohnića 5, 10000 Zagreb

tel.: +385 1 6661 500

www.carnet.hr



Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom

[Creative Commons Imenovanje -Nekomercijalno-Dijeli 3.0 Hrvatska.](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/hr/)

Sadržaj

Impresum	3
Uvodni dio priručnika	6
Kako koristiti priručnik	6
Što je DOS?	18
Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS	24
Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a	25
Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima	27
Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS	29
Suvremene nastavne metode i DOS	31
Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama	32
Modul 3: Drugi korijen	34
Ciljevi, ishodi, kompetencije	34
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	34
Digitalni alati i dodatni sadržaji	35
3.1. Pojam drugog korijena	38
Ciljevi, ishodi, kompetencije	38
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	39
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	41
3.2. Zbrajanje i oduzimanje korijena	44
Ciljevi, ishodi, kompetencije	44
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	45
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	47
3.3. Množenje i dijeljenje korijena	49
Ciljevi, ishodi, kompetencije	49
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	50
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	51
3.4. Djelomično korjenovanje	54
Ciljevi, ishodi, kompetencije	54

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	55
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	57
3.5. Računanje s korijenima	58
Ciljevi, ishodi, kompetencije	58
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	59
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	61
3.6. Racionalizacija nazivnika	62
Ciljevi, ishodi, kompetencije	62
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	63
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	64
3.7. Kvadratna jednadžba	65
Ciljevi, ishodi, kompetencije	65
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	66
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	68
Aktivnosti za samostalno učenje	69
Ciljevi, ishodi, kompetencije	69
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	69
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	71
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	73
Ciljevi, ishodi, kompetencije	73
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	73
Pojmovnik.....	75

Uvodni dio priručnika

Kako koristiti priručnik

Priručnik za primjenu DOS-a je prateći materijal uz digitalne obrazovne sadržaje (DOS) iz matematike za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred opće gimnazije (Matematika 7, Matematika 8, Matematika 1 i Matematika 2).

Sastoji se od dva bitno različita dijela: općeg dijela i dijela namijenjenog određenom razredu.

Prvi dio priručnika (prvih 7 poglavlja) priručnika daje uvod o digitalnim obrazovnim sadržajima i njihovoj ulozi u suvremenim metodama poučavanja. Ovaj dio je identičan za sve razrede.

Drugi dio priručnika daje preporuke nastavnicima za korištenje konkretnih jedinica DOS-a i multimedijalnih elemenata u odgojno-obrazovnom procesu, navodi dodatne digitalne alate i sadržaje koji će doprinijeti ostvarivanju odgojno-obrazovnih ishoda te daje smjernice i sadržaje za rad s učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (inkluzija).

Priručnik je dostupan u tri formata: PDF, ePub (format za elektroničke knjige, može se preuzeti i čitati na računalima i mobilnim uređajima) i OneNote (Microsoft OneNote 2016, digitalna bilježnica koja omogućuje na jednom mjestu održavanje bilješki i informacija s dodatnim prednostima; mogućnosti naprednog pretraživanja i umetanja multimedije).

U prvom poglavlju, koje je upravo pred Vama, navedene su upute kako koristiti priručnik na primjeru OneNote inačice.

OneNote inačica priručnika

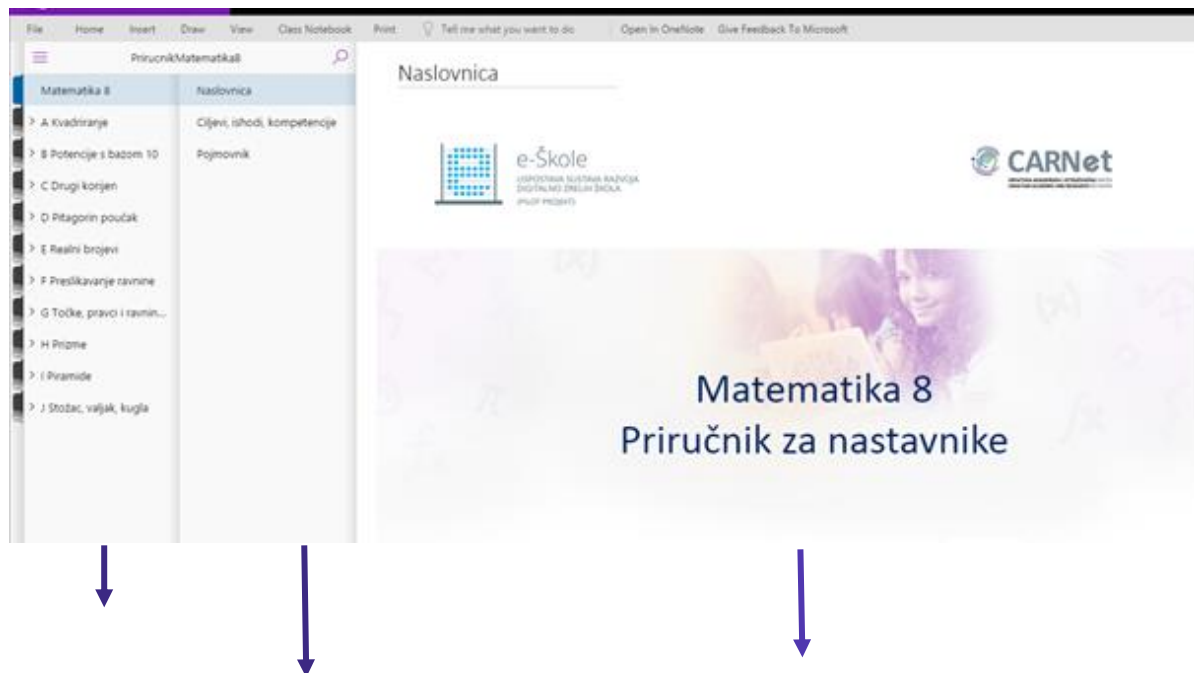
Osnovne značajke OneNote-a su:

- automatsko spremanje
- mogućnost pisanja na proizvoljnom mjestu svake stranice
- mogućnost ubacivanja svih vrsta sadržaja, dokumenata i poveznica
- mogućnost reorganiziranja i ponovnog korištenja stranica i odjeljaka
- pripadni moćni alati za označavanje i pretraživanje
- mogućnost spremanja poveznice na originalne sadržaje prilikom kopiranja
- brzo i pregledno kretanje kroz pojedine dijelove dokumenta.

OneNote inačica priručnika sadrži sve što i pdf inačica te dodatne stranice „Pomoćni interaktivni sadržaji“ na kojima su interaktivni i multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote. Tako pripremljene sadržaje učitelji i nastavnici mogu lako koristiti za nastavu te prema potrebi mijenjati i prilagoditi svojim potrebama.

U OneNote priručniku sadržaji su grupirani u odjeljke, sekcije i stranice unutar sekcija. Početni odjeljci sadrže poglavlja prvog, općeg dijela priručnika. Slijede odjeljci koji se odnose na konkretan DOS. Svaki DOS podijeljen je na module, a moduli na jedinice, što je detaljno opisano u sljedećem poglavlju.

Sadržaji koji se odnose na module konkretnog DOS-a nalaze se na stranicama odjeljka s naslovom modula, a sadržaji na razini jedinice se nalaze na stranicama sekcija s naslovima jedinica. Moduli su označeni slovima A, B, C, ..., a jedinice brojevima 1.1, 1.2 itd.



Odjeljci i sekcije

Stranice

Sadržaj stranice

Uvodni odjeljak (na slikama to je prvi odjeljak Matematika 8) ima stranice:

- **Naslovnica**
- **Ciljevi, ishodi, kompetencije**
 - Ovdje su navedeni ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini cjelovitog DOS-a prema kojima je izrađen DOS.
- **Pojmovnik**
 - U priručniku se nalazi pojmovnik ključnih pojmova prenesen iz konkretnog DOS-a.

The screenshot shows a digital textbook interface. On the left, there is a sidebar with a table of contents for 'Matematika 8'. The main content area is titled 'Ciljevi, ishodi, kompetencije' and contains the following information:

Matematika 8

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
 - Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
 - Rješavanje problemskih situacija
 - Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
 - Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
 - Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
 - Osjećivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu

Odgojno-obrazovni ishodi

- Primijeniti kvadriranje i korjenovanje pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
 - Primijeniti potenciranje s bazom 10 pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
 - Primijeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
 - Primijeniti realne brojeve pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnom životu
 - Primijeniti preslikavanja ravnine
 - Prepoznati prostorne oblike u jednostavnim situacijama izvan matematičkog konteksta koristeći se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
 - Koristiti se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
 - Riješiti problem iz matematike i svakodnevnog konteksta koristeći se mjernim obilježjima geometrijskih tijela

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
 - Donošenje odluka
 - Metakognicija
 - Suradnja
 - Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
 - Aktivno građanstvo

Slijede odjeljci koje obrađuju pojedine module (označeni slovima A, B, C ...). Svaki modul ima uvodnu sekciju (1.0. u modulu A, 2.0. u modulu B ...) i sekcije po jedinicama (1.1., 1.2. ... u modulu A; 2.1., 2.2. u modulu B itd.)

Uvodna sekcija svakog modula sadrži sljedeće stranice (na ilustracijama koje slijede to je modul *A Kvadriranje*):

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini modula.

The screenshot shows a digital textbook interface. On the left, a sidebar lists the contents of 'Priručnik Matematika 8', including sections A through J. The main content area is titled 'Ciljevi, ishodi, kompetencije' and contains the following information:

DOS Matematika 8
1. Kvadriranje

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvještavanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgovno-obrazovni ishodi

- Kvadrirati racionalni broj
- Procijeniti vrijednost kvadrata
- Napisati umnožak kvadrata kao kvadrat umnoška te količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto
- Kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva
- Prepoznati u algebarskim izrazima kvadrat zbroja i kvadrat razlike
- Rastaviti razliku kvadrata na faktore
- Primijeniti kvadriranje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula. To je sažetak metodičkih prijedloga za korištenje jedinica ovog modula, odnosno preporuke koje su primjenljive na sve jedinice.

Neki metodički prijedlozi i preporuke identični su u više modula, no ta ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se isti u još nekom drugom modulu.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Informacije na ovoj stranici podijeljene su u tri grupe.

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

- Navedeni su digitalni alati koji su preporučeni u priručniku za korištenje u ovom modulu, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute.
- Većina preporučenih digitalnih alata spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

- Navedene su poveznice na sve sadržaje predložene u jedinicama modula kao pomoć u izvođenju nastave. Tako ih nastavnici mogu naći na jednom mjestu.

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnike

- Ovdje su predloženi izvori na kojima nastavnici sami mogu pronaći i odabrati sadržaje koji im mogu pomoći u izvođenju nastave. To su interaktivni sadržaji (animacije, simulacije...), video materijali, izvori na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te također stručni članci vezani uz područje matematike koje obrađuje modul.
- Veliki broj navedenih izvora spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul

sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

The screenshot shows a digital textbook interface for Mathematics 8. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is titled "Digitalni alati i dodatni sadržaji" and lists various digital tools and resources for quadratic equations, including GeoGebra, LearningApps, Polynomials Calculator, Kahoot, and Sway.

Operativni plan

To je popis jedinica unutar modula s predviđenim brojem sati za njihovu obradu.

The screenshot shows a OneNote interface with a table of contents on the left and a detailed view of the 'Operativni plan' (Operational Plan) on the right. The table of contents lists various mathematical topics, and the 'Operativni plan' section is expanded to show a detailed schedule for the '1.0 Kvadriranje' module.

Operativni plan
9. svibnja 2017. 19:20

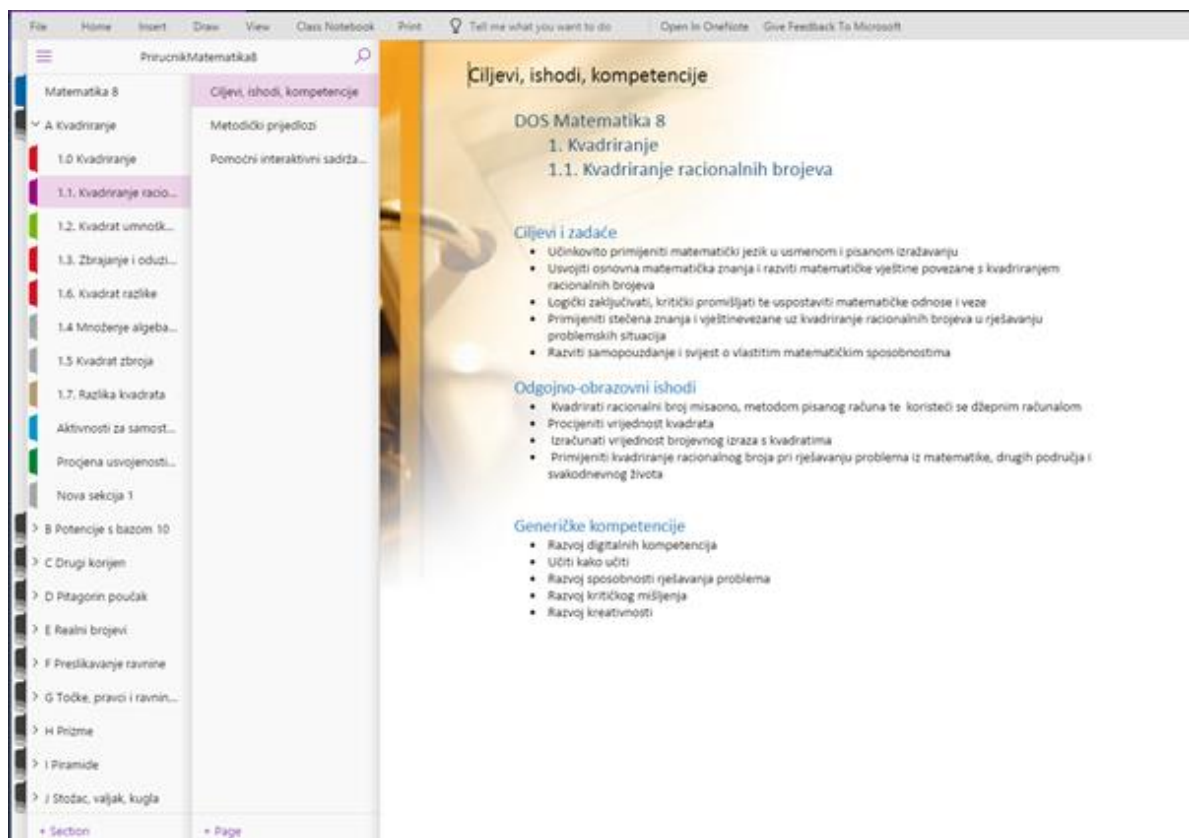
DOS Matematika 8
1. Kvadriranje

Modul	Jedinica DOS-a	Broj sati
1.	Kvadriranje	16 + 1
	1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva	3
	1.2. Kvadriranje umnoška i količnika	2
	1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	2
	1.4. Množenje algebarskih izraza	2
	1.5. Kvadrat zbroja	2
	1.6. Kvadrat razlike	2
	1.7. Razlika kvadrata	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

Sekcije uz svaku jedinicu modula (na ilustracijama to je jedinica *1.1 Kvadriranje racionalnih brojeva*) sadrže sljedeće stranice:

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije za konkretnu jedinicu. Prema njima je izrađen sadržaj jedinice.



Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja konkretne jedinice. Oni nisu pripreme za nastavnici za nastavni sat već prijedlozi nastavniku koje dijelove sadržaja može i na koji način koristiti u nastavi.

Pomoćni interaktivni sadržaji

Ovdje su interaktivni, multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote.

Sekcija “Metodički prijedlozi” podijeljena je na dva dijela:

(a) *Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice*

Započinje s općim uputama vezanim uz različite svrhe primjene jedinice (npr. obrada, ponavljanje ...), odnos prema ostalim jedinicama modula i eventualnu vezu s drugim modulima. Navedena je i preporuka koji se oblici učenja i poučavanja mogu primijeniti pri korištenju sadržaja jedinice.

Slijede prijedlozi primjene sadržaja jedinice:

- Uvod i motivacija
- Razrada sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak.

Ova podjela prati strukturu korištenu u DOS-u i tim redosljedom izdvojeni su dijelovi sadržaja koje je pogodno koristiti u nastavi. Redosljed nije sugestija organizacije nastavnog sata. Cjelovito osmišljavanje i priprema izvođenja nastave prepušteni su nastavniku, kao i izbor mjesta na kojima će uklopiti sadržaje jedinice DOS-a.

- Dodatni prijedlozi

Ovdje su navedeni dodatni prijedlozi koji mogu pomoći nastavniku u ostvarenju odgojno-obrazovnih ishoda predviđenih u jedinici. To su poveznice na digitalne sadržaje, ukazivanje na neka alternativna metodička rješenja i sl.

(b) *Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe*

- Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Svaka jedinica sadrži dijelove koji po složenosti ili sadržaju izlaze izvan okvira programa. Oni su na ovom mjestu u priručniku istaknuti, kao i prijedlozi nastavniku kako organizirati njihovo izvođenje i prezentaciju rezultata. Ponekad su u priručniku navedeni i prijedlozi zadataka/aktivnosti koji se ne nalaze u jedinici.

Aktivnosti za učenike koji žele znati više i za darovite učenike birane su kao projektni zadaci ili dodatne teme za samostalno istraživanje. Mogu se provoditi samostalno ili u manjim skupinama.

- Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje razradili su prijedloge i smjernice nastavnicima za svaku jedinicu.

The screenshot displays a digital textbook interface for 'Matematika 8'. The left sidebar shows a navigation menu with sections A through J, including '1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva'. The main content area is titled 'Metodički prijedlozi' and contains the following text:

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a
1. Kvadriranje
1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cjelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika. Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabran koncept površine kvadrata s duljinama stranica koje su prirodni brojevi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kvadrat prirodnog broja
 Motivacijski je primjer poslužio za uvođenje pojma **kvadrata prirodnog broja**. Nakon toga je i definiran kvadrat nule. Kvadrat nule može se objasniti kao kvadrat kojemu je stranica duljine nula pa je i površina takva kvadrata jednaka nuli.
 U nekoliko uvodnih primjera istaknute su važne činjenice o kvadratu prirodnog broja:

- Kvadrat je prirodnog broja prirodni broj.
- Od dva prirodna broja veći kvadrat ima onaj koji je veći.
- Postupak je kvadriranja broja različit od postupka množenja broja s dva.

Kvadrat racionalnog broja
Interaktivnim predloškom učenik **istražuje** postojanje kvadrata racionalnih brojeva. To čini postupno: prirodni brojevi s nulom, negativni cijeli brojevi, racionalni brojevi decimalnog zapisa, racionalni brojevi zapisa u obliku pravog razlomka.

Važni su naglasci u ovojme dijelu na sljedećem:

- zapis kvadrata racionalnog broja - upotreba zagrada za kvadriranje negativnih brojeva i razlomaka
- definicija kvadrata racionalnog broja
- kvadrat racionalnog broja veći ili jednak nuli
- jednakost kvadrata suprotnih racionalnih brojeva.

Važnost zagrada i upotreba zagrada
 Istaknuta je i važnost **upotrebe zagrada** te njihov utjecaj na rezultat. Učenik to može provjeriti zadatcima u kojima su zadani razni položaji zagrada u odnosu na kvadriranje. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, a tek potom odgovoriti. Dva su tipa zadataka: točno/netočno i uparivanje.

Dilepno računalo
 Kako bi se učenici znali služiti **dilepnim računalom** pri izračunavanju ili provjeri izračuna, ponuđena je 2D animacija koja im to pokazuje. Kvadrirati mogu na dva načina, množenjem broja sa samim sobom ili korištenjem tipke x^2 .

Procjena izmisa kvadrata racionalnog broja
Istraživanjem niza zadanih kvadrata pozitivnih racionalnih brojeva uočeno je ponašanje kvadrata brojeva većih od jednog cijelog i onih između nula i jedan.
 Za pozitivne racionalne brojeve veće od jednog cijelog, zadan je problem iz svakodnevice – Teph s dječju sobu.

Jedan je od važnih koraka prihvatanja koncepta kvadrata racionalnog broja sposobnost smislene **procjene kvadrata racionalnog broja**. Procjena je uvedena primjerom **Pinkiridite**. Rješavanjem primjera pokazuje se postupak provođenja misaone ili računске procjene. Procjena, pomoću najbolje ponuđene, učenik može vježbati nizom zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom.

Kvadrat mješovitog broja
 Poseban je primjer zadan za određivanje **kvadrata mješovitog broja** uz određivanje približne vrijednosti.

Istraživanje kvadrata prirodnih brojeva
 Kako bi se **otkrio** je li neki prirodni broj kvadrat, treba koristiti postupak rastavljanja na proste faktore. Dana su dva tipa zadataka: višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i točno/netočno. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek potom odgovoriti.

Važno je, također, snalažljivo ili **misaono određivanje** kvadrata nekih racionalnih brojeva pomicanjem decimalnog zarezka. Za uvježbavanje misaonog računanja nekih racionalnih brojeva, ponuđena su četiri zadatka.

Preračunavanje mjernih jedinica za površinu
 Od ključne je važnosti **povezati** kvadriranje racionalnih brojeva te misaono/snalažljivo računanje s preračunavanjem kvadratnih mjernih jedinica. Trina je primjerima uz sličovnu podrišku predstavljeno kako preračunavati kvadratne mjerna jedinice:

- o iz veće kvadratne mjerne jedinice u manju
- o iz manje kvadratne mjerne jedinice u veću.

U nivu zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom učenici mogu vježbati preračunavanje.

Redoslijed računskih operacija
 Kako je kvadriranje računska radnja trećeg stupnja, potrebno je opisati **redoslijed računskih operacija** u zadatcima u kojima se pojavljuje kvadriranje, množenje/djeljenje i zbrajanje/oduzimanje racionalnih brojeva. Za uvježbavanje izračuna izraza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva osmišljena je zabavna aplikacija na poveznici **kvadrat.broja**. Kad učenik točno rješava zadatke, otvara se sličica. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti.
 Osim te aplikacije, zadana su još dva zadatka uparivanja za izračunavanje računskih izraza s kvadratima.

Primjena
 Dva primjera, od kojih jedan koristi 2D animaciju za objašnjenje postupka rješavanja, uvode učenika u niz zadataka **primjene naučenog** za rješavanje problemskih situacija iz matematike ili svakodnevice. Ponuđeni su i posebno označeni zadatci **korrelacije**, koji u sebi sadrže i ishod primjene **postotnog računa**.

Zanimljivost
 Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost** vezana za šahovska polja i promjer postolja šahovske figure pještaka. Ta je zanimljivost iskorištena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao **projektni i nagradni** zadatak za učenika.

Zanimljivost
Prije kraja, predstavljena je zanimljivost vezana za lahovske poja i promjer postoja lahovske figure pjesaka. Ta je zanimljivost iskorisćena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao projektni i nagradni zadatak za učenike.

Završetak
U završnom je dijelu dan osvrt na najvažnije ishode koje je učenik trebao ostvariti u ovoj jedinici.

Dodatni prijedlozi

- Motivacijski primjer može biti ideja za školski projekt Matematika u školskom vrtu. Pritom kvadrati ne moraju biti jedan izvan drugog već jedan unutar drugog. Svaki razred može u svom dijelu zasaditi cvijeće, ljekovito bilje, itd.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

Pet načina za izračun kvadrata dvoznamenkastog broja:
<http://math-equation.com/methods-to-square-two-digit-numbers-in-seconds/>

Kako izračunati kvadrate velikih brojeva:
<http://wiredaboutmath.com/2007/11/04/how-to-square-large-numbers-quickly-part-1/>

Metode starih Veda za mentalno računanje kvadrata brojeva:
<http://brilliant.org/discussions/thread/vedic-maths-trick-to-find-squares-of-numbers-2/>

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da učenici koriste konkretne didaktičke materijale, dječno računalo i slično. Neka kvadriranje samo prirodne brojeve i taj kvadrat i prikazuju staganjem konkrata u obliku kvadrata.

Računalna igra:
<https://sites.google.com/site/ymsukovicmatematika/8-razred/8-1-kvadriranje-igra>
<https://www.mathlearningcenter.org/web-apps/goboard/>
<https://www.mathsfun.com/boards/1001.html>

Za učenike s oštećenjem vida preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, lupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad ustrnu valja koristiti (tablica, šilo, štaci ekrana, itd.). U scenarijima valja odabrati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili poprati usmeno ili predločima s kratkom uputom na što učenik valja usmjeriti pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastave jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik govorne tehnologije, istu valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S izborom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stružnu podršku u vidu asistenta, preporuča se pomoć asistenta pri uređivanju zaslona tijekom prolazanja nastavnim jedinicama i označavanju količina na brojevnom pravcu.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prva tri zadatka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda. U radu s učenicima valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake i usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Učenici s intelektualnim teškoćama mogli bi dobiti prvi ishod učenja ove jedinice uz korištenje dječnog računala, te četviti ishod – primjeniti kvadriranje racionalnih brojeva pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Kad god je to moguće, zadatak valja poprati vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arsapac.org/>

Za učenike s poremećajima govorno-jezično-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranje usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, dijagrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličnu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podcrtavanjem teksta. Valja voditi računa da im se pojednostavne sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). U istaknutog definiciji kvadriranja potrebno je maknuti elekt odraz. Dopustiti im korištenje dječnog računala pri rješavanju zadataka.

Za učenike s poremećajima u ponašanju valja je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjenjena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprikladnih ponašanja.

Interaktivni sadržaji koji su umetnuti u OneNote navedeni su kao poveznice u popisu "Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS".

File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open in OneNote Give Feedback To Microsoft

PriručnikMatematika8

Matematika 8
A Kvadriranje
1.0 Kvadriranje
1.1. Kvadriranje racio...
1.2. Kvadrat umnoži...
1.3. Zbrajanje i oduzi...
1.6. Kvadrat razlike
1.4 Množenje algeba...
1.5 Kvadrat zbroja
1.7. Razlika kvadrata
Aktivnosti za samost...
Procjena usvojenosti...
Nova sekcija 1
B Potencije s bazom 10
C Drugi korijen
D Pitagorin poučak
E Realni brojevi
F Preslikavanje ravine
G Točke, pravi i ravin...
H Prizme
I Piramide
J Stožac, valjak, kugla

Ciljevi, ishodi, kompetencije
Metodički prijedlog
Pomoćni interaktivni sadržaji

Tuesday, May 23, 2017 10:35 PM

Pomoćni interaktivni sadržaji

DOS Matematika 8
1. Kvadriranje
1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Geogebra:
Za usjetbavanje izračuna craza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva.

[Kvadrat broja](#)

U kućicu ispred zadatka upišite slovo kvadratića koji sadrži točan odgovor.

A	B	C
10	-20	1
D	E	F
54	20	2
G	H	I
-30	-49	0

odabir zadatka

- $1\frac{1}{4} - 0.5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 0.5^3$
- $\frac{-5}{100} (20)^2$
- $-0.25 + (-1.5)^2$
- $150 \cdot (0.4)^2$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1$
- $10.5^2 - 9.5^2$
- $14.4 \cdot (-1.2)^2$
- $[-(-3.5)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2] \cdot 1.2$
- $\frac{16}{25} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$

Opisani sadržaji identični su onima koji se nalaze u pdf inačici priručnika, razlika je djelomično u njihovom rasporedu.

Ukoliko vam treba pomoć u snalaženju s OneNoteom možete pročitati i ove kratke upute.



Hrvatski-ONENOTE
2016 WIN QUICK START

Što je DOS?

Što je DOS?

Pojam "digitalni obrazovni sadržaj" (DOS) je naziv za sadržaj namijenjen korištenju u obrazovanju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni u sklopu pilot projekta e-Škole namijenjeni su učenicima za samostalno učenje i samoprocijenu kod kuće i na nastavnom satu. Nastavnik će koristiti DOS zajedno s priručnikom kako bi obogatio svoj način poučavanja i primjenom novih strategija i metoda učeniku omogućio aktivno učenje.

Cilj DOS-a je poticati kod učenika aktivno učenje na inovativan, učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Nastavniku pak DOS omogućava ostvarivanje definiranih odgojno-obrazovnih ishoda uz primjenu raznolikih strategija, pristupa i metoda poučavanja.

U DOS-u su korištene sve prednosti digitalnih tehnologija poput interaktivnosti, nelinearnosti, multimedijalnosti, modularnosti i prilagodljivosti.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Struktura DOS-a

Digitalni obrazovni sadržaji iz matematike pokrivaju cjelokupni opseg trenutačno važećeg kurikuluma/nastavnog programa određenog razreda i obuhvaća ukupni godišnji fond školskih sati predviđenih za matematiku.

Svaki DOS je podijeljen na jedinstvene samostalne cjeline – module (po deset u svakom razredu). Moduli koji čine cjeloviti DOS realizirani su kao zasebni paketi sadržaja koje je, osim kao dio cjelovitog DOS-a, moguće koristiti neovisno o drugim modulima istog DOS-a.

Svaki modul se sastoji od nekoliko jedinica, a svaka jedinica obuhvaća sadržaj učenja i poučavanja za čije provođenje je predviđeno jedan do tri školska sata. Jedinice su međusobno povezane i nadovezuju se jedna na drugu. Odabrani redoslijed jedinica je prijedlog autora, no ponekad su moguća i drugačija rješenja.

Jedinice kao dio modula

Svaka jedinica ima sljedeće dijelove:

- uvod i motivaciju: Na početku...
- razradu sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak: ...i na kraju.

Na početku su navedeni odgojno-obrazovni ishodi za tu jedinicu DOS-a.

ŠTO ĆU NAUČITI?

Matematika 1 > Brojevi > 1.1. Skupovi

1.1. Skupovi

Europska unija
Zajedno do budućnosti EU

ŠTO ĆU NAUČITI?

- ✓ Definirati osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Provesti osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Rabiti matematički jezik vezan za skupove
- ✓ Riješiti jednostavnije problemske zadatke sa skupovima

Uvod i motivacija

Na početku...

Jedinice započinju motivacijskim primjerom.

Na početku...

Obujam jedne Kuće-kocke u Rotterdamu je 422 m^3 . Kolika je duljina plošne dijagonale?



Kubuswoningen, Rotterdam

Označimo duljinu stranice kocke s a . Obujam kocke je $V = a^3$.

Plošna dijagonala je $d = a\sqrt{2} = \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{2}$.

Možemo li ovaj izraz srediti, svesti na jedan korijen?

Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada sadržaja učenja i poučavanja načinjena je sukladno načelima konstruktivističke nastave matematike u kojem se od učenika očekuje da uočavaju, istražuju, proučavaju, opažaju, povezuju i zaključuju kako bi izgradili vlastito matematičko znanje.

Pri tome se koriste multimedijски elementi:

- ilustracije/fotografije
- 2D i 3D animacije
- video zapisi
- interakcije (elementi koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem).

Primjer 1.

Primjeri sadrže pitanja ili računске zadatke koji su detaljno pojašnjeni i riješeni.



Zadatak 1.

Rješenje

Zadaci su dani u obliku interakcija u kojima učenik dobiva povratnu informaciju o točnosti rješenja ili se rezultat i dijelovi postupka dobivaju pomoću tipke Rješenje.



Praktična vježba

U jedinicama se nalaze opisi praktičnog rada učenika. Često su popraćeni crtežima, animacijama ili video zapisom.



Povezani sadržaji

Korelacije s drugim predmetima posebno su istaknute kao bi učenicima skrenuli pažnju na njih i potaknuli ih da povezuju znanja usvojena u pojedinim predmetima. Možete ih koristiti kao ideju za međupredmetne teme pogodne za učeničke projekte.



Projekt


Projekti i projektni zadaci su ponuđeni kao drugačiji pristup učenju. Kroz njih učenik kroz različite oblike rada uči i primjenjuje naučeno kako bi realizirao i ostvario ciljeve projekta. U radu na projektu i projektnim zadacima moguće je osmisliti zadatke za različite razine učeničkog znanja tako da u njima mogu sudjelovati svi učenici.

U priručniku su navedeni prijedlozi i preporuke kako organizirati rad na projektu i koje upute dati učenicima.



Kutak za znatiželjne

U "Kutku za znatiželjne" nalaze se obogaćeni sadržaji koji su izvan okvira obaveznog programa/kurikuluma. Prvenstveno su namijenjeni darovitim učenicima. Sadržaji se obogaćuju tako da se ishodi iz obaveznog kurikuluma proširuju sadržajima koji se inače rijetko dotiču pa se uči šire ili se postojeći ishodi dopunjavaju složenijima pa se uči dublje. Neki od sadržaja predstavljaju akceleraciju jer se nalaze u obaveznom kurikulumu viših razreda.



Zanimljivost

Ruski se matematičar Nikolai Grigorievich Chebotaryov (1894. – 1947.) bavio algebrom polinoma. Hobi mu je bio faktorizacija izraza $x^n - 1$ za razne vrijednosti cijeloga broja n . Svoja je razmišljanja i rezultate bilježio na papir jer u vrijeme kada je živio, nije bilo računala koja nam danas olakšavaju račun.

Jedinice sadrže niz zanimljivosti. Možete ih koristiti kao motivaciju u bilo kojem dijelu nastavnog sata.

Završetak

...i na kraju

Na kraju svake jedinice nalazi se podsjetnik na najvažnije dijelove jedinice, zadatci za ponavljanje, prijedlozi za daljnje istraživanje, ideje za suradničko učenje, igre ili prijedlozi za projekte.

Matematika 1 > Koordinatni sustav u ravni > 5.5. Primjena koord. natnog sustava

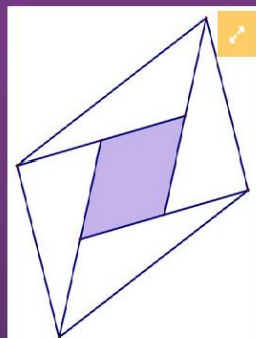
...i na kraju

Riješite ovaj geometrijski zadatak s pomoću analitičke geometrije.

Stranice romba produžite kao na skici za dužinu stranice romba. Spojite dobivene vrhove. Koliko je puta površina dobivenog četverokuta veća od površine romba?

Za početak ćemo zadati vrhove romba $A(2, 1)$, $B(7, 3)$, $C(9, 8)$ i $D(4, 6)$.

Pokušajte popočiti zaključak.



Rješenje

PROCIJENITE SVOJE ZNANJE



Rubrika *Procijenite svoje znanje* nalazi se na kraju odabranih jedinica. Sastoji se od niza konceptualnih pitanja i zadataka za učenje, vježbanje i samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Zadaci su oblikovani na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno;
- višestruki odabir s jednim točnim odgovorom;
- višestruki odabir s više točnih odgovora;
- unos točnog odgovora;
- uparivanje odgovora;
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, markera, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola);
- grupiranje elemenata;
- uređivanje poretka elemenata;
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora;
- umetanje riječi koje nedostaju upisom;
- unos rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Rubrika *Procijenite svoje znanje* namijenjena je učeniku za samostalni rad te mu služi kao alat za samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na razini jedne odnosno nekoliko jedinica. Učenik dobiva povratnu informaciju o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Aktivnosti za samostalno učenje

Matematika 1 > Brojevi > 1. Aktivnosti za samostalno učenje

1. Aktivnosti za samostalno učenje

U posebnoj jedinici *Aktivnosti za samostalno učenje* nalaze se aktivnosti namijenjene učenicima za samostalan rad koje pomažu u učenju i usvajanju odgojno-obrazovnih ishoda modula te aktivnosti koje učenicima nude da dodatno istraže teme vezane uz modul. Sadržavaju nekoliko vrsta zadataka, često s primjerima iz svakodnevnog života, u kojima su stopljena znanja i vještine usvojene u pojedinim jedinicama modula. Zadaci su različite razine složenosti te su neki namijenjeni svim učenicima, a neki učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima.

Jedinicom *Aktivnosti za samostalno učenje* možete se koristiti u cijelosti na nastavnom satu na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog ovim modulom ili u dijelovima koji dopunjavaju pojedine jedinice.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Matematika 1 > Linearna funkcija > Procjena znanja

Procjena znanja

Posebna jedinica *Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda* sadržava zadatke za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula i učenike uputite na nju na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog modulom.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula. Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Pojmovnik

U svim jedinicama DOS-a pojmovi koje se željelo istaknuti pisani su podebljanim slovima.

Najvažniji pojmovi navedeni su i u Pojmovniku. Klik na pojam vodi na početak jedinice u kojoj je definiran.

Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS

Nastava je organizirana, cilju usmjerena odgojno-obrazovna djelatnost. Odnos triju čimbenika nastave: učenika, nastavnika i nastavnih sadržaja opisuje didaktički trokut. Pritom su učenik i nastavnik subjekti nastavnog procesa, a nastavni sadržaji (sadržaji učenja) su predmet nastave. Naglašavanje važnosti pojedinog čimbenika nastave označavaju sintagme kao nastava orijentirana na učenika, nastavnika ili nastavne sadržaje.

DOS kao nastavni sadržaj namijenjen je prvenstveno učeniku s ciljem poticanja aktivnog učenja na učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Stoga je u didaktičkom trokutu učenik - nastavnik - DOS naglašena važnost učenika i međudjelovanje učenika i nastavnog sadržaja (u našem slučaju DOS-a). Uloga nastavnika kao nužnog subjekta nastavnog procesa u ovom trokutu i njegovo međudjelovanje s učenikom i DOS-om još pojačavaju orijentiranost nastave na učenika.

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima, prikladan je za korištenje na nizu različitih platformi od mobilnih uređaja do stolnih računala, uključuje primjenu multimedijских elemenata, omogućava različite pristupe učenju i poučavanju. Mogućnost samoprocjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda i praćenje vlastitog napretka daje učeniku smjernice za daljnje učenje odnosno vraća ga na jedinice DOS-a čiji ishodi nisu u potpunosti usvojeni.

DOS slijedi suvremena nastavna načela:

- poticanje cjelovitog razvoja i dobrobiti učenika;
- povezanost sa životnim iskustvima, očekivanjima i usvojenim znanjima učenika;
- aktivna uloga učenika u učenju;
- izbornost i individualizacija;
- usmjerenost prema suradnji;
- osiguravanje poticajnog i sigurnog okruženja;
- relevantnost za sadašnji život;
- zanimljivost kao osnova pozitivne motivacije;
- poticanje inkluzije i uvažavanje različitosti;
- vertikalna povezanost sa sadržajima koji prethode i koji se nastavljaju te horizontalna povezanost s ostalim predmetima, međupredmetnim temama i modulima;
- odgovarajući omjer širine i dubine znanja i vještina.

Time DOS proširuje okvire didaktičkog trokuta i njegovom implementacijom nastavni proces postaje didaktički mnogokut.

Učenici uče u okruženju koje omogućuje konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te aktivnom i iskustvenom učenju usmjerenom prema pitanjima i istraživanju.

Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a

Današnji učenici, bitno više od prijašnjih generacija, odrastaju okruženi multimedijama, izloženi brzom protoku i dostupnosti informacija. Nove tehnologije sastavni su dio svakodnevnog života i nužno imaju utjecaj i na nastavni proces, kao što je već navedeno u prethodnom poglavlju.

Multimedijским elementima omogućuje se prezentacija obrazovnih sadržaja kombinacijom slike, zvuka i teksta te uključivanje interaktivnih elemenata koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem. Sve to doprinosi privlačenju pozornosti učenika, zainteresiranosti i motivaciji te razumijevanju sadržaja i primjeni stečenih znanja u novim situacijama.

Multimedijски i interaktivni elementi DOS-a

Multimedijски elementi DOS-a uključuju:

- zvučni zapis
- fotografije/ilustracije
- video zapis
- 2D i 3D animacije.

Ovo su elementi niske razine interaktivnosti, pri čemu interaktivnost uključuje pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa.

- Interaktivni elementi srednje razine interaktivnosti uključuju:
- pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom aktivnošću
- obrazac za ispunjavanje
- označavanje odgovora
- unos teksta, formula ili audio zapisa
- povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja (engl. zoom in) i sl.

Nalaze se u standardnim zadacima za učenje, ponavljanje i samoprovjeru odgojno-obrazovnih ishoda kao što su npr. da/ne pitalice, višestruki odgovori, povlačenje na sliku, uparivanje, grupiranje elemenata itd.

- Elementi visoke razine interaktivnosti uključuju:
- didaktične igre
- simulacije s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima
- mogućnost dobivanja povratnih informacija
- 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom, i sl.

Značajna uloga multimedijских elemenata u DOS-u je upravo interaktivnost. Interaktivni elementi omogućuju aktivno sudjelovanje učenika u nastavnom procesu. Kroz manipulaciju određenih elemenata učenici mogu uočavati pravilnosti, postavljati i provjeravati hipoteze te metodom nepotpune indukcije donositi opće zaključke. Interaktivni elementi visoke razine omogućuju uvođenje eksperimenta u nastavu matematike.

Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima

Znanje je oduvijek bilo jedan od osnovnih instrumenata razvoja društvenih zajednica i uspješnih nacionalnih gospodarstava. U suvremenim uvjetima, osobito globalizacijskim, novostvorena znanja kao rezultat istraživanja i inovacije, postaju ne samo temelj već i ključni čimbenik razvoja nekog društva. Za uspješnu tranziciju prema društvu utemeljenom na znanju uz tradicionalan pristup, nužni su novi pristupi obrazovanju i poučavanju.

Sve se više raspravlja o tzv. cjeloživotnom učenju, odnosno o aktivnosti učenja tijekom života, s ciljem unapređivanja znanja, vještina i sposobnosti unutar osobne, građanske, društvene i poslovne perspektive.

Osim formalnog obrazovanja u obrazovnim institucijama poput škola, veleučilišta i fakulteta, sve se veća pozornost pridaje neformalnom obrazovanju putem dodatne edukacije na tečajevima i seminarima te informalnom obrazovanju koje pojedinac stječe vlastitim radom, komunikacijom, čitanjem, razvijanjem vještina, iskustava i znanja.

Uz koncept cjeloživotnog učenja najčešće se vezuju ciljevi ekonomske prirode, primjerice postizanje veće konkurentnosti na tržištu rada. Međutim, cjeloživotno učenje usmjereno je prema osobi i njenim individualnim sposobnostima, poboljšanju njenog ponašanja, raspolaganju informacijama, povećanju znanja, razumijevanju, novim stavovima. Koncept cjeloživotnog učenja, razvijen u šezdesetim godinama prošlog stoljeća, odgovor je na problem neusklađenosti između obrazovanja mladih i odraslih osoba.

Da bi mogli ostvariti koncept cjeloživotnog učenja, do kraja obaveznog obrazovanja treba razviti određene kompetencije koje predstavljaju temelj za daljnje učenje.

Tradicionalni pristupi učenju i poučavanju dugo su bili obilježeni razredno-satnim i predmetno-satnim sustavom te frontalnom nastavom što ne može zadovoljiti zahtjeve koncepta cjeloživotnog učenja.

Nastavni proces treba omogućiti:

- uvođenje novih oblika učenja
- istraživačko i eksperimentalno poučavanje
- ispitivanje i procjenu različito postavljenih ishoda učenja
- doprinos općem sustavu obrazovanja
- doprinos razvoju svakog učenika prema njegovim sposobnostima.

DOS je razvijen na tragu ovih zahtjeva. Suvremena nastavna tehnologija ne negira tradicionalne pristupe nastavi već se na njima temelji i proširuje broj i značaj didaktičkih elemenata nastave sagledavajući ih u novim odnosima (didaktički mnogokut).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja u jedinicama DOS-a prati tradicionalnu metodiku poučavanja matematike.

U uvodu se opaža/uvodi problem pri čemu se u najvećoj mogućoj mjeri koriste primjeri iz svakodnevnog života. Nakon toga se, ovisno o problemu, upotrebljavaju različite znanstvene metode: analiziranje, sintetiziranje, apstrahiranje, induciranje, deduciranje, generaliziranje, specijaliziranje ili upotreba analogija. Da bi se u potpunosti usvojio sadržaj dan je niz primjera i zadataka s rješenjima. Sistematizacija i povezivanje sadržaja te procjena znanja, također su sastavni dio DOS-a. Samoprocjena daje učeniku samostalnost pri učenju, ali zahtjeva i odgovornost te smjernice za daljnje učenje.

Multimedijski elementi doprinose motivaciji, boljem razumijevanju sadržaja i aktivnom sudjelovanju učenika u nastavi.

U DOS-u se nastavnici susreću s digitalnim alatima i raznim digitalnim sadržajima. Radi lakše implementacije digitalnih tehnologija u nastavu matematike u ovaj priručnik je uključen popis digitalnih alata, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute. Navedeni su dodatni materijali i poveznice na sadržaje koji mogu pomoći u izvođenju nastave uz DOS te poveznice na izvore gdje nastavnici sami mogu pronaći i odabrati odgovarajuće sadržaje (animacije, simulacije, video materijale, izvore na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te stručne članke vezane uz područje matematike koje obrađuje modul).

To je pomoć nastavniku u uvođenju novih oblika učenja.

Implementacija digitalnih tehnologija u nastavu matematike dodatno motivira učenike i nastavu čini maštovitom i atraktivnom. Digitalni alati i sadržaji imaju značajnu ulogu u provođenju mjerenja i obradi rezultata, a simulacije zorno predočuju procese koje iz različitih razloga inače nismo u mogućnosti tako jasno vidjeti.

Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS

Motivacija je unutarnja snaga koja pokreće čovjeka na aktivnost i usmjerava ga k ostvarenju određenog cilja.

Motiviranje učenika za nastavu obuhvaća sve što potiče na učenje, usmjerava ga, i potiče osobni interes za određeni predmet ili područje te povećava osobnu razinu postignuća.

Motivacija u nastavi sastavni je dio uvodnog dijela nastavnog sata pri uvođenju i predstavljanju problema, no može biti prisutna u svim stadijima nastavnog sata: pri obradi, vježbanju ili ponavljanju nastavnih sadržaja.

Većina jedinica DOS-a započinje motivacijskim primjerom. Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

U razradi sadržaja naći ćete zanimljivosti koje možete koristiti kao motivacijske elemente u bilo kojem dijelu sata.

Interaktivnost i elementi igre također motiviraju učenike.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svakom modulu DOS-a osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda pojedinog modula. Samoprocjenom i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska.

Na kraju nekih jedinica je nekoliko konceptualnih pitanja i zadataka kojima se ostvaruje svrha ovakvih procjena. Dodatno, u posebnoj jedinici (Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda) možete pronaći više interaktivnih zadataka za provjeru usvojenosti svih odgojno-obrazovnih ishoda cijeloga modula.

Zadaci koji su sastavni dio procjene oblikovani su na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno
- višestruki odabir s više točnih odgovora
- odabir jednog točnog odgovora (uključujući i matematičke simbole i jednostavne formule)
- uparivanje odgovora
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola)
- grupiranje (razvrstavanje) elemenata
- uređivanje poretka elemenata
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora

- umetanje riječi koje nedostaju upisom
- numeričko umetanje (mogućnost zadavanja intervala brojeva u kojem se nalazi rješenje)
- povlačenje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora
- povlačenje rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Prilikom rješavanja zadataka kod kojih se očekuje od učenika upisivanje riječi koja nedostaje, obrazovni sadržaj neće, kao točno, prihvatiti rješenje koje je matematički točno, ako je riječ pogrešno napisana (pravopisna pogreška). Ova opaska nije unesena u obrazovne sadržaje kako se pažnja učenika ne bi skrenula s matematike na pravopis, no u takvim situacijama bit će potrebna pomoć nastavnika.

Suvremene nastavne metode i DOS

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima i različite pristupe učenju i poučavanju.

U školskom okruženju DOS je moguće koristiti za rad u učionici opće namjene. Poželjno je da učionice budu opremljene prijenosnim ili stolnim računalima, interaktivnom pločom ili pametnim ekranom i sl.

Osobitost DOS-a je mogućnost njegova korištenja na raznim uređajima (mobilni telefoni, tableti, prijenosna i stolna računala) te je pogodan i za rad izvan školskog okruženja.

Kroz aktivnosti za učenje, način prezentacije sadržaja i elemente za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda DOS stavlja težište na promicanje suvremenih nastavnih metoda, na strategije i pristupe kao što su rješavanje problema, istraživačka i projektna nastava i suradničko učenje te razvoj kritičkog mišljenja, sposobnosti rješavanje problema i donošenja odluka, metakogniciju, digitalnu pismenost i aktivno građanstvo.

U skladu s prirodom nastave matematike i matematike kao znanstvenog područja, DOS osobito snažan naglasak stavlja na aktivnosti koje potiču iskustveno učenje, projektno učenje i učenje kroz istraživanje. DOS sadrži interaktivne elemente u kojima učenici imaju mogućnost mijenjanja vrijednosti različitih parametara te na temelju rezultata uočavaju pravilnosti, postavljaju i provjeravaju hipoteze, a metodom nepotpune indukcije donose opće zaključke.

Multimedijski i interaktivni elementi omogućuju aktivno i iskustveno učenje usmjereno prema pitanjima, problemima i istraživanjima, konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te razvijanje učenikovih kompetencija za snalaženje u novim situacijama.

Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama

Kao što je na početku priručnika navedeno, metodičko-didaktički prijedlozi za učenike s posebnim obrazovnim potrebama koji uključuju darovite učenike kao i učenike s različitim teškoćama slijede svaku nastavnu jedinicu kao i aktivnosti za samostalno učenje. Inkluzivni pristup u procesu obrazovanja podrazumijeva učenje o različitosti od strane drugih kao i jedan podržavajući i ravnopravni odnos. U nas se već niz godina njeguje inkluzivni pristup u smislu uključenosti učenika s teškoćama u sustav obrazovanja na način da su uvažene njihove individualne potrebe putem uvođenja različitih prilagodbi i osiguravanja podrške.

Učenici s teškoćama su heterogena skupina pa tako zadatak koji je težak jednom učeniku s disleksijom neće biti težak drugome učeniku s istom teškoćom. Kako bi im se osigurala primjerena podrška prilikom obrazovanja, važno je prepoznavati te razumjeti njihova obilježja i poznavati osnovne vrste prilagodbi. Timski rad u okviru kojega surađuju predmetni nastavnici, stručni tim škole, pomoćnici i roditelji bi trebao iznjedrati različite mogućnosti prilagodbe za što učinkovitije usvajanje sadržaja iz matematike i fizike za svakog učenika ponaosob. Metodičko-didaktički prijedlozi koji se odnose na učenike s teškoćama su u početnim modulima i jedinicama napisani na način da obuhvate temeljne smjernice za svu djecu s teškoća te su kroz daljnje jedinice razrađeni specifično u odnosu na sadržaj same jedinice kao i na obilježja određene teškoće.

Primjerice, u matematici za osmi razred, u nastavnoj jedinici 1.2. koja se odnosi na uređene parove nastavnicima je sugerirano da obrate pažnju na jezično složenije zadatke koje valja pojednostaviti i popratiti vizualnim primjerima kako za učenike koji se školuju po prilagođenom programu tako i za učenike s disleksijom i/ili diskalkulijom:

PriručnikMatematika7

imaju stručnu pomoć asistenta, preporučuje se da asistent pomogne pri uvećanju zaslona u obradi nastave jedinice i u označavanju koeficijenta na brojevnom pravcu. Pojedine zadatke valja jošito prilagoditi (ili skratiti i popratiti slikama (grafičkim simbolima: <https://www.arasaac.org/>). Zadatak Serenju građom može se predstaviti učenicu na sljedeći način:

Lusa i Nikola stanuju se kod (20;4, 8;14), prolaze će do (20;22, 13;27). Razgledat će (29;4, 17;26), (36;62, 22;52), (18;13, 23;2), (23;8, 27;52) te na kraju (19;21, 30;15).

a) U kojem se gradu nalaze Lusa i Nikola?

b) Imenaj ustanovu ispred koje su se našli i park pokraj te ustanove.

c) Na kojem trgu su pojeli sladoled?

d) Na koji pronađimo i imenajmo znamenitosti koje su posjetili.

e) Ako ih baka želi odvesti na (5;02, 2;07), što bi tamno Lusa i Nikola mogli raditi?

U prijedlozima se nastavnike podsjeća na uporabu funkcionalnosti koje su ugrađene u DOS-ove, a mogu olakšati praćenje nastave učenicima sa specifičnim teškoćama učenja kao i onima koji imaju teškoće vizualne obrade (promjena fonta, boje pozadine, uvećanje zaslona). Nadalje, ostvarene su poveznice između samoga gradiva i obilježja teškoća koje mogu probuditi učenikov interes za nastavne sadržaje, na primjeru iz fizike (sedmi razred, jedinice 1.5 i 1.7):

„Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se povezati masu tijela i mjerne jedinice s interesima učenika koji su često iznimno izraženi ili atipični u svim zadacima u kojima je to moguće. Primjerice, ako učenik voli kuhanje, može ostalim učenicima demonstrirati svoj omiljeni recept kao i mase pojedinih sastojaka.“

„Uvijek je važno uzeti u obzir moguću senzoričku preosjetljivost učenika s poremećajem iz spektra autizma na određene podražaje te u skladu s tim prilagoditi nastavnu jedinicu (miris svijeće s aromom vanilije).“

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće nisu zamišljeni na način da osiguravaju prilagođeni materijal za poučavanje niti svojevrсни „recept“, već nastavnike podsjećaju na prilagodbu načina poučavanja i one segmente nastavne jedinice koje bi trebalo dodatno pojasniti, ponoviti, pojednostaviti, predstaviti na drugačiji način ili na razinu složenosti zadataka od kojih valja odabrati one jednostavnije. U prijedlozima je naglašena važnost uporabe pomagala koja olakšavaju učenje te svih aspekata digitalne tehnologije.

Inkluzivni pristup podrazumijeva uvažavanje različitosti koje je izrazito važno razviti kao vrijednost kod učenika tipičnoga razvoja zbog čega se, uz ostale prijedloge, preporuča provoditi što više vršnjačke suradnje (primjerice u aktivnostima za slobodno učenje).

Modul 3: Drugi korijen

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Usvajanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješćivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Procijeniti cjelobrojni dio vrijednosti drugoga korijena
- Izračunati i približno odrediti drugi korijen koristeći se džepnim računalom
- Izračunati vrijednost izraza s korijenima
- Djelomično korjenovati
- Racionalizirati nazivnik
- Pojednostaviti izraz s korijenima, množenjem/dijeljenjem, zbrajanjem/oduzimanjem i djelomičnim korjenovanjem, racionaliziranjem nazivnika
- Riješiti kvadratnu jednadžbu oblika $x^2 = a$, $a \in \mathbb{Q}$
- Primijeniti drugi korijen pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

U ovom modulu učenici 8. razreda primjenjuju znanja i vještine računanja s drugim korijenom.

Modul započinje upoznavanjem pojma drugog korijena i njegovom izravnom vezom s kvadratom broja. U nastavku učenici zbrajaju i oduzimaju korijene istih radikanda te množe i dijele korijene. Djelomično korjenovanje i racionalizacija nazivnika zaokružuju fazu u kojoj učenici računaju korijenima općenito. U raznim zadacima primjene učenici imaju priliku primijeniti svoja znanja pri postavljanju zadatka koristeći korijene, a vještinom računanja i njegovo rješavanje. Učenje novih znanja vezanih za drugi korijen završava s kvadratnom jednadžbom koja će nadalje biti neophodan dio postavljanja i rješavanja svakog, pa čak i najjednostavnijeg zadatka.

Pred učenicima su novi koncepti koji se pojašnjavaju animacijskim prikazima i geometrijskim i algebarskim tumačenjima.

U modulu je ravnopravno zastupljeno stjecanje vještina baratanja računskim i algebarskim izrazima, prepoznavanje i uzajamno povezivanje geometrijskih koncepata s algebarskim izrazima, kao i primjena stečenih znanja.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete koristiti na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete koristiti kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dileme.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskog i suradničkog rada učenika, pri čemu možete pripremljene sadržaje koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice Yammer društvenoj mreži, Teams okruženju za timove ili OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici.

Uz svaku je jedinicu u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavnu uporabu s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

GeoGebra

Geogebra je računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorena koda, dostupan na hrvatskom jeziku na www.geogebra.org.

Više o GeoGebri pročitajte na: <https://e-laboratorij.carnet.hr/>.

LearningApps

LearningApps je jednostavno sučelje za izradu različitih interaktivnih sadržaja kao što su kvizovi i igrice uparivanja. Dostupno je na poveznici <https://learningapps.org/createApp.php>.

Polynomials Calculator

Ovo je *online* kalkulator koji se, između ostalog, može iskoristiti za računanje s algebarskim izrazima. Dostupan je na poveznici [Polynomials Calculator](#).

Algebarsko računalo

<https://www.mathway.com/ProblemWidget.aspx?subject=Algebra&affiliateid=affil18092>

Kahoot

Ovo je aplikacija koja omogućava kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah po završetku kviza. Kahoot je besplatan za korištenje. Sadrži veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i koristiti, preraditi ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.

Više o Kahootu pročitajte na linku [e-laboratorij](#).

Sway

[Sway](#) je *online* alat za izradu, organizaciju i dijeljenje sadržaja u obliku interaktivne mrežne stranice; svojevrsni hibrid između prezentacije i klasične mrežne stranice. Pomoću Swaya možete napraviti prezentacije, interaktivne sadržaje, izvještaje, fotoalbume, radne materijale za nastavu i slično. Izrada i organizacija sadržaja pojednostavljena je korištenjem gotovih predložaka rasporeda i dizajna.

Više o Swayu pročitajte u [CARNETOVOM e-laboratoriju](#) ili na stranici [Početak rada s aplikacijom Sway](#).

Office Mix

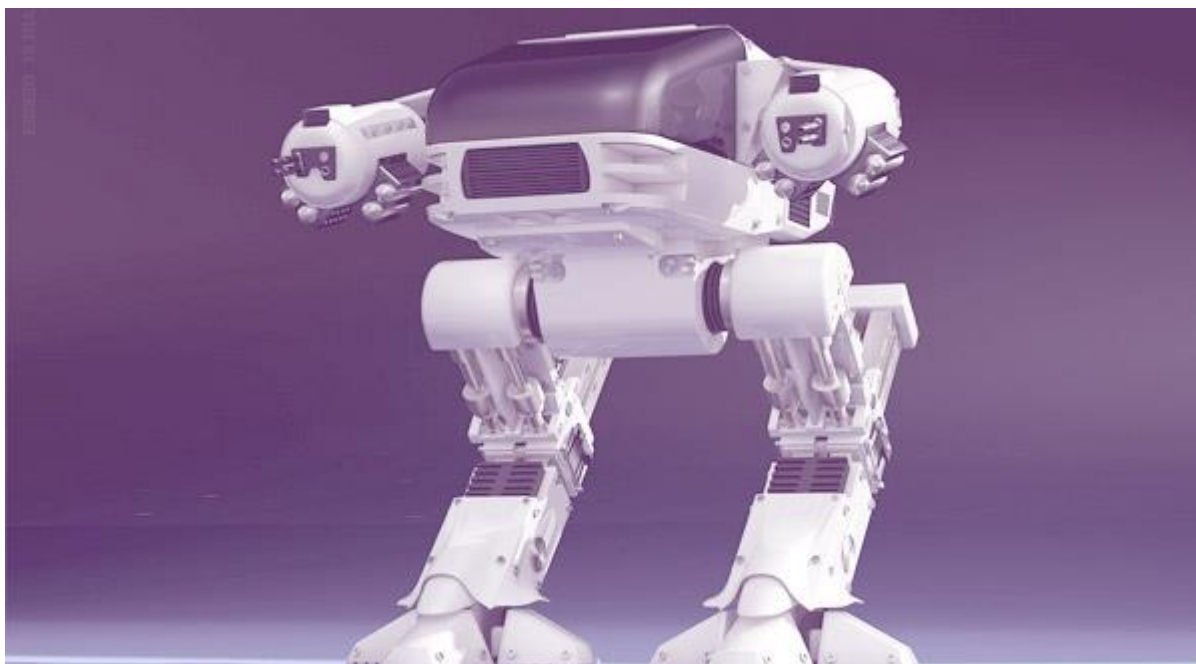
[Office Mix](#) je besplatan dodatak za Microsoft PowerPoint koji omogućava dodavanje interaktivnih sadržaja u prezentacije. Uz pomoć Office Mixa u prezentaciju možete umetnuti ankete, kvizove, interaktivne simulacije, kao što su GeoGebra i Phet, snimanje zvuka, videa te označavanje na slajdovima. Tako napravljene prezentacije ostaju interaktivne i nakon objave u [Office Mix galeriji](#) pa se mogu koristiti i za formativno praćenje.

Više o Office Mixu možete pročitati na stranicama o njegovoj primjeni u obrazovanju [Office Mix forteachers](#).

Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
3.	Drugi korijen	17 + 1
	3.1. Pojam drugog korijena	2
	3.2. Zbrajanje i oduzimanje korijena	2
	3.3. Množenje i dijeljenje korijena	2
	3.4. Djelomično korjenovanje	3
	3.5. Računanje s korijenima	3
	3.6. Racionalizacija nazivnika	3
	3.7. Kvadratna jednadžba	2
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

3.1. Pojam drugog korijena



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kvadriranjem racionalnih brojeva
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Izračunati drugi korijen kvadrata prirodnih brojeva do 20 napamet
- Procijeniti cjelobrojni dio vrijednosti drugog korijena
- Približno odrediti vrijednost drugog korijena pozitivnog racionalnog broja koristeći se džepnim računalom
- Izračunati vrijednost drugog korijena pozitivnog racionalnog broja koristeći se džepnim računalom
- Primijeniti drugi korijen pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom dijelu dana je slika nalik na rad Pieta [Mondriana](#). Potrebno je odrediti duljinu stranice svakog kvadrata ako je zadana njegova površina. Učenici kojima je to potrebno, mogu, kako bi im bilo lakše, koristiti applet u GeoGebri. Nakon što popune tablicu u kojoj je svakoj površini kvadrata sa slike iz prethodnog zadatka pridružena duljina njegove stranice, učenici će razmisliti o tome postoji li još neki broj koji pomnožen sa samim sobom daje, primjerice, broj 144. Važan je zaključak da -12 pomnožen sa samim sobom daje 144, no duljina stranice ne može biti negativni broj.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Drugi korijen

U nastavku slijedi kratka interakcija u kojoj učenici trebaju pogoditi pravilo robota te se uvodi korjenovanje kao računski operacija suprotna kvadriranju.

Slijedi niz primjera u kojima se napamet određuje vrijednost drugog korijena. Također, razmatra se mogućnost korjenovanja negativnog broja te može li vrijednost drugog korijena biti negativna.

Učenici mogu uvježbati određivanje drugog korijena kvadrata brojeva do 12 tako da zadane korijene postavljaju na odgovarajuće mjesto na satu, a zatim pomoću GeoGebri appleta mogu provjeriti svoju vještinu određivanja drugog korijena kvadrata brojeva do 20.

Slijede primjeri u kojim se korjenuju brojevi koji se mogu zapisati kao umnošci kvadrata brojeva i potencija broja 10 s parnim eksponentom.

U interakciji povezivanja parova učenici mogu provjeriti svoje vještine korjenovanja prije nego krenu na nešto složenije primjere (primjere 5., 6. i 7.).

Određivanje drugog korijena broja pomoću džepnog računala

Slijedi prikaz određivanja drugog korijena pomoću znanstvenog džepnog računala te nekoliko zanimljivosti o korjenovanju.

Povežimo naučeno

U zadatcima 7. i 8. učenici se mogu malo poigrati određivanjem nepoznate znamenke pod korijenom.

U devetom zadatku učenici trebaju procijeniti između koja se dva uzastopna cijela broja nalazi dani korijen, a zatim, ako im je potrebna dodatna vježba, mogu vježbati zadatke iz beskonačne zbirke u GeoGebri.

U desetom zadatku učenici procjenjuju cjelobrojni dio vrijednosti drugog korijena, a zatim u 11. zadatku dopunjavaju broj pod korijenom odgovarajućom znamenkom.

Cilj je interakcije koja slijedi zaključiti da, što je veći broj pod korijenom, to je veća vrijednost drugog korijena danih brojeva.

Interakcija s brojevnim pravcem od učenika zahtijeva da procjenjuju vrijednost drugog korijena i namijenjena je učenicima koji žele više.

Jedinica završava s nekoliko zadataka korelacije s matematičkim sadržajem vezanim za opseg i površinu kruga.

Završetak

U završnom je dijelu dan videosadržaj koji pokazuje kako se može napamet odrediti drugi korijen kvadrata prirodnih brojeva manjih od 100.

Dodatni prijedlozi

Scenarij poučavanja *Korijen problema* nastao u sklopu projekta eŠkole i dostupan je na [poveznici](#), a scenarij *Formati papira* na [poveznici](#).

[Video](#) Tonija Miluna *Drugi korijen* može učenicima služiti kao pomoć pri samostalnom učenju.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici mogu posvetiti više pažnje procjeni vrijednosti drugog korijena pomoću [igre Procjena vrijednosti drugog korijena](#) na engleskom jeziku.

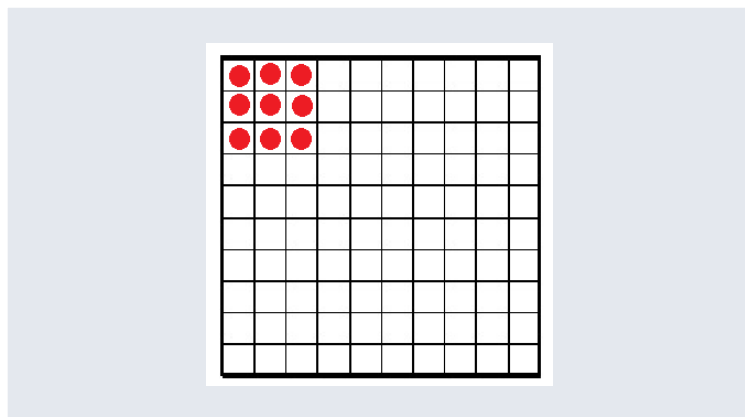
U članku Petra Mladinića u rubrici [Matemagičar](#), objavljenog u Matki broj 98, učenici mogu pročitati više o računanju vrijednosti drugog korijena.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju ili učenicima sa specifičnim teškoćama učenja, valja imati na umu da učenici s teškoćama čine heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi treba temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika. Opće smjernice o prilagodbi okruženja, materijala i slično, za svaku su podskupinu učenika u razvoju i učenika sa specifičnim teškoćama učenja prikazane u početnim jedinicama svakog modula.

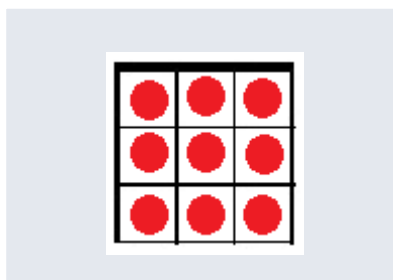
Uoči ove nastavne jedinice preporučuje se učenicima s teškoćama savjetovati da ponove načine izračuna površine kvadrata te pravilo pridruživanja.

U uvodnom se dijelu učenicima može ispisati tablica s 10 x 10 kvadratića te dati, npr. jednaki gumbići ili zrnca graha. Učenici trebaju na mrežu kvadrata složiti od konkretnih materijala kvadrat zadane površine, a potom odrediti duljinu stranice kvadrata (drugi korijen).

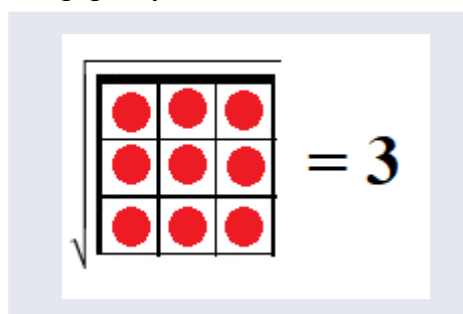


(Izrađen je kvadrat površine 9 a duljina je njegove stranice 3. Vrijednost drugog korijena od 9 je 3.)

Također, učenici mogu u početku dobiti ispisane kvadratiće poput



te zapisivati vrijednost drugog korijena na ovakav način:



Učenici, kojima je to potrebno, mogu u početku koristiti tablicu korijena kvadrata brojeva do 20 te tijekom rada, ako je moguće, smanjiti njezinu upotrebu. Moguće je ispisati i [podsjetnik](#).

U ovoj jedinici treba uzeti u obzir da bi učenici sa specifičnim teškoćama učenja mogli imati teškoća s dosjećanjem naziva radikand i vrijednost drugog korijena te ne treba inzistirati na upotrebi točnih naziva. Također, nepoznata riječ, čije bi značenje trebalo dodatno objasniti, mogla bi biti "nenegativan".

Prilikom gledanja prvog videozapisa, on se može zaustaviti kako bi se učenicima objasnilo pravilo pridruživanja koje je primijenjeno u svakom primjeru. Potrebno je ispisati svaki primjer kako bi učenicima jasnije objasnili prikazana pravila pridruživanja.

Učenici s diskalkulijom trebat će pomoć pri rješavanju 8. i 9. zadatka davanjem detaljnije upute ili ih pri rješavanju zadataka upariti s učenikom bez teškoća.

U 10. zadatku potrebno je dati detaljniju uputu o načinu na koji se treba riješiti zadatak.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć u zadacima 4., 6., 10. i 12. te, prema potrebi, smanjiti broj zadataka koje učenik treba riješiti.

Dodatni su tutorijali dostupni na mrežnim stranicama [Eduvizije](#) (video 1., zadatak 1.).

Moguće je odigrati igru memorije s drugim korijenom (stranica na engleskom jeziku) ili [igru](#) u kojoj se učenicima može dozvoliti upotreba džepnog računala.

Dodatna literatura za nastavnike

Možda će vas zanimati članak Sanje Varošaneć, "[Neke metode približnog korjenovanja](#)".

3.2. Zbrajanje i oduzimanje korijena



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kvadriranjem racionalnih brojeva
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Zbrojiti i oduzeti korijene s istim radikandima
- Primijeniti zbrajanje i oduzimanje korijena pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom dijelu predstavljen je motivacijski zadatak u kojem treba odrediti opseg ograde koja će se postaviti oko cvjetnjaka. U ovom se dijelu zadatak može samo predstaviti učenicima, a onda se može zajednički riješiti nakon što učenici otkriju postupak zbrajanja korijena pomoću primjera 1. te zadataka 1. i 2.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Zbrajanje korijena

Alternativno, učenicima se može dati da pokušaju otkriti svoju strategiju rješavanja uvodnog zadatka te da izvrše eventualne korekcije svojeg rješenja nakon što se riješi primjer 1. te zadatci 1. i 2.

Oduzimanje korijena

Slijedi Primjer 2. i zadatci 3. i 4. u kojima se otkrivaju postupci oduzimanja korijena i dolazi do zaključka da zbrajati i oduzimati možemo samo korijene jednakih radikanda.

Zbrajanje i oduzimanje korijena

Slijedi interakcija razvrstavanja koja pomaže pamćenju pojmova koeficijent i radikand. Pomoću Primjera 3 i zadatka 5. učenici uvježbavaju postupak zbrajanja i oduzimanja korijena. Postupak se može dodatno uvježbati pomoću beskonačne zbirke izrađene u GeoGebri.

Slijede zanimljivost i zadatak vezan za Dan drugog korijena kao neobavezni sadržaj.

Videosadržaj se osvrće na grešku koju poneki učenici rade pri korjenovanju mješovitog broja te podsjeća učenike da zapis $4 \frac{25}{36}$ zapravo znači $4 + \frac{25}{36}$.

Zadatak 7. i interakcija uparivanja namijenjene su uvježbavanju postupka zbrajanja i oduzimanja korijena u izrazima sa zagradama.

Primjeri 4. i 5. povezuju drugi korijen sa situacijom određivanja opsega kvadrata i kruga u svakodnevnom kontekstu.

U kutku za znatiželjne mogu, oni koji žele više, riješiti zadatak sa slobodnim padom.

Slijedi zadatak 9. u kojem se izlučuje zajednički faktor te zadatak 10. primjene. Važno je naglasiti da u desetom zadatku nećemo računati površine jer se svaki kvadrat mora izrezati iz točno jednog dijela.

Završetak

U završnom je dijelu dana mogućnost procjene usvojenosti sadržaja iz ove cjeline.

Dodatni prijedlozi

Scenarij poučavanja *Korijen problema* nastao u sklopu projekta eškole i dostupan je na [linku](#), a scenarij *Formati papira* na [linku](#).

Ako želite, možete izraditi kartice za igru lanac brojeva. Na prvoj se kartici napiše npr.:

Ja imam

$$4\sqrt{5} + 2\sqrt{7}$$

Tko ima

$$6\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + \sqrt{2}$$

Na drugoj kartici zatim piše:

Ja imam

$$11\sqrt{3} + \sqrt{2}$$

Tko ima

$$1.4\sqrt{11} - 2(\sqrt{11} - \sqrt{3}) - 5\sqrt{3}$$

Lanac se nastavlja na isti način dok svi učenici nisu barem jednom bili na redu te dok se nije zatvorio krug. Rješenje na zadnjoj kartici treba biti:

$$4\sqrt{5} + 2\sqrt{7}$$

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima se mogu zadati zadatci otvorenog tipa u kojima učenici trebaju odrediti što više različitih rješenja koja mogu dobiti koristeći sva četiri zadana broja (svaki samo jednom), drugi korijen i četiri osnovne računske operacije. Također se može napraviti razredno natjecanje u kojem se traži da se odredi što manje rješenje.

Npr. zadaju se brojevi 100, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{16}$ i $\frac{4}{9}$.

Učenici mogu napisati i riješiti izraze kao što su

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{16}\right) \cdot \sqrt{\frac{4}{9} \cdot 100} = \frac{1}{32} \cdot \sqrt{\frac{400}{9}} = \frac{1}{32} \cdot \frac{20}{3} = \frac{5}{24}$$

ili

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{16}}\right) : \sqrt{\frac{4}{9} \cdot 100} = \frac{1}{8} : \sqrt{\frac{400}{9}} = \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{20} = \frac{3}{160}$$

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama

Na početku jedinice tekst o Mateju i cvjetnim gredicama jezično je težak za učenike s jezičnim teškoćama te ga je potrebno dodatno objasniti i protumačiti uz slikovni predložak u kojem bi se učenicima pokazalo koji dio na slici predstavlja cvjetnu gredicu, a koji stazice. Učenicima s jezičnim teškoćama mogao bi biti jezično težak i sam naziv "cvjetna gredica" pa treba provjeriti značenje tog pojma i po potrebi pojasniti slikovnim materijalom. Kako se ovaj primjer ponovno pojavljuje u 3. zadatku, treba obratiti pažnju na to treba li učenicima ponovno detaljno obrazloženje upute.

Pri prikazivanju prvog videozapisa, trebalo bi ga više puta pogledati ili zaustaviti pa objasniti drugi dio videozapisa kako bi dodatno objasnili drugi korak računanja - dio s grupiranjem istih vrijednosti. Učenicima bi mogao biti zbunjujući.

Učenici s disleksijom i diskalkulijom mogli bi imati teškoća pri upisivanju podataka u tablicu u 1. i 2. primjeru. Kao pomoć, svaki bi se redak mogao obojiti u drugu boju.

Učenicima s teškoćama treba dati dodatnu uputu za rješavanje 8. zadatka (koji su to Dani drugog korijena).

U zadacima s različitim radikandima, učenici mogu jednake radikande obojiti istom bojom. Na taj će se način lakše vidjeti koje članove izraza trebaju zbrojiti/oduzeti.

Dodatni tutorijali (Video 1. i zadatak 1.) dostupni su na mrežnim stranicama [Eduvizije](#).

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi u zadatka koji sadrže povlačenje zapisa, upisivanje ili odabir odgovora. U slučaju umora, posebno u učenika s motoričkim teškoćama, preporučuje se od svake skupine zadataka odabrati 2 jednostavnija zadatka koja učenik treba riješiti.

Dodatna literatura za nastavnike

Pogledajte sljedeći zabavni [strip](#) u vezi s drugim korijenom broja 2 i pamćenjem njegove približne vrijednosti.

3.3. Množenje i dijeljenje korijena



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kvadriranjem racionalnih brojeva
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Pomnožiti i podijeliti korijene
- Primijeniti množenje i dijeljenje korijena pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom zadatku potrebno je odrediti odnos površina dvaju kvadrata, pri čemu je potrebno pomnožiti korijen od dva sa samim sobom. Ako je potrebno, zadatak se može predstaviti i riješiti tek kada učenici otkriju pravilo množenja korijena ili im se može dopustiti da pokušaju riješiti zadatak te, prema potrebi, korigiraju svoje rješenje nakon što se otkrije pravilo množenja korijena. Animacija, koja slijedi, pomaže vizualizaciji i razumijevanju odnosa površina danih kvadrata.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ponavlja se kvadriranje cijelih brojeva te se posebna pažnja treba posvetiti predznacima. U prvom se primjeru kvadrira korijen nenegativnog racionalnog broja, a zatim korjenjuje kvadrat broja. Važno je zaključiti da je kvadrat korijena nenegativnog racionalnog broja jednak samom tom broju te da su korijen kvadrata broja i korijen kvadrata njemu suprotnog broja jednaki apsolutnoj vrijednosti tog broja. Također, važno je zaključiti da korijen negativnog broja nema rješenje u skupu racionalnih brojeva.

U aplikaciji razvrstavanja učenici još jednom promatraju korijene brojeva koji imaju rješenje u skupu racionalnih brojeva te one koji nemaju.

Množenje korijena

U drugom primjeru učenici otkrivaju pravilo množenja korijena, a zatim to pravilo primjenjuju u trećem i četvrtom primjeru te kratkom kvizu.

Slijedi Kutak za znatiželjne gdje učenici razmatraju je li za sve racionalne brojeve korijen umnoška jednak umnošku korijena.

Dijeljenje korijena

Primjer 5. navodi učenike na otkrivanje pravila za dijeljenje korijena koje se uvježbava u primjeru 6. i zadatku 2.

Množenje i dijeljenje korijena

U sedmom primjeru pravila za zbrajanje/oduzimanje/množenje korijena povezuju se s formulama za kvadrat zbroja i razlike te razliku kvadrata. Također, tu se ponavlja i množenje algebarskih izraza.

U zadatku 3. i interakciji računa se s nešto složenijim izrazima.

U Kutku za znatiželjne povezuje se drugi korijen s primjerom iz fizike tj. kinetičkom energijom.

Završetak

U završnom dijelu učenici koji žele mogu isti zadatak riješiti s različitim aproksimacijama korijena od dva te zaključiti zbog čega obično koristimo 1.41 kao aproksimaciju. Također, u ovome dijelu učenici mogu provjeriti svoje znanje.

Dodatni prijedlozi

Scenarij poučavanja *Korijen problema* nastao u sklopu projekta eškole i dostupan je na [linku](#), a scenarij *Formati papira* na [linku](#).

Učenike se može uputiti na stranice [Eduvizije](#) te videa 2., 3., i 4. te zadatke 2., 3. i 4.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima koji žele može se zadati rješavanje kvadratnih jednadžbi te pojasniti razlika između pojma korijena broja i korijena jednadžbe.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama

Prije rješavanja zadatka iz 1. primjera, u kojem učenici moraju razvrstati brojeve na one koji imaju ili nemaju rješenje u skupu racionalnih brojeva, potrebno je ponoviti koji to brojevi ulaze u skup racionalnih brojeva.

Pripremiti učenicima vodič za učenje u koji će zapisati sve korake koje trebaju proći kako bi, npr., pomnožili korijene.

Listić

MNOŽENJE KORIJENA

1. Dopunite.

Množiti možemo samo one korijene koji imaju _____ pod korijenom.

Koraci

Primjeri

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} =$$

$$2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{11} =$$

$$\sqrt{2} \cdot (7 - \sqrt{5}) =$$

$$(\sqrt{3} + 5) \cdot (1 + \sqrt{3}) =$$

Primjer riješenog listića

MNOŽENJE KORIJENA

1. Dopunite.

Množiti možemo samo one korijene koji imaju jednake brojeve pod korijenom.

Koraci

- Pomnožiti brojeve ispred korijena (koeficijente).
- Pomnožiti brojeve pod korijenom.
- Pojednostavniti izraz.

Primjeri

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} =$$

$$2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{11} =$$

$$\sqrt{2 \cdot 3} =$$

$$(2 \cdot 3) \cdot \sqrt{5 \cdot 11} =$$

$$\sqrt{6}$$

$$6 \cdot \sqrt{55}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \cdot (7 - \sqrt{5}) &= \\ \sqrt{2} \cdot 7 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} &= \\ 7 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{10} &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + 5) \cdot (1 + \sqrt{3}) &= \\ 1 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot 3 + 5 \cdot 1 + 5 \cdot \sqrt{3} &= \\ \sqrt{3} + \sqrt{9} + 5 + 5 \cdot \sqrt{3} &= \\ \sqrt{3} + 3 + 5 + 5 \cdot \sqrt{3} &= \\ 8 + 6 \cdot \sqrt{3} &= \end{aligned}$$

Učenicima s oštećenjem vida i specifičnim teškoćama učenja pomoći u snalaženju u tablici u 2. primjeru. Možemo im pripremiti tablicu u kojoj će svaki redak biti obojen drugom bojom ili im dati listić na kojem je između svakog retka veliki razmak kako bi zadatak bio pregledniji.

Učenicima s intelektualnim teškoćama pripremiti zadatke s jednostavnijim brojevima i dopustiti im korištenje džepnog računala.

Učenici s jezičnim teškoćama, ali i drugi učenici koji imaju nedostatne jezične sposobnosti, mogli bi imati teškoća s razumijevanjem definicije o umnošku korijena i korijenu umnoška pa je treba dodatno objasniti praktično, na zadatcima.

Dodatna literatura za nastavnike

Možda će vas zanimati članak koji objašnjava kako su se koristile Napierove kosti za određivanje vrijednosti drugog korijena prirodnog broja, [Rods for multiplication and division](#), koji je objavljen u sklopu projekta Pitagora.

3.4. Djelomično korjenovanje



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Spoznati osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s djelomičnim korjenovanjem racionalnih brojeva
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz djelomično korjenovanje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Djelomično korjenovati i pojednostaviti izraz s korijenima
- Primijeniti djelomično korjenovanje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Jedinica započinje dvjema slikama slična izgleda, a različita sadržaja. Lijeva slika prikazuje niz kvadrata koji se nalaze jedan unutar drugog. Iznosi su njihovih površina potpuni kvadrati.

Desna slika prikazuje niz kvadrata upisanih jedan u drugi. Iznosi njihovih površina nisu svi potpuni kvadrati.

Učenike treba pustiti da uspoređuju nizove svake slike i da sami pokušaju doći do zaključka.

Cilj: Uočiti razliku između potpunih korijena i onih koji to nisu.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Djelomično korjenovanje

Razrada počinje u trenutku kada se od učenika traži da uoče vezu između duljina stranica kvadrata čije površine nisu potpuni kvadrati i to koristeći interakciju na [poveznici](#).

Zaključak koji je izveden intuitivno, geometrijskom interpretacijom, korištenjem interakcije, poduprt je i algebarskim obrazloženjem.

Nakon toga, opisuje se pojam djelomičnog korijena i postupka djelomičnog korjenovanja.

U nizu primjera dani su osnovni slučajevi i postupci djelomičnog korjenovanja, te uputa kako se čita i zapisuje djelomični korijen.

Također, i da postoje radikandi koji se ne mogu djelomično korjenovati.

Djelomično korjenovanje velikih brojeva

Djelomično korjenovanje lako se napravi kada su radikandi mali. Međutim, kod većih je radikanda potrebno imati pouzdani postupak koji je obrazložen u videu.

Kratki kviz provjerava je li učenik prihvatio koncept djelomičnog korjenovanja.

Interakcija visoke razine [otkrivanje slike](#) zahtijeva primjenu postupka djelomičnog korjenovanja pokazanog u videu.

Primjena djelomičnog korjenovanja

U nizu zadataka, u kojima se traži opseg i površina kvadrata, primjenjuje se djelomično korjenovanje.

U kratkom se videu rezimira pojavnost korijena u kojima imamo potpun i djelomičan korijen koji predstavljaju točnu vrijednost te približnu vrijednost korijena.

Umnožak korijena i djelomično korjenovanje

U nizu zadataka dana je primjena umnoška korijena i djelomičnog korjenovanja te veza između ta dva postupka.

- Umnožak korijena koji se svaki za sebe ne mogu ni korjenovati ni djelomično korjenovati dok ih se ne svede pod zajednički korijen.
- Smještanje koeficijenta ispred korijena pod korijen - obrnuti postupak od djelomičnog korjenovanja.

Interaktivna slagalica pruža mnoštvo zadataka za uvježbavanje baratanja korijenima.

Zbrajanje korijena različitih radikanda i djelomično korjenovanje

Zbrajanje/oduzimanje korijena različitih radikanda moguće je jedino ako se svi takvi korijeni mogu djelomičnim korjenovanjem svesti na isti radikand.

U nizu zadataka različitog tipa pružena je mogućnost uvježbavanja.

Primjena djelomičnog korjenovanja i baratanja s korijenima za rješavanje problema

Dan je niz zadataka različitog konteksta u kojima se primjenjuje baratanje korijenima.

Završetak

Na kraju je dan popis elemenata koje su učenici mogli naučiti u ovoj jedinici:

- djelomično korjenovati
- broj koji množi korijen svesti pod drugi korijen
- postupak koji nam olakšava djelomično korjenovanje s velikim radikandima
- primijeniti djelomično korjenovanje za zbrajanje i oduzimanje korijena
- primijeniti djelomično korjenovanje za rješavanje problemske situacije.

Dodatni prijedlozi

Na niže navedenim poveznicama nalaze se:

- [Algebarski kalkulator](#)
- [Kalkulatori djelomičnog korjenovanja](#)
- [Pojednostavljivanje korijena](#)
- GeoGebrina [beskonačna zbirka](#) djelomičnog korjenovanja
- [Istraživanje drugog korijena](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici mogu koristiti materijale na mrežnim stranicama [Eduvizije](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama

Na početku jedinice potrebno je učenike s teškoćama podsjetiti na formule za izračun površine i opsega kvadrata te postupak rastavljanja brojeva na faktore. Potrebno je detaljnije objasniti što to znači kada neki broj nije potpuni kvadrat (npr. 1. primjer).

Učenicima je moguće pokazati kako se s korijenima radi na džepnom računalu te dozvoliti računanje uz pomoć džepnog računala. Dati im u zadatak da provjere ekvivalentnost korijena i njegov djelomično korjenovani par.

Dodatno pojasniti sam pojam djelomičnog korjenovanja (npr. 4. zadatak) na primjeru u, npr., Bojama. U jednoj boji neka bude dio broja koji smo korjenovali, a u drugoj boji dio koji nismo.

U zadatku sa slaganjem pločica (iza 10. zadatka) učenicima sa specifičnim teškoćama učenja potrebno je detaljnije objasniti uputu uz jedan primjer rješenja. Učenicima s intelektualnim teškoćama možemo smanjiti broj podataka na pločicama na 2 i smanjiti broj pločica te tražiti da ih spoje u stupac.

Također, izraditi kartice za pridruživanje, naprimjer: $\sqrt{45}$ i $3\sqrt{5}$.

s kojima učenici mogu raditi na razini prepoznavanja. Radikand ne bi trebao prelaziti broj 50.

Kako bi olakšali rješavanje zadataka, učenicima s intelektualnim teškoćama te učenicima s diskalkulijom možemo omogućiti upotrebu džepnog računala.

3.5. Računanje s korijenima



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Spoznati osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s računanjem s brojevima zapisanim u obliku drugog korijena
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz računanjem s brojevima zapisanim u obliku drugog korijena
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Izračunati vrijednost izraza s korijenima
- Pojednostavniti izraz s korijenima
- Primijeniti računanje s korijenima pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Uvodni je primjer jednostavan po sadržaju i prikazu. Najvažniji je trenutak da učenici prepoznaju i zapišu duljine svih dijelova kvadrata. Kako bi ga riješili, nužno moraju koristiti račun s korijenima. Već se u tom primjeru pojavio kvadrat zbroja s korijenima te moraju primijeniti znanje kvadrata zbroja.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Računanje s korijenima u zadacima s kvadratom zbroja/razlike

Niz zadataka, problemskih i računskih, pruža mogućnost uvježbavanja vještine baratanja računskim operacijama korijenima te primjenu znanja kvadrata binoma. Računske operacije koje moraju koristiti su: zbrajanje i oduzimanje, množenje te kvadriranje. Kako su u pitanju računске operacije sva tri stupnja, važnu ulogu igra i poznavanje redoslijeda računskih operacija.

Velika količina zadataka nalazi se u pravokutnoj slagalici.

Također, učenicima treba istaknuti da se izrazi s korijenima najčešće pojednostavljuju i njihova je vrijednost, ako se izračunava, samo približna.

Računanje s korijenima u zadacima s razlikom kvadrata

Niz zadataka, problemskih i računskih, pruža mogućnost uvježbavanja vještine baratanja računskim operacijama s korijenima te primjenu znanja razlike kvadrata.

Problemi s površinama učenicima su uglavnom zahtjevni. Zato je osmišljena 2D animacija kako bi im predočila rješavanje zadatka s kružnim vijencem i kvadratom s pripadajućom algebarskom interpretacijom.

Ovaj podnaslov završava videom u kojem se obrazlaže množenje dvaju binoma, a uvod je u dio u kojem će se predstaviti sveukupno i raznoliko računanje s korijenima i primjena istog.

Izračunavanje i pojednostavljivanje izraza s korijenima

Nizom računskih zadataka, zadataka primjene i korelacije dana je mogućnost vježbanja i primjene računskih operacija s korijenima.

Projekt

Ponuđen je i zadatak-projekt. Poprilično je zahtjevan i zahtijeva dosta vremena i upornosti.

Zanimljivost

Zanimljivost je vezana uz arhitekturu u kojoj se često spominje omjer zlatnog reza koji se izražava brojem $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1$

Završetak

Naučili smo:

- pojednostavniti izraze s korijenima
- baratati izrazima s korijenima
- modelirati rješenje zadatka kreiranjem izraza s korijenima
- primijeniti računanje s korijenima u rješavanju problema s površinama
- primijeniti prethodno stečena znanja (kvadrat binoma, razliku kvadrata, množenje i dijeljenje te zbrajanje i oduzimanje korijena, djelomično korjenovanje, kvadriranje).

Procjena znanja

Na kraju jedinice dana je i procjena znanja koja obuhvaća sve o drugom korijenu obrađeno u jedinicama 3.1., 3.2., 3.3., 3.4. i 3.5. U njoj se nalazi više od 20 zadataka različitih tipova, razina znanja i sadržaja naučenog. Svi su zadatci vezani ishodom učenja u prvih pet jedinica trećeg modula. Procjena je programirana tako da daje učeniku povratnu informaciju o uspješnosti te upućuje učenika na dijelove koje bi trebao ponoviti.

Dodatni prijedlozi

Moguće je provesti projekt vezan za arhitekturu i likovnu umjetnost u kojem se može koristiti omjer zlatnog reza za izračunavanje ili crtanje motiva u zlatnom rezu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Dodatni tutorijali dostupni su na mrežnim stranicama [Eduvizije](#).

[Zanimljivi zadatci](#) za učenike koji žele znati više.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama

Na početku jedinice možemo ponoviti formule za površinu i opseg kruga.

Učenicima je moguće pokazati kako se s korijenima radi na džepnom računalu te dozvoliti računanje uz pomoć džepnog računala. Treba izbjegavati zadatke s više od dva elementa za računanje.

I u ovoj jedinici u zadatku 2., odnosno zadatku sa slaganjem pločica, učenicima sa specifičnim teškoćama učenja potrebno je detaljnije objasniti uputu uz jedan primjer rješenja. Učenicima s intelektualnim teškoćama možemo smanjiti broj podataka na pločicama na 2 i smanjiti broj pločica te tražiti da ih spoje u stupac.

Učenicima s intelektualnim teškoćama davati jednostavnije zadatke uz pripadajuće formule (npr. 3. zadatak) te im dopustiti korištenje džepnog računala.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi u zadacima s povlačenjem zapisa, upisivanjem i odabirom odgovora. U slučaju umora, preporučuje se od svake skupine zadataka odabrati 2 jednostavnija zadatka koje učenik treba riješiti.

3.6. Racionalizacija nazivnika



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Spoznati osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s računanjem s brojevima zapisanim u obliku drugog korijena
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz računanjem s brojevima zapisanim u obliku drugog korijena
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Racionalizirati nazivnik
- Primijeniti racionalizaciju nazivnika pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

U uvodnom se primjeru učenici susreću s problemom računanja s razlomcima kojima je u nazivniku drugi korijen broja 2, odnosno 5. Učenici će uočiti nepraktičnost u dijeljenju prirodnog broja približnom vrijednošću decimalnog broja, posebno ako za računanje ne koriste džepno računalo. Učenici se prisjećaju pojma ekvivalentnih nazivnika i nalaze ih postupkom proširivanja razlomka. Uvodi se pojam racionalizacije nazivnika kao postupka kojim se "rješavamo" drugog korijena iz nazivnika razlomaka.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Na primjerima se pokazuje postupak racionalizacije razlomaka s jednostavnim nazivnicima. Postupak je popraćen videomaterijalom u kojemu se isti zadatak rješava na dva načina. Nakon toga se nizom zadataka uvježbava racionalizacija nazivnika takvih razlomaka. Koristi se i materijal napravljen u GeoGebri, nakon čega je predložen niz analognih zadataka za provjeru usvojenosti postupka racionalizacije.

Primjena racionalizacije prikazana je na zadatku određivanja omjera duljina stranica, odnosno omjera duljina dijagonala dvaju kvadrata upisanih u kvadratnu mrežu.

Nadalje, učenici se podsjećaju postupka računanja s korijenima, kvadriranja zbroja i razlike binoma te množenja zbroja s razlikom istih brojeva, pri čemu binomi sadrže korijene. Tako učenike, koji žele naučiti više, pripremamo za racionalizaciju nazivnika razlomaka u čijem su nazivniku složeniji izrazi. Ti su primjeri istaknuti kao "Kutak za one koji žele znati više", popraćeni su trima detaljno riješenim primjerima, interaktivnim zadacima napravljenima u GeoGebri te jednim klasičnim zadatkom.

Završetak

Za kraj, učenicima je postavljen veći broj zadataka (dio za klasično rješavanje uz ponuđen cjelovit postupak rješavanja, a dio koji se rješava interaktivno). Svi su namijenjeni uvježbavanju i utvrđivanju postupka racionalizacije nazivnika.

Zadatci su različite razine složenosti i omogućavaju diferencijaciju nastave.

Dodatni prijedlozi

Moguće je provesti projekt vezan za arhitekturu i likovnu umjetnost u kojem se može koristiti omjer zlatnog reza za izračunavanje ili crtanje motiva u zlatnom rezu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Nakon što se učenici podsjete postupka računanja s korijenima, kvadriranja zbroja i razlike binoma te množenja zbroja s razlikom istih brojeva, pri čemu binomi sadrže korijene, oni koje žele znati više proučavaju primjere racionalizacije nazivnika razlomaka u čijem su nazivniku složeniji izrazi. Isti se postupak može utvrditi rješavajući materijale napravljene u GeoGebri.

Za vježbu je dostupan dodatni sadržaj Tatjane Štambuk, [Korijeni - racionalizacija nazivnika](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama

Učenicima je moguće pokazati kako se s korijenima radi na džepnom računalu te dozvoliti računanje uz pomoć džepnog računala.

Kod učenika s jezičnim teškoćama u zadatku na početku treba provjeriti razumiju li značenje izraza "Ema se znoji nad zadatkom" te riječi ekvivalent.

Iako se razlomci mogu racionalizirati na više načina (prvi videozapis), nije poželjno tražiti da učenici s intelektualnim teškoćama i diskalkulijom znaju sve načine. Neka svladaju jedan od načina i svaki zadatak rješavaju tim postupkom.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi u svim zadacima koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabir odgovora.

Dodatni tutorijali dostupni su na mrežnim stranicama Eduvizije, odnosno na stranici [Sjedi 5](#).

3.7. Kvadratna jednadžba



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Spoznati osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s računanjem s brojevima zapisanim u obliku drugog korijena
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz računanjem s brojevima zapisanim u obliku drugog korijena
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgajno-obrazovni ishodi

- Razlikovati kvadratnu i linearnu jednadžbu
- Riješiti kvadratnu jednadžbu oblika $x^2 = a$, $x \in \mathbb{Q}$
- Primijeniti kvadratnu jednadžbu pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema

- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Jedinica počinje uvodnim primjerom zamjene dvaju manjih zemljišta za jedno veće uz uvjet da novo zemljište zadržava oblik kvadrata te opseg ili površinu jednaku zbroju dvaju manjih zemljišta. Učenici u prvom slučaju rješavaju linearnu jednadžbu, dok u drugom slučaju dolaze do kvadratne jednadžbe. Uvodi se pojam kvadratne jednadžbe te učenici uočavaju osnovne razlike između linearnih i kvadratnih jednadžbi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Pojam kvadratne jednadžbe

Na temelju jednadžbe koja se pojavila u uvodnom zadatku, uvodi se pojam kvadratne jednadžbe te učenici uočavaju osnovne razlike između linearnih i kvadratnih jednadžbi.

Rješavanje osnovne kvadratne jednadžbe oblika $ax^2 + c = 0$

Kako učenici ne bi takvu jednadžbu riješili brzopleto, zaboravljajući jedno (obično negativno) rješenje, predložimo jednadžbe ovog oblika rješavati svođenjem na razliku kvadrata, odnosno zapis razlike kvadrata u obliku umnoška kao što je prikazano u 2. primjeru, a primijenjeno u zadatku koji slijedi. U rješavanju se koristi činjenica da je umnožak dvaju izraza jednak 0 samo ako je vrijednost bar jednog od tih izraza jednaka 0.

U jednom od podzadataka javlja se i jednadžba koja nema rješenja (u skupu realnih brojeva). Učenike se potiče na provjeru rješenja uvrštavanjem u početnu jednadžbu.

Svoje zaključke o broju rješenja i njihovu obliku učenici provjeravaju koristeći interaktivni materijal napravljen u GeoGebri.

Nakon toga, učenici mogu riješiti i jednadžbe koje su napisane u faktoriziranom obliku (a koje su zapravo kvadratne i, kad bi se izvršilo množenje, prelaze granice zahtjeva osnovne škole).

Rješavanje složenijih kvadratnih jednadžbi koje se svodi na razliku kvadrata – za učenike koji žele znati više

U videoisječku učenici koji žele više mogu naučiti kako se rješavaju složeniji oblici kvadratnih jednadžbi. Isto je objašnjeno u detaljno riješenom primjeru i zadatku, a primjenjuje se u prepoznavanju i razvrstavanju jednadžbi prema postojanju i "vrsti" rješenja.

Primjena kvadratne jednadžbe

U nastavku učenici primjenjuju kvadratnu jednadžbu u matematičkom i izvanmatematičkom (fizikalnom) stvarnom kontekstu rješavajući ponuđene zadatke.

Za učenike koji žele znati više tu je i nekoliko zanimljivosti o zlatnom rezu – dakle, primjeni kvadratne jednadžbe u umjetnosti. Materijal u GeoGebri prikazuje konstrukciju zlatnog reza.

Završetak

Predložimo rješavanje još jednog geometrijskog problema koji se svodi na rješavanje kvadratne jednadžbe.

Procjena znanja

Na kraju jedinice dana je i procjena znanja koja obuhvaća rješavanje kvadratne jednadžbe. Svi su zadatci vezani ishodom učenja u ovoj jedinici trećeg modula. Procjena je programirana tako da daje učeniku povratnu informaciju o uspješnosti te upućuje učenika na dijelove koje bi trebao ponoviti.

Dodatni prijedlozi

Moguće je provesti projekt vezan za arhitekturu i likovnu umjetnost u kojem se može koristiti omjer zlatnog reza za izračunavanje ili crtanje motiva u zlatnom rezu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Rješavanje složenijih kvadratnih jednadžbi koje se svodi na razliku kvadrata

U video isječku učenici koji žele više mogu naučiti kako se rješavaju složeniji oblici kvadratnih jednadžbi. Isto je objašnjeno u detaljno riješenom primjeru i zadatku, a primjenjuje se u prepoznavanju i razvrstavanju jednadžbi prema postojanju i "vrsti" rješenja.

Primjena kvadratne jednadžbe

U nastavku učenici primjenjuju kvadratnu jednadžbu u matematičkom i izvan matematičkom (fizikalnom) stvarnom kontekstu rješavajući ponuđene zadatke.

Za učenike koji žele znati više tu je i nekoliko zanimljivosti o zlatnom rezu – dakle, primjeni kvadratne jednadžbe u umjetnosti. Materijal u GeoGebri prikazuje konstrukciju zlatnog reza.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima je moguće pokazati kako se s korijenima radi na džepnom računalu te dozvoliti računanje uz pomoć džepnog računala. Ograničiti zadatke na one čija su rješenja cjelobrojna.

Dodatna literatura za nastavnike

- Članak Šefketa Arslanagića, "[Tri rješenja jedne kvadratne diofantske jednadžbe](#)".
- Članak Željka Brčića, "[O kvadratu i kubu s grafa](#)".
- Članak Tvrtka Tadića, "Stanovništvo Zagreba i kvadratna funkcija" (Poučak 41, Zagreb, ožujak 2010).

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Spoznati osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s računanjem s brojevima zapisanim u obliku drugog korijena
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz računanjem s brojevima zapisanim u obliku drugog korijena
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Procijeniti cjelobrojni dio vrijednosti drugoga korijena
- Približno odrediti i izračunati vrijednost drugog korijen koristeći se džepnim računalom
- Izračunati vrijednost izraza s korijenima
- Djelomično korjenovati
- Racionalizirati nazivnik
- Pojednostaviti izraz s korijenima, množenjem/dijeljenjem, zbrajanjem/oduzimanjem i djelomičnim korjenovanjem, racionaliziranjem nazivnika
- Riješiti kvadratnu jednadžbu oblika $x^2 = a$, $x \in \mathbb{Q}$
- Primijeniti drugi korijen pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijjskih sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinica počinje povijesnim podacima o načinima računanja drugog korijena s naglaskom na Heronov postupak približnog računanja drugog korijena koji je popraćen videoisječkom koji taj postupak opisuje. Postupak je primijenjen u jednom primjeru i zadatku.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

U nastavku učenici primjenjuju znanja stečena u ovom modulu pri rješavanju nekoliko interaktivnih zadataka. Naglasak je na konceptualnom razumijevanju korjenovanja i njegovih svojstava. Među zadacima se ističe interaktivni zadatak vezan za djelomično korjenovanje.

Dalje učenici imaju priliku povezati gradivo ovog modula sa zadacima vezanim za površinu kruga i njegovih dijelova te za indeks tjelesne mase.

Završetak

U nastavku slijede teme namijenjene učenicima koji žele znati više:

- Drugi i treći korijen
- Tsunami
- Jačina vjetra.

Svaka se od ovih podtema može razmatrati neovisno o ostalima, uglavnom su namijenjene učenicima koji žele znati više te mogu poslužiti kao podloga za samostalni ili suradnički rad u grupama.

Dodatni prijedlozi

Moguće je provesti projekt vezan za arhitekturu i likovnu umjetnost u kojem se može koristiti omjer zlatnog reza za izračunavanje ili crtanje motiva u zlatnom rezu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Teme namijenjene učenicima koji žele znati više:

- Drugi i treći korijen
- Tsunami
- Jačina vjetra.

Svaka od ovih podtema može se razmatrati neovisno o ostalima, uglavnom su namijenjene učenicima koji žele znati više te mogu poslužiti kao podloga za samostalni ili suradnički rad u grupama.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima je moguće pokazati kako se s korijenima radi na džepnom računalu te dozvoliti računanje uz pomoć džepnog računala.

Dodatni tutorijali dostupni su na mrežnim stranicama [Eduvizije](#).

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala ili sadržaja. Prilagodbe valja odabirati temeljem specifičnih obilježja učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- ponoviti ili pojednostavniti upute
- jezično prilagoditi složenije zadatke
- koristiti vizualnu podršku: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisak
- razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- povećati razmak između redova
- formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- omogućiti upotrebu džepnog računala
- voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta u odnosu na specifičnosti učenika
- omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- koristiti različite alate koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama rabi asistivnu tehnologiju, valja je integrirati i u aktivnosti za slobodno učenje.

Pojedini se postupci primjenjuju u određene skupine učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama:

- povezati zadatke sa specifičnim interesima učenika s ciljem osiguravanja motiviranosti, najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)
- smanjiti zahtjeve za pisanjem ili prepisivanjem s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenucima zasićenosti, uporaba podsjetnika (poremećaj pažnje)
- upotrijebiti font *Sans Serif* (ili *Verdana*, *Dyslexiu*), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno u dodatnih materijala (specifične teškoće učenja)
- osigurati češće pauze tijekom rada, povezivati sadržaje s primjerima iz svakodnevnog života (intelektualne teškoće)
- usmeno prezentirati zadatak, omogućiti upotrebu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu na izvor zvuka (oštećenje sluha).

U osmišljavanju prilagodbi uvijek treba raditi timski i kontinuirano surađivati sa stručnim timom škole, pomoćnikom u nastavi i roditeljima. Za sve je učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama važno osigurati njihovo aktivno sudjelovanje tijekom aktivnosti za slobodno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u grupama gdje će učenik imati priliku surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima grupe).

Dodatna literatura za nastavnike

U Matki broj 24 (lipanj 1998) objavljen je članak Veselka Čotića o "Izračunavanje drugog korijena". O raznim metodama približnog korjenovanja možete pročitati više u tekstu: <https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/metodika/materijali/korjenovanje.pdf>

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti temeljna matematička znanja te razviti vještine povezane s kvadriranjem
- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Procijeniti cjelobrojni dio vrijednosti drugoga korijena
- Izračunati i približno odrediti drugi korijen koristeći se džepnim računalom
- Izračunati vrijednost izraza s korijenima
- Djelomično korjenovati
- Racionalizirati nazivnik
- Pojednostaviti izraz s korijenima, množenjem/dijeljenjem, zbrajanjem/oduzimanjem i djelomičnim korjenovanjem, racionaliziranjem nazivnika
- Riješiti kvadratnu jednadžbu oblika $x^2 = a$, $a \in \mathbb{Q}$
- Primijeniti drugi korijen pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula 3. Korjenovanje osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja i vještina s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te

davanja povratnih informaciju koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha je ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukciju, primjenu i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.

Pojmovnik

Izvor: CARNET-ova Dokumentacija za nadmetanje: NABAVA USLUGA IZRADE OTVORENIH DIGITALNIH OBRAZOVNIH SADRŽAJA

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj (cjeloviti DOS)

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj je obrazovni sadržaj u digitalnom obliku koji pokriva cjelokupni kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred. Jedan cjeloviti DOS obuhvaća cjelokupni godišnji fond školskih sati za kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred, prema postojećem nastavnom planu te dodatne sate za samostalno učenje i vrednovanje kod kuće.

Darovita djeca

Darovita djeca su ona djeca koja posjeduju sklop osobina, visoko natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visokoga stupnja kreativnosti i motivacije koji im omogućava razvijanje izvanrednih kompetencija i dosljedno postizanje izrazito natprosječnoga postignuća i/ili uratka u jednome ili u više područja. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika*, 2016.)

Digitalni obrazovni materijal

Digitalni obrazovni materijal je bilo kakav obrazovni materijal u digitalnom formatu neovisno o obliku (e-udžbenik, dio e-udžbenika, e-knjiga, cjeloviti multimedijalni materijali, obrazovna igra, digitalizirana verzija tiskanih obrazovnih materijala, on-line tečaj i dr.) i kontekstu za koji je izrađen (za primjenu u formalnom, neformalnom ili informalnom obrazovnom kontekstu).

Jedan digitalni obrazovni materijal je materijal koji sadržajno pokriva najmanje 5 nastavnih sati u potpunosti i podrazumijeva metodičko oblikovanje.

Jedan digitalni obrazovni materijal NIJE samo jedan izolirani grafički ili multimedijalni prikaz, niti prezentacija u digitalnom formatu. Nadalje, jedan digitalni obrazovni materijal NIJE tekstualni dokument (npr. word dokument) ili pdf verzija tekstualnog dokumenta koji ne podrazumijeva metodičko oblikovanje te sadržajno ne pokriva najmanje 5 nastavnih sati.

Digitalni obrazovni sadržaj (DOS)

Digitalni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu. DOS je namijenjen prvenstveno učenicima za učenje, provjeru znanja i korištenje na nastavnom satu. Sekundarno, DOS je namijenjen i učenicima za samostalno učenje i rad kod kuće te, zajedno s pripadajućim priručnikom, nastavnicima za poučavanje.

Interakcija

Interakcija je multimedijalni element ugrađen u sadržaj čija interaktivnost podrazumijeva pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa, akcije kao što su pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom komandom, obrazac za ispunjavanje, označavanje odgovora, unos teksta, formula ili audio zapisa, povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja, didaktična igra, simulacija s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima, mogućnost dobivanja povratnih informacija, interaktivna infografika, interaktivni video, žiroskopski prikaz, 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom i sl.

E-pristupačnost

E-pristupačnost je nadilaženje prepreka i poteškoća na koje osobe nailaze kada pokušavaju pristupiti proizvodima i uslugama koji se zasnivaju na informacijskim i komunikacijskim tehnologijama (Europska komisija, 2005.)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija) je uvažavanje različitosti i specifičnosti svakog pojedinca kroz odgoj i obrazovanje koji odgovara na različite odgojno-obrazovne potrebe sve djece i svih učenika, a temelji se na uključivanju i ravnopravnom sudjelovanju svih u odgojno-obrazovnom procesu. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje i prilagodbu iskustava učenja te vrednovanje postignuća djece i učenika s teškoćama*, 2016.)

Jedinica DOS-a

Jedinica DOS-a obuhvaća dio, cijelu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta metodički obrađenih tako da obuhvaćaju sadržaj učenja i poučavanja predviđen za provođenje od jednog do tri školska sata. Jedinicu DOS-a čine sljedeći obavezni dijelovi: Uvod i motivacija, Razrada sadržaja učenja i poučavanja i Završetak.

Kognitivne razine postignuća

Kognitivne razine postignuća obuhvaćaju razinu reprodukcije znanja, primjene znanja i rješavanje problema. Reprodukcijska razina znanja kao najniža kognitivna razina postignuća obuhvaća razumijevanje gradiva (imenovanje, definiranje, ponavljanje, izvješćivanje, razmatranje, prepoznavanje, izražavanje, opisivanje). Viša kognitivna razina postignuća je primjena znanja koja podrazumijeva konceptualno razumijevanje gradiva (raspravljavanje, primjena, tumačenje, prikazivanje, izvođenje, razlikovanje). Rješavanje problema je najviša kognitivna razina postignuća koja podrazumijeva sposobnost analize, sinteze i vrednovanja gradiva (uspoređivanje, razlučivanje, predlaganje, uređivanje, organiziranje, kreiranje, klasificiranje, povezivanje, prosuđivanje, izabiranje, rangiranje, procjenjivanje, vrednovanje, kombiniranje, predviđanje).

Modul DOS-a

Jedan modul DOS-a obuhvaća smisleno povezan sadržaj učenja i poučavanja koji obuhvaća određeni broj jedinica DOS-a, koje obuhvaćaju jednu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta.

Multimedijalni element

Multimedijalni element je zvučni zapis, fotografije, ilustracije, video zapis ili 2D i 3D animacije.

Nastavni sadržaj

Nastavni sadržaj je konkretna građa i zadatci (aktivnosti) za usvajanje i razvijanje odgojnih i obrazovnih znanja, vještina i navika kojima se ostvaruje određeni odgojno-obrazovni ishod ili skup odgojno-obrazovnih ishoda.

Objavljeni obrazovni sadržaj

Objavljeni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju u obrazovne svrhe objavljen u tiskanom ili digitalnom formatu uz pozitivnu stručnu recenziju ili pozitivnu evaluaciju od strane korisnika sadržaja.

Obrazovni sadržaj

Obrazovni sadržaj je sadržaj, tiskanog ili digitalnog tipa, razvijen s primarnom namjenom korištenja u obrazovne svrhe, bilo u nastavi ili izvan nje, za formalno, neformalno ili informalno obrazovanje.

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja)

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja) je jasni iskaz očekivanja od učenika (što učenici znaju, mogu učiniti i koje stavove/vrijednosti imaju razvijene) na kraju nekog dijela učenja i poučavanja. Ovisno o razini na kojoj je izražen, neki odgojno-obrazovni ishod može se odnositi na razdoblje od jednog nastavnog sata, tematske cjeline, cijele godine ili ciklusa učenja i poučavanja nekog nastavnog predmeta ili međupredmetne teme. Ishodi mogu biti određeni kao znanja, vještine i/ili stavovi/vrijednosti.

Osoba s invaliditetom

Osoba s invaliditetom je osobe koja ima dugotrajna tjelesna, mentalna, intelektualna ili osjetilna oštećenja, koja u međudjelovanju s različitim preprekama mogu sprečavati njihovo puno i učinkovito sudjelovanje u društvu na ravnopravnoj osnovi s drugima (Konvencija o pravima osoba s invaliditetom, 2006). Prema istoj konvenciji, invaliditet nije samo oštećenje koje osoba ima, nego je rezultat interakcije oštećenja osobe (koje nije samo tjelesno oštećenje kao najvidljivije) i okoline iz čega proizlazi da društvo neprilagođenošću stvara invaliditet, ali ga kroz tehničke prilagodbe prostora, osiguranje pomagala i drugih oblika podrške može i ukloniti. U kontekstu digitalnih obrazovnih sadržaja prilagodbe se odnose na primjenu principa univerzalnog dizajna i poštivanje standarda e-pristupačnosti pri izradi materijala.

Otvoreni obrazovni sadržaj

Otvoreni obrazovni sadržaj je sadržaj slobodno dostupan za korištenje, doradu i izmjenu od trećih strana bez dodatne naknade.

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja / Repozitorij digitalnih nastavnih materijala

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja/Repozitorij digitalnih nastavnih materijala je repozitorij digitalnih nastavnih materijala izrađen u sklopu pilot projekta e-Škole.

Suvremena pedagoška metoda

Suvremena pedagoška metoda je metoda koja potiče aktivan rad učenika kroz projektni i timski rad, rješavanje problema, učenje putem otkrivanja, stvaralačko učenje te poticanje kritičkog razmišljanja.

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnih potrebama

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama je daroviti učenik/dijete ili učenik/dijete s teškoćama u razvoju.

Učenici/djeca s teškoćama

Učenik/dijete s teškoćama je dijete/učenik kojemu je u odgojno-obrazovnom sustavu potrebna dodatna podrška u učenju i/ili odrastanju. Prema Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi, NN 94/13. (pročišćeni tekst) učenici s teškoćama (Članak 65.) su: – učenici s teškoćama u razvoju, – učenici s teškoćama u učenju, problemima u ponašanju i emocionalnim problemima, – učenici s teškoćama uvjetovanim odgojnim, socijalnim, ekonomskim, kulturalnim i jezičnim čimbenicima. U Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju (NN 24/15) navode se skupine vrsta teškoća: 1. Oštećenja vida, 2. Oštećenja sluha, 3. Oštećenja jezično-govorne-glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju, 4. Oštećenja organa i organskih sustava, 5. Intelektualne teškoće, 6. Poremećaji u ponašanju i oštećenja mentalnog zdravlja, 7. Postojanje više vrsta teškoća u psihofizičkom razvoju.