



# Matematika

za 7. razred osnovne škole

## Modul 9: Sustav s dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

Priručnik za nastavnike

Više informacija o fondovima EU-a možete pronaći na internetskim stranicama Ministarstva regionalnoga razvoja i fondova Europske unije: [www.strukturnifondovi.hr](http://www.strukturnifondovi.hr)

Ovaj priručnik izrađen je radi podizanja digitalne kompetencije korisnika u sklopu projekta e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot-projekt), koji sufinancira Europska unija iz europskih strukturnih i investicijskih fondova. Nositelj projekta je Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET. Sadržaj publikacije isključiva je odgovornost Hrvatske akademske i istraživačke mreže – CARNET.

# Impresum

## Ključni stručnjaci:

**Autori:**

Maja Balat, Minja Stepčić

**Urednica:**

Štefica Dumančić Poljski

**Stručnjak za dizajn odgojno-obrazovnog procesa  
ili metodičko oblikovanje nastavnih sadržaja:**

Toni Milun

**Stručnjak za dizajn i izradu digitalnih  
sadržaja te dizajn korisničkog sučelja:**

Željka Car

## Neključni stručnjaci:

**Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje:**

Jasmina Ivšac Pavliša, Maja Peretić

**Stručnjak za pristupačnost:**

Vedran Podobnik

## Recenzenti:

**Recenzent za metodičko oblikovanje sadržaja:**

Ljerka Jukić Matić

**Recenzent za inkluzivnu prilagodbu sadržaja:**

Katarina Pavičić Dokoza

**Izdanje:**

1. izdanje

**Lektorica:**

Rosanda Tometić

**Priprema i prijelom:**

Algebra d.o.o.

**Podizvoditelj:**

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu

**Naručitelj i nakladnik:**

Hrvatska akademska i istraživačka mreža CARNET

**Mjesto izdanja:**

Zagreb

**Više informacija:**

Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET

Josipa Marohnića 5, 10000 Zagreb

tel.: +385 1 6661 500

www.carnet.hr



Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom

[Creative Commons Imenovanje -Nekomercijalno-Dijeli 3.0 Hrvatska.](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/hr/)

# Sadržaj

<b>Impresum .....</b>	<b>3</b>
<b>Uvodni dio priručnika .....</b>	<b>6</b>
Kako koristiti priručnik .....	6
Što je DOS? .....	18
Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS .....	24
Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a .....	25
Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima .....	27
Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS .....	29
Suvremene nastavne metode i DOS .....	31
Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama .....	32
<b>Modul 9: Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice .....</b>	<b>34</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	34
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a .....	34
Digitalni alati i dodatni sadržaji .....	35
<b>9.1. Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice .....</b>	<b>39</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	39
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	40
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	43
<b>9.2. Metoda supstitucije .....</b>	<b>45</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	45
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	46
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	49
<b>9.3. Metoda suprotnih koeficijenata .....</b>	<b>51</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	51
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	52
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	54
<b>9.4. Svođenje sustava na standardni oblik .....</b>	<b>56</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	56

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	57
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	60
<b>9.5. Primjena sustava dviju linearnih jednadžbi u algebarskim i geometrijskim zadacima .....</b>	<b>62</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	62
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	63
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	66
<b>9.6. Primjena sustava linearnih jednadžbi u zadacima iz svakodnevnog života .....</b>	<b>68</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	68
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	69
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	71
<b>Aktivnosti za samostalno učenje .....</b>	<b>73</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	73
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	73
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	75
<b>Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda .....</b>	<b>77</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	77
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	77
<b>Pojmovnik.....</b>	<b>79</b>

# Uvodni dio priručnika

## Kako koristiti priručnik

Priručnik za primjenu DOS-a je prateći materijal uz digitalne obrazovne sadržaje (DOS) iz matematike za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred opće gimnazije (Matematika 7, Matematika 8, Matematika 1 i Matematika 2).

Sastoji se od dva bitno različita dijela: općeg dijela i dijela namijenjenog određenom razredu.

**Prvi dio priručnika** (prvih 7 poglavlja) priručnika daje uvod o digitalnim obrazovnim sadržajima i njihovoj ulozi u suvremenim metodama poučavanja. Ovaj dio je identičan za sve razrede.

**Drugi dio priručnika** daje preporuke nastavnicima za korištenje konkretnih jedinica DOS-a i multimedijalnih elemenata u odgojno-obrazovnom procesu, navodi dodatne digitalne alate i sadržaje koji će doprinijeti ostvarivanju odgojno-obrazovnih ishoda te daje smjernice i sadržaje za rad s učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (inkluzija).

Priručnik je dostupan u tri formata: PDF, ePub (format za elektroničke knjige, može se preuzeti i čitati na računalima i mobilnim uređajima) i OneNote (Microsoft OneNote 2016, digitalna bilježnica koja omogućuje na jednom mjestu održavanje bilješki i informacija s dodatnim prednostima; mogućnosti naprednog pretraživanja i umetanja multimedije).

U prvom poglavlju, koje je upravo pred Vama, navedene su upute kako koristiti priručnik na primjeru OneNote inačice.

## OneNote inačica priručnika

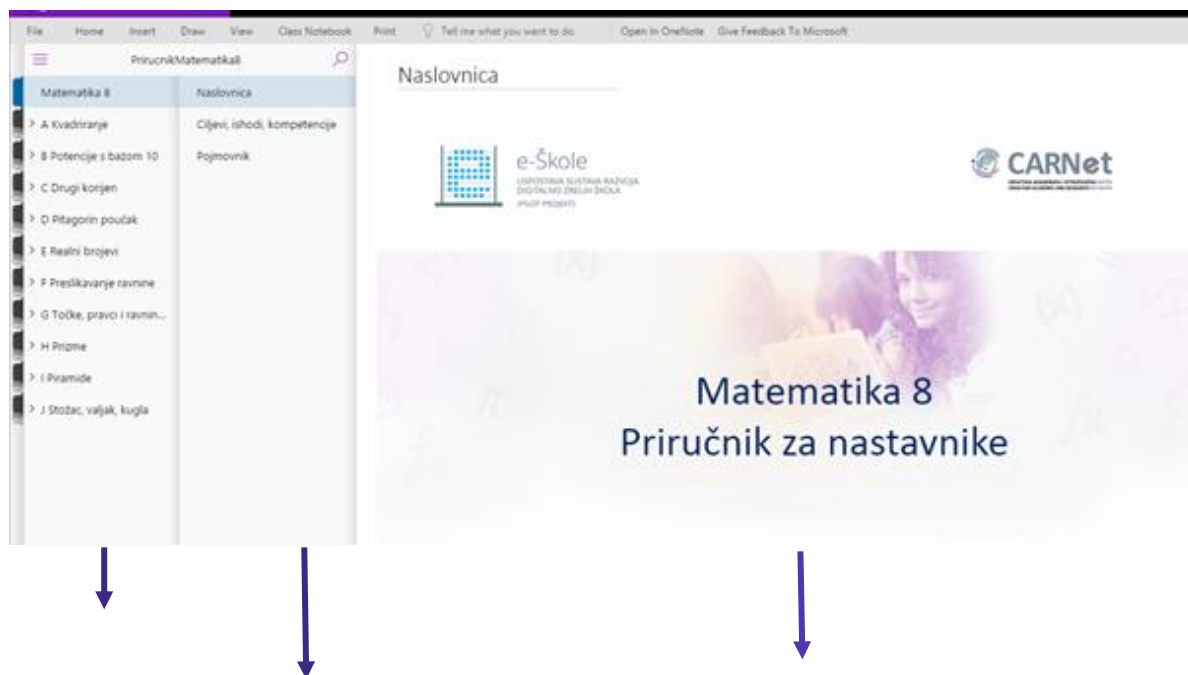
Osnovne značajke OneNote-a su:

- automatsko spremanje
- mogućnost pisanja na proizvoljnom mjestu svake stranice
- mogućnost ubacivanja svih vrsta sadržaja, dokumenata i poveznica
- mogućnost reorganiziranja i ponovnog korištenja stranica i odjeljaka
- pripadni moćni alati za označavanje i pretraživanje
- mogućnost spremanja poveznice na originalne sadržaje prilikom kopiranja
- brzo i pregledno kretanje kroz pojedine dijelove dokumenta.

OneNote inačica priručnika sadrži sve što i pdf inačica te dodatne stranice „Pomoćni interaktivni sadržaji“ na kojima su interaktivni i multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote. Tako pripremljene sadržaje učitelji i nastavnici mogu lako koristiti za nastavu te prema potrebi mijenjati i prilagoditi svojim potrebama.

U OneNote priručniku sadržaji su grupirani u odjeljke, sekcije i stranice unutar sekcija. Početni odjeljci sadrže poglavlja prvog, općeg dijela priručnika. Slijede odjeljci koji se odnose na konkretan DOS. Svaki DOS podijeljen je na module, a moduli na jedinice, što je detaljno opisano u sljedećem poglavlju.

Sadržaji koji se odnose na module konkretnog DOS-a nalaze se na stranicama odjeljka s naslovom modula, a sadržaji na razini jedinice se nalaze na stranicama sekcija s naslovima jedinica. Moduli su označeni slovima A, B, C, ..., a jedinice brojevima 1.1, 1.2 itd.



Odjeljci i sekcije

Stranice

Sadržaj stranice

Uvodni odjeljak (na slikama to je prvi odjeljak Matematika 8) ima stranice:

- **Naslovnica**
- **Ciljevi, ishodi, kompetencije**
  - Ovdje su navedeni ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini cjelovitog DOS-a prema kojima je izrađen DOS.
- **Pojmovnik**
  - U priručniku se nalazi pojmovnik ključnih pojmova prenesen iz konkretnog DOS-a.

The screenshot shows a digital textbook page for 'Matematika 8'. The left sidebar contains a table of contents with sections labeled A through J. The main content area is titled 'Ciljevi, ishodi, kompetencije' and lists objectives, educational outcomes, and generic competencies for the subject.

**Ciljevi, ishodi, kompetencije**

**Matematika 8**

**Ciljevi i zadaće**

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
  - Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
  - Rješavanje problemskih situacija
  - Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
  - Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
  - Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
  - Osjećivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu

**Odgojno-obrazovni ishodi**

- Primijeniti kvadriranje i korjenovanje pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primijeniti potenciranje s bazom 10 pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primijeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primijeniti realne brojeve pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnom životu
  - Primijeniti preslikavanja ravnine
  - Prepoznati prostorne oblike u jednostavnim situacijama izvan matematičkog konteksta koristeći se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
  - Koristiti se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
  - Riješiti problem iz matematike i svakodnevnog konteksta koristeći se mjernim obilježjima geometrijskih tijela

**Generičke kompetencije**

- Rješavanje problema
  - Donošenje odluka
  - Metakognicija
  - Suradnja
  - Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
  - Aktivno građanstvo

Slijede odjeljci koje obrađuju pojedine module (označeni slovima A, B, C ...). Svaki modul ima uvodnu sekciju (1.0. u modulu A, 2.0. u modulu B ...) i sekcije po jedinicama (1.1., 1.2. ... u modulu A; 2.1., 2.2. .... u modulu B itd.)

Uvodna sekcija svakog modula sadrži sljedeće stranice (na ilustracijama koje slijede to je modul A *Kvadriranje*):

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini modula.



Priručnik Matematika 8

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Metodički prijedlozi

Digitalni alati i dodatni sad...

Operativni plan

**Ciljevi, ishodi, kompetencije**

**DOS Matematika 8**

**1. Kvadriranje**

**Ciljevi i zadaće**

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanje te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvještavanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

**Odgojno-obrazovni ishodi**

- Kvadrirati racionalni broj
- Procijeniti vrijednost kvadrata
- Napisati umnožak kvadrata kao kvadrat umnoška te količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto
- Kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva
- Prepoznati u algebarskim izrazima kvadrat zbroja i kvadrat razlike
- Rastaviti razliku kvadrata na faktore
- Primijeniti kvadriranje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

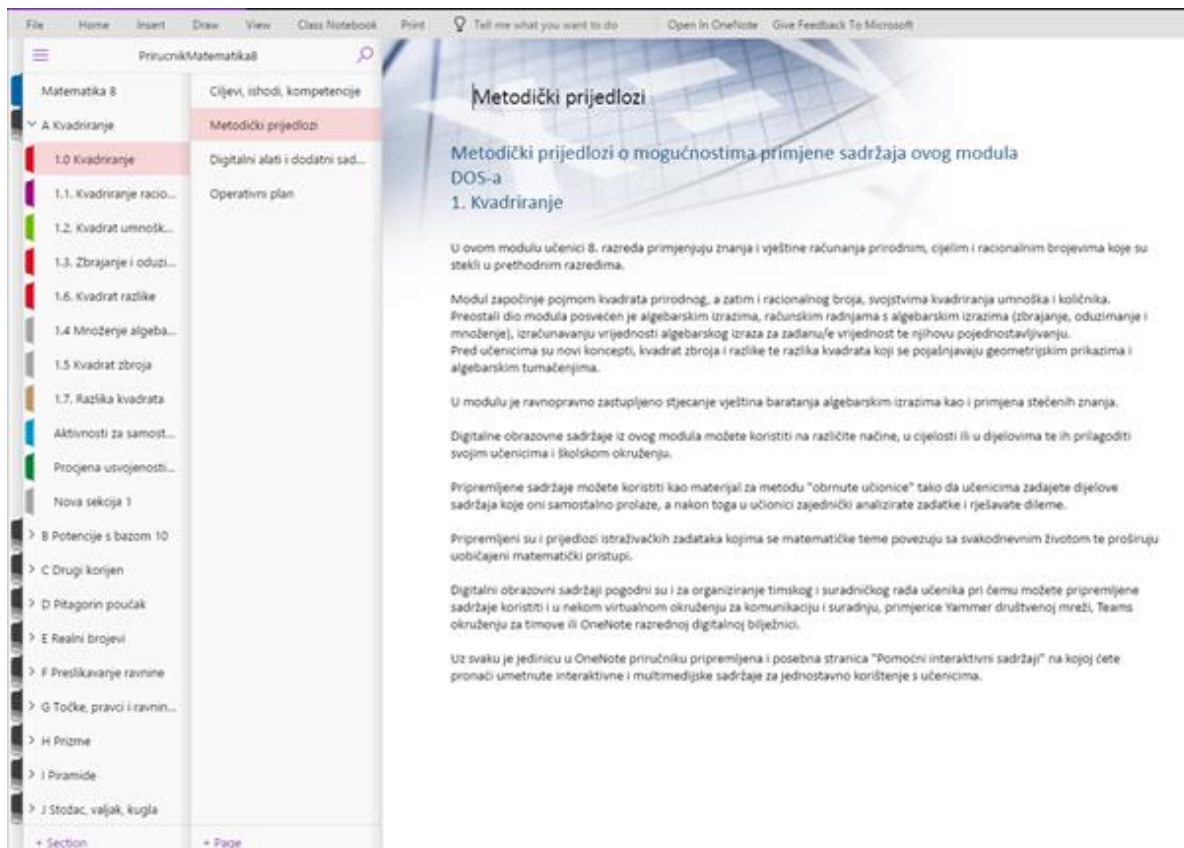
**Generičke kompetencije**

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

## Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula. To je sažetak metodičkih prijedloga za korištenje jedinica ovog modula, odnosno preporuke koje su primjenjive na sve jedinice.

Neki metodički prijedlozi i preporuke identični su u više modula, no ta ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se isti u još nekom drugom modulu.



## Digitalni alati i dodatni sadržaji

Informacije na ovoj stranici podijeljene su u tri grupe.

### Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

- Navedeni su digitalni alati koji su preporučeni u priručniku za korištenje u ovom modulu, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute.
- Većina preporučenih digitalnih alata spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

### Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

- Navedene su poveznice na sve sadržaje predložene u jedinicama modula kao pomoć u izvođenju nastave. Tako ih nastavnici mogu naći na jednom mjestu.

### Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnike

- Ovdje su predloženi izvori na kojima nastavnici sami mogu pronaći i odabrati sadržaje koji im mogu pomoći u izvođenju nastave. To su interaktivni sadržaji (animacije, simulacije...), video materijali, izvori na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te također stručni članci vezani uz područje matematike koje obrađuje modul.
- Veliki broj navedenih izvora spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul

sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

The screenshot shows a digital textbook interface for Mathematics 8. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is titled "Digitalni alati i dodatni sadržaji" and lists various digital tools and resources for learning quadratic equations, including GeoGebra, LearningApps, Polynomials Calculator, Kahoot, and Sway.

## Operativni plan

To je popis jedinica unutar modula s predviđenim brojem sati za njihovu obradu.

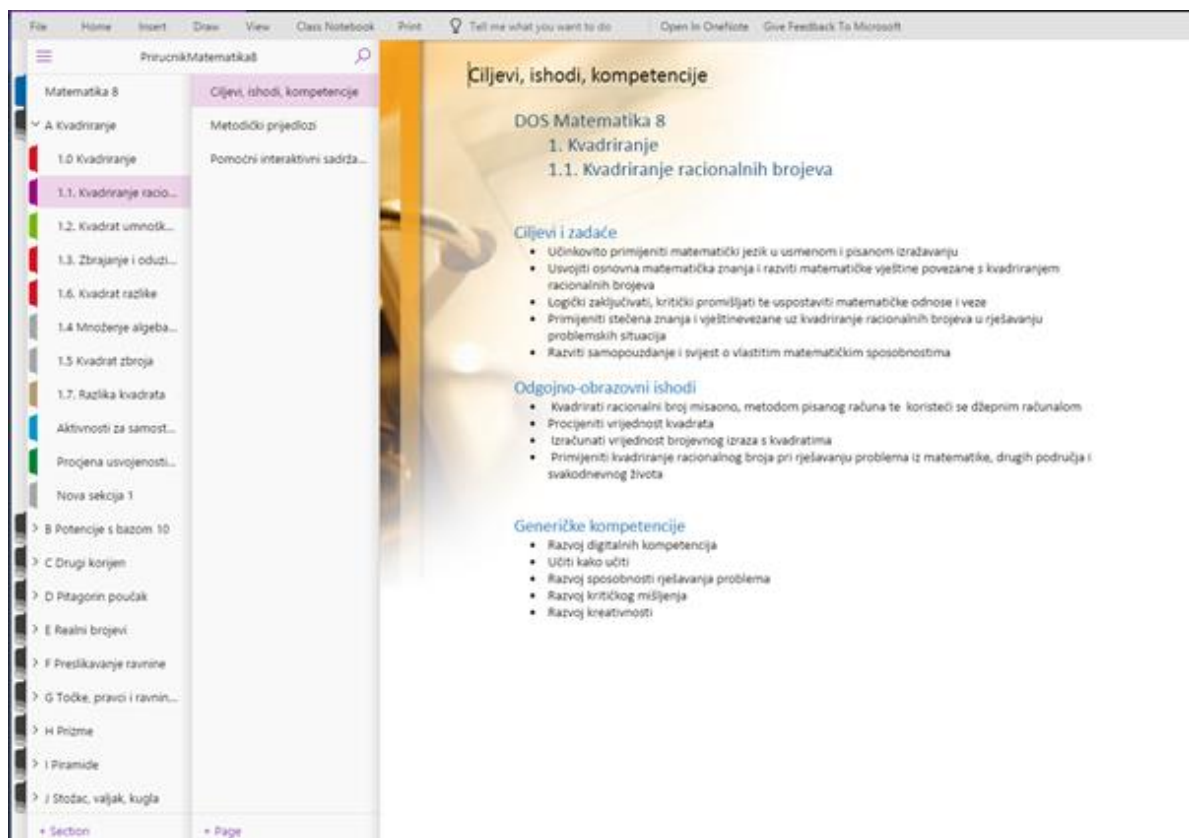
The screenshot shows a OneNote interface with a sidebar on the left containing a table of contents for 'Priručnik Matematika 8'. The main content area displays the title 'Operativni plan' with a date '9. svibnja 2017. 19:20' and the subject 'DOS Matematika 8'. Below this is a table of contents for '1. Kvadriranje'.

Modul	Jedinica DOS-a	Broj sati
1.	Kvadriranje	16 + 1
	1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva	3
	1.2. Kvadriranje umnoška i količnika	2
	1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	2
	1.4. Množenje algebarskih izraza	2
	1.5. Kvadrat zbroja	2
	1.6. Kvadrat razlike	2
	1.7. Razlika kvadrata	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

Sekcije uz svaku jedinicu modula (na ilustracijama to je jedinica *1.1 Kvadriranje racionalnih brojeva*) sadrže sljedeće stranice:

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije za konkretnu jedinicu. Prema njima je izrađen sadržaj jedinice.



## Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja konkretne jedinice. Oni nisu pripreme za nastavnici za nastavni sat već prijedlozi nastavniku koje dijelove sadržaja može i na koji način koristiti u nastavi.

## Pomoćni interaktivni sadržaji

Ovdje su interaktivni, multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote.

Sekcija "Metodički prijedlozi" podijeljena je na dva dijela:

### (a) *Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice*

Započinje s općim uputama vezanim uz različite svrhe primjene jedinice (npr. obrada, ponavljanje ...), odnos prema ostalim jedinicama modula i eventualnu vezu s drugim modulima. Navedena je i preporuka koji se oblici učenja i poučavanja mogu primijeniti pri korištenju sadržaja jedinice.

Slijede prijedlozi primjene sadržaja jedinice:

- Uvod i motivacija
- Razrada sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak.

Ova podjela prati strukturu korištenu u DOS-u i tim redosljedom izdvojeni su dijelovi sadržaja koje je pogodno koristiti u nastavi. Redosljed nije sugestija organizacije nastavnog sata. Cjelovito osmišljavanje i priprema izvođenja nastave prepušteni su nastavniku, kao i izbor mjesta na kojima će uklopiti sadržaje jedinice DOS-a.

- Dodatni prijedlozi

Ovdje su navedeni dodatni prijedlozi koji mogu pomoći nastavniku u ostvarenju odgojno-obrazovnih ishoda predviđenih u jedinici. To su poveznice na digitalne sadržaje, ukazivanje na neka alternativna metodička rješenja i sl.

**(b) *Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe***

- Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Svaka jedinica sadrži dijelove koji po složenosti ili sadržaju izlaze izvan okvira programa. Oni su na ovom mjestu u priručniku istaknuti, kao i prijedlozi nastavniku kako organizirati njihovo izvođenje i prezentaciju rezultata. Ponekad su u priručniku navedeni i prijedlozi zadataka/aktivnosti koji se ne nalaze u jedinici.

Aktivnosti za učenike koji žele znati više i za darovite učenike birane su kao projektni zadaci ili dodatne teme za samostalno istraživanje. Mogu se provoditi samostalno ili u manjim skupinama.

- Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje razradili su prijedloge i smjernice nastavnicima za svaku jedinicu.



The image shows a digital textbook interface with a sidebar on the left containing a table of contents for 'Priručnik Matematika 8'. The main content area displays the 'Metodički prijedlozi' (Methodological Proposals) for the topic '1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva' (Squaring rational numbers). The interface includes a Microsoft Word-style menu at the top and a search bar.

**Metodički prijedlozi**

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

1. Kvadriranje

1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cjelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika. Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

**Uvod i motivacija**

Za **motivaciju** je izabran koncept površine kvadrata s duljinama stranica koje su prirodni brojevi.

**Razrada sadržaja učenja i poučavanja**

**Kvadrat prirodnog broja**  
Motivacijski je primjer poslužio za uvođenje pojma **kvadrata prirodnog broja**. Nakon toga je i definiran kvadrat nule. Kvadrat nule može se objasniti kao kvadrat kojemu je stranica duljine nula pa je i površina takva kvadrata jednaka nuli. U nekoliko uvodnih primjera istaknute su važne činjenice o kvadratu prirodnog broja:

- Kvadrat je prirodnog broja prirodni broj.
- Od dva prirodna broja veći kvadrat ima onaj koji je veći.
- Postupak je kvadriranja broja različit od postupka množenja broja s dva.

**Kvadrat racionalnog broja**  
**Interaktivnim predloškom** učenik **istražuje** postojanje kvadrata racionalnih brojeva. To čini postupno: prirodni brojevi s nulom, negativni cijeli brojevi, racionalni brojevi decimalnog zapisa, racionalni brojevi zapisa u obliku pravog razlomka.

Važni su naglasci u ovoj djeli na sljedećem:

- zapis kvadrata racionalnog broja - upotreba zagrada za kvadriranje negativnih brojeva i razlomaka
- definicija kvadrata racionalnog broja
- kvadrat racionalnog broja veći ili jednak nuli
- jednakost kvadrata suprotnih racionalnih brojeva.

**Važnost zagrada i upotreba zagrada**  
Istaknuta je i važnost **upotrebe zagrada** te njihov utjecaj na rezultat. Učenik to može provjeriti zadatcima u kojima su zadani razni položaji zagrada u odnosu na kvadriranje. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, a tek potom odgovoriti. Dva su tipa zadataka: točno/netočno i uparivanje.

---

**Dilepno računalo**  
Kako bi se učenici znali služiti **dilepnim računalom** pri izračunavanju ili provjeri izračuna, ponuđena je 2D animacija koja im to pokazuje. Kvadrirati mogu na dva načina, množenjem broja sa samim sobom ili korištenjem tipke  $x^2$ .

**Procjena izmisa kvadrata racionalnog broja**  
**Istraživanjem** niza zadanih kvadrata pozitivnih racionalnih brojeva uočeno je ponašanje kvadrata brojeva većih od jednog cijelog i onih između nula i jedan. Za pozitivne racionalne brojeve veće od jednog cijelog, zadan je problem iz svakodnevice – Teph s dječju sobu.

Jedan je od važnih koraka prihvatanja koncepta kvadrata racionalnog broja sposobnost smislene **procjene kvadrata racionalnog broja**. Procjena je uvedena primjerom **Pinkalidite**. Rješavanjem primjera pokazuje se postupak provođenja misaone ili računске procjene. Procjena, pomoću najbolje ponuđene, učenik može vježbati nizom zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom.

**Kvadrat mješovitog broja**  
Poseban je primjer zadan za određivanje **kvadrata mješovitog broja** uz određivanje približne vrijednosti.

**Istraživanje kvadrata prirodnih brojeva**  
Kako bi se **otkrio** je li neki prirodni broj kvadrat, treba koristiti postupak rastavljanja na proste faktore. Dana su dva tipa zadataka: višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i točno/netočno. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek potom odgovoriti.

Važno je, također, snalažljivo ili **misaono određivanje** kvadrata nekih racionalnih brojeva pomicanjem decimalnog zarez. Za uvježbavanje misaonog računanja nekih racionalnih brojeva, ponuđena su četiri zadatka.

**Preračunavanje mjernih jedinica za površinu**  
Od ključne je važnosti **povezati** kvadriranje racionalnih brojeva te misaono/snalažljivo računanje s preračunavanjem kvadratnih mjernih jedinica. Trina je primjerima uz slikovnu podršku predstavljeno kako preračunavati kvadratne mjerna jedinice:

- o iz veće kvadratne mjerne jedinice u manju
- o iz manje kvadratne mjerne jedinice u veću.

U nivu zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom učenici mogu vježbati preračunavanje.

**Redoslijed računskih operacija**  
Kako je kvadriranje računski radnja trećeg stupnja, potrebno je opisati **redoslijed računskih operacija** u zadatcima u kojima se pojavljuje kvadriranje, množenje/djeljenje i zbrajanje/oduzimanje racionalnih brojeva. Za uvježbavanje izračuna izraza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva osmišljena je zabavna aplikacija na poveznici **kvadrat broja**. Kad učenik točno rješava zadatke, otvara se sličica. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti. Osim te aplikacije, zadana su još dva zadatka uparivanja za izračunavanje računskih izraza s kvadratima.

**Primjena**  
Dva primjera, od kojih jedan koristi 2D animaciju za objašnjenje postupka rješavanja, uvode učenika u niz zadataka **primjene naučenog** za rješavanje problemskih situacija iz matematike ili svakodnevice. Ponuđeni su i posebno označeni zadatci **korrelacije**, koji u sebi sadrže i ishod primjene **postotnog računa**.

**Zanimljivost**  
Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost** vezana za šahovska polja i promjer postolja šahovske figure pještaka. Ta je zanimljivost iskorištena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao **projektni i nagradni** zadatak za učenika.

**Zanimljivost**  
Prije kraja, predstavljena je zanimljivost vezana za lahovske poja i promjer postoja lahovske figure pjesaka. Ta je zanimljivost iskorisćena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao projektni i nagradni zadatak za učenike.

**Završetak**  
U završnom je dijelu dan osvrt na najvažnije ishode koje je učenik trebao ostvariti u ovoj jedinici.

**Dodatni prijedlozi**

- Motivacijski primjer može biti ideja za školski projekt Matematika u školskom vrtu. Prilikom kvadrati ne moraju biti jedan izvan drugog već jedan unutar drugog. Svaki razred može u svom dijelu zasaditi cvijeće, ljekovito bilje, itd.

**Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe**

**Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima**

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

Pet načina za izračun kvadrata dvoznamenkastog broja:  
<http://math-equation.com/methods-to-square-two-digit-numbers-in-seconds/>

Kako izračunati kvadrate velikih brojeva:  
<http://wiredaboutmath.com/2007/11/04/how-to-square-large-numbers-quickly-part-1/>

Metode starih Veda za mentalno računanje kvadrata brojeva:  
<http://brilliant.org/discussions/thread/vedic-maths-trick-to-find-squares-of-numbers-2/>

**Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju**

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da učenici koriste konkretne didaktičke materijale, dječno računalo i slično. Neka kvadriraju samo prirodne brojeve i taj kvadrat i prikazuju staganjem konkrata u obliku kvadrata.

Računalna igra:  
<https://sites.google.com/site/ymvukovicmatematika/8-razred/8-iz-kvadriranje-igra>  
<https://www.mathlearningcenter.org/web-apps/geomobots/>  
<https://www.mathsfun.com/qaqaq-root.html>

Za učenike s oštećenjem vida preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, lupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad ustružno valja koristiti (tablica, šilo, štapić ekrana, itd.). U scenarijima valja odabrati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiť usmeno ili predločima s kratkom uputom na što učenik valja usmjertiti pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastave jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik govorne tehnologije, istu valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S izborom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u vidu asistenta, preporuča se pomoć asistenta pri uvježavanju zaslona tijekom prolaska nastavnom jedinicom i označavanju količina na brojevnom pravcu.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prvih zadataka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda. U radu s učenicima valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatak valja rastavljati na manje korake i usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Učenici s intelektualnim teškoćama mogli bi dobiti prvi ishod učenja ove jedinice uz korištenje dječjeg računala, te četviti ishod – primjeniti kvadriranje racionalnih brojeva pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Kad god je to moguće, zadatak valja popratiť vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arsapac.org/>

Za učenike s poremećajima govorno-jezično-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranje usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, dijagrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličnu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podcrtavanjem teksta. Valja voditi računa da im se pojednostave sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). U istaknutoj definiciji kvadriranja potrebno je maknuti elekt odraz. Dopustiti im korištenje dječjeg računala pri rješavanju zadataka.

Za učenike s poremećajima u ponašanju valja je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjenjena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Interaktivni sadržaji koji su umetnuti u OneNote navedeni su kao poveznice u popisu "Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS".





---

## Što je DOS?

---

### Što je DOS?

Pojam "digitalni obrazovni sadržaj" (DOS) je naziv za sadržaj namijenjen korištenju u obrazovanju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni u sklopu pilot projekta e-Škole namijenjeni su učenicima za samostalno učenje i samoprocijenu kod kuće i na nastavnom satu. Nastavnik će koristiti DOS zajedno s priručnikom kako bi obogatio svoj način poučavanja i primjenom novih strategija i metoda učeniku omogućio aktivno učenje.

Cilj DOS-a je poticati kod učenika aktivno učenje na inovativan, učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Nastavniku pak DOS omogućava ostvarivanje definiranih odgojno-obrazovnih ishoda uz primjenu razolikih strategija, pristupa i metoda poučavanja.

U DOS-u su korištene sve prednosti digitalnih tehnologija poput interaktivnosti, nelinearnosti, multimedijalnosti, modularnosti i prilagodljivosti.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

### Struktura DOS-a

Digitalni obrazovni sadržaji iz matematike pokrivaju cjelokupni opseg trenutačno važećeg kurikuluma/nastavnog programa određenog razreda i obuhvaća ukupni godišnji fond školskih sati predviđenih za matematiku.

Svaki DOS je podijeljen na jedinstvene samostalne cjeline – module (po deset u svakom razredu). Moduli koji čine cjeloviti DOS realizirani su kao zasebni paketi sadržaja koje je, osim kao dio cjelovitog DOS-a, moguće koristiti neovisno o drugim modulima istog DOS-a.

Svaki modul se sastoji od nekoliko jedinica, a svaka jedinica obuhvaća sadržaj učenja i poučavanja za čije provođenje je predviđeno jedan do tri školska sata. Jedinice su međusobno povezane i nadovezuju se jedna na drugu. Odabrani redoslijed jedinica je prijedlog autora, no ponekad su moguća i drugačija rješenja.

### Jedinice kao dio modula

Svaka jedinica ima sljedeće dijelove:

- uvod i motivaciju: Na početku...
- razradu sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak: ...i na kraju.

Na početku su navedeni odgojno-obrazovni ishodi za tu jedinicu DOS-a.

### ŠTO ĆU NAUČITI?

Matematika 1 > Brojevi > 1.1. Skupovi

1.1. Skupovi

Europska unija  
Zajedno do boljeg EU

ŠTO ĆU NAUČITI?

- ✓ Definirati osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Provesti osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Rabiti matematički jezik vezan za skupove
- ✓ Riješiti jednostavnije problemske zadatke sa skupovima

## Uvod i motivacija

### Na početku...

Jedinice započinju motivacijskim primjerom.

Na početku...

Obujam jedne Kuće-kocke u Rotterdamu je  $422 \text{ m}^3$ . Kolika je duljina plošne dijagonale?



Kubuswoningen, Rotterdam

Označimo duljinu stranice kocke s  $a$ . Obujam kocke je  $V = a^3$ .

Plošna dijagonala je  $d = a\sqrt{2} = \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{2}$ .

Možemo li ovaj izraz srediti, svesti na jedan korijen?

Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

## Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada sadržaja učenja i poučavanja načinjena je sukladno načelima konstruktivističke nastave matematike u kojem se od učenika očekuje da uočavaju, istražuju, proučavaju, opažaju, povezuju i zaključuju kako bi izgradili vlastito matematičko znanje.

Pri tome se koriste multimedijски elementi:

- ilustracije/fotografije
- 2D i 3D animacije
- video zapisi
- interakcije (elementi koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem).

## Primjer 1.

Primjeri sadrže pitanja ili računske zadatke koji su detaljno pojašnjeni i riješeni.



### Zadatak 1.

#### Rješenje

Zadaci su dani u obliku interakcija u kojima učenik dobiva povratnu informaciju o točnosti rješenja ili se rezultat i dijelovi postupka dobivaju pomoću tipke Rješenje.



### Praktična vježba

U jedinicama se nalaze opisi praktičnog rada učenika. Često su popraćeni crtežima, animacijama ili video zapisom.



### Povezani sadržaji

Korelacije s drugim predmetima posebno su istaknute kao bi učenicima skrenuli pažnju na njih i potaknuli ih da povezuju znanja usvojena u pojedinim predmetima. Možete ih koristiti kao ideju za međupredmetne teme pogodne za učeničke projekte.



### Projekt


Projekti i projektni zadaci su ponuđeni kao drugačiji pristup učenju. Kroz njih učenik kroz različite oblike rada uči i primjenjuje naučeno kako bi realizirao i ostvario ciljeve projekta. U radu na projektu i projektnim zadacima moguće je osmisлити zadatke za različite razine učeničkog znanja tako da u njima mogu sudjelovati svi učenici.

U priručniku su navedeni prijedlozi i preporuke kako organizirati rad na projektu i koje upute dati učenicima.



### Kutak za znatiželjne

U "Kutku za znatiželjne" nalaze se obogaćeni sadržaji koji su izvan okvira obaveznog programa/kurikuluma. Prvenstveno su namijenjeni darovitim učenicima. Sadržaji se obogaćuju tako da se ishodi iz obaveznog kurikuluma proširuju sadržajima koji se inače rijetko dotiču pa se uči šire ili se postojeći ishodi dopunjavaju složenijima pa se uči dublje. Neki od sadržaja predstavljaju akceleraciju jer se nalaze u obaveznom kurikulumu viših razreda.



### Zanimljivost

Ruski se matematičar Nikolai Grigorievich Chebotaryov ( 1894. – 1947.) bavio algebrom polinoma. Hobi mu je bio faktorizacija izraza  $x^n - 1$  za razne vrijednosti cijeloga broja  $n$ . Svoja je razmišljanja i rezultate bilježio na papir jer u vrijeme kada je živio, nije bilo računala koja nam danas olakšavaju račun.

Jedinice sadrže niz zanimljivosti. Možete ih koristiti kao motivaciju u bilo kojem dijelu nastavnog sata.

## Završetak

### ...i na kraju

Na kraju svake jedinice nalazi se podsjetnik na najvažnije dijelove jedinice, zadatci za ponavljanje, prijedlozi za daljnje istraživanje, ideje za suradničko učenje, igre ili prijedlozi za projekte.

Matematika 1 > Koordinatni sustav u ravni > 5.5. Primjena koord. natnog sustava

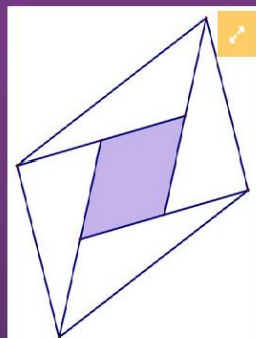
### ...i na kraju

Riješite ovaj geometrijski zadatak s pomoću analitičke geometrije.

Stranice romba produžite kao na skici za dužinu stranice romba. Spojite dobivene vrhove. Koliko je puta površina dobivenog četverokuta veća od površine romba?

Za početak ćemo zadati vrhove romba  $A(2, 1)$ ,  $B(7, 3)$ ,  $C(9, 8)$  i  $D(4, 6)$ .

Pokušajte procijeniti zaključak.



Rješenje

**PROCIJENITE SVOJE ZNANJE**



Rubrika *Procijenite svoje znanje* nalazi se na kraju odabranih jedinica. Sastoji se od niza konceptualnih pitanja i zadataka za učenje, vježbanje i samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Zadaci su oblikovani na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno;
- višestruki odabir s jednim točnim odgovorom;
- višestruki odabir s više točnih odgovora;
- unos točnog odgovora;
- uparivanje odgovora;
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, markera, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola);
- grupiranje elemenata;
- uređivanje poretka elemenata;
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora;
- umetanje riječi koje nedostaju upisom;
- unos rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Rubrika *Procijenite svoje znanje* namijenjena je učeniku za samostalni rad te mu služi kao alat za samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na razini jedne odnosno nekoliko jedinica. Učenik dobiva povratnu informaciju o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

## Aktivnosti za samostalno učenje

Matematika 1

Brojevi

1. Aktivnosti za samostalno učenje

# 1. Aktivnosti za samostalno učenje

U posebnoj jedinici *Aktivnosti za samostalno učenje* nalaze se aktivnosti namijenjene učenicima za samostalan rad koje pomažu u učenju i usvajanju odgojno-obrazovnih ishoda modula te aktivnosti koje učenicima nude da dodatno istraže teme vezane uz modul. Sadržavaju nekoliko vrsta zadataka, često s primjerima iz svakodnevnog života, u kojima su stopljena znanja i vještine usvojene u pojedinim jedinicama modula. Zadaci su različite razine složenosti te su neki namijenjeni svim učenicima, a neki učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima.

Jedinicom *Aktivnosti za samostalno učenje* možete se koristiti u cijelosti na nastavnom satu na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog ovim modulom ili u dijelovima koji dopunjavaju pojedine jedinice.

## Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Matematika 1

Linearna funkcija

Procjena znanja

# Procjena znanja

Posebna jedinica *Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda* sadržava zadatke za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula i učenike uputite na nju na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog modulom.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula. Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

## Pojmovnik

U svim jedinicama DOS-a pojmovi koje se željelo istaknuti pisani su podebljanim slovima.

Najvažniji pojmovi navedeni su i u Pojmovniku. Klik na pojam vodi na početak jedinice u kojoj je definiran.

---

## Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS

---

Nastava je organizirana, cilju usmjerena odgojno-obrazovna djelatnost. Odnos triju čimbenika nastave: učenika, nastavnika i nastavnih sadržaja opisuje didaktički trokut. Pritom su učenik i nastavnik subjekti nastavnog procesa, a nastavni sadržaji (sadržaji učenja) su predmet nastave. Naglašavanje važnosti pojedinog čimbenika nastave označavaju sintagme kao nastava orijentirana na učenika, nastavnika ili nastavne sadržaje.

DOS kao nastavni sadržaj namijenjen je prvenstveno učeniku s ciljem poticanja aktivnog učenja na učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Stoga je u didaktičkom trokutu učenik - nastavnik - DOS naglašena važnost učenika i međudjelovanje učenika i nastavnog sadržaja (u našem slučaju DOS-a). Uloga nastavnika kao nužnog subjekta nastavnog procesa u ovom trokutu i njegovo međudjelovanje s učenikom i DOS-om još pojačavaju orijentiranost nastave na učenika.

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima, prikladan je za korištenje na nizu različitih platformi od mobilnih uređaja do stolnih računala, uključuje primjenu multimedijских elemenata, omogućava različite pristupe učenju i poučavanju. Mogućnost samoprocjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda i praćenje vlastitog napretka daje učeniku smjernice za daljnje učenje odnosno vraća ga na jedinice DOS-a čiji ishodi nisu u potpunosti usvojeni.

DOS slijedi suvremena nastavna načela:

- poticanje cjelovitog razvoja i dobrobiti učenika;
- povezanost sa životnim iskustvima, očekivanjima i usvojenim znanjima učenika;
- aktivna uloga učenika u učenju;
- izbornost i individualizacija;
- usmjerenost prema suradnji;
- osiguravanje poticajnog i sigurnog okruženja;
- relevantnost za sadašnji život;
- zanimljivost kao osnova pozitivne motivacije;
- poticanje inkluzije i uvažavanje različitosti;
- vertikalna povezanost sa sadržajima koji prethode i koji se nastavljaju te horizontalna povezanost s ostalim predmetima, međupredmetnim temama i modulima;
- odgovarajući omjer širine i dubine znanja i vještina.

Time DOS proširuje okvire didaktičkog trokuta i njegovom implementacijom nastavni proces postaje didaktički mnogokut.

Učenici uče u okruženju koje omogućuje konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te aktivnom i iskustvenom učenju usmjerenom prema pitanjima i istraživanju.



## Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a

Današnji učenici, bitno više od prijašnjih generacija, odrastaju okruženi multimedijama, izloženi brzom protoku i dostupnosti informacija. Nove tehnologije sastavni su dio svakodnevnog života i nužno imaju utjecaj i na nastavni proces, kao što je već navedeno u prethodnom poglavlju.

Multimedijским elementima omogućuje se prezentacija obrazovnih sadržaja kombinacijom slike, zvuka i teksta te uključivanje interaktivnih elemenata koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem. Sve to doprinosi privlačenju pozornosti učenika, zainteresiranosti i motivaciji te razumijevanju sadržaja i primjeni stečenih znanja u novim situacijama.

### Multimedijски i interaktivni elementi DOS-a

Multimedijски elementi DOS-a uključuju:

- zvučni zapis
- fotografije/ilustracije
- video zapis
- 2D i 3D animacije.

Ovo su elementi niske razine interaktivnosti, pri čemu interaktivnost uključuje pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa.

- Interaktivni elementi srednje razine interaktivnosti uključuju:
- pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom aktivnošću
- obrazac za ispunjavanje
- označavanje odgovora
- unos teksta, formula ili audio zapisa
- povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja (engl. zoom in) i sl.

Nalaze se u standardnim zadacima za učenje, ponavljanje i samoprovjeru odgojno-obrazovnih ishoda kao što su npr. da/ne pitalice, višestruki odgovori, povlačenje na sliku, uparivanje, grupiranje elemenata itd.

- Elementi visoke razine interaktivnosti uključuju:
- didaktične igre
- simulacije s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima
- mogućnost dobivanja povratnih informacija
- 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom, i sl.

Značajna uloga multimedijских elemenata u DOS-u je upravo interaktivnost. Interaktivni elementi omogućuju aktivno sudjelovanje učenika u nastavnom procesu. Kroz manipulaciju određenih elemenata učenici mogu uočavati pravilnosti, postavljati i provjeravati hipoteze te metodom nepotpune indukcije donositi opće zaključke. Interaktivni elementi visoke razine omogućuju uvođenje eksperimenta u nastavu matematike.

Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

## Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima

Znanje je oduvijek bilo jedan od osnovnih instrumenata razvoja društvenih zajednica i uspješnih nacionalnih gospodarstava. U suvremenim uvjetima, osobito globalizacijskim, novostvorena znanja kao rezultat istraživanja i inovacije, postaju ne samo temelj već i ključni čimbenik razvoja nekog društva. Za uspješnu tranziciju prema društvu utemeljenom na znanju uz tradicionalan pristup, nužni su novi pristupi obrazovanju i poučavanju.

Sve se više raspravlja o tzv. cjeloživotnom učenju, odnosno o aktivnosti učenja tijekom života, s ciljem unapređivanja znanja, vještina i sposobnosti unutar osobne, građanske, društvene i poslovne perspektive.

Osim formalnog obrazovanja u obrazovnim institucijama poput škola, veleučilišta i fakulteta, sve se veća pozornost pridaje neformalnom obrazovanju putem dodatne edukacije na tečajevima i seminarima te informalnom obrazovanju koje pojedinac stječe vlastitim radom, komunikacijom, čitanjem, razvijanjem vještina, iskustava i znanja.

Uz koncept cjeloživotnog učenja najčešće se vezuju ciljevi ekonomske prirode, primjerice postizanje veće konkurentnosti na tržištu rada. Međutim, cjeloživotno učenje usmjereno je prema osobi i njenim individualnim sposobnostima, poboljšanju njenog ponašanja, raspolaganju informacijama, povećanju znanja, razumijevanju, novim stavovima. Koncept cjeloživotnog učenja, razvijen u šezdesetim godinama prošlog stoljeća, odgovor je na problem neusklađenosti između obrazovanja mladih i odraslih osoba.

Da bi mogli ostvariti koncept cjeloživotnog učenja, do kraja obaveznog obrazovanja treba razviti određene kompetencije koje predstavljaju temelj za daljnje učenje.

Tradicionalni pristupi učenju i poučavanju dugo su bili obilježeni razredno-satnim i predmetno-satnim sustavom te frontalnom nastavom što ne može zadovoljiti zahtjeve koncepta cjeloživotnog učenja.

Nastavni proces treba omogućiti:

- uvođenje novih oblika učenja
- istraživačko i eksperimentalno poučavanje
- ispitivanje i procjenu različito postavljenih ishoda učenja
- doprinos općem sustavu obrazovanja
- doprinos razvoju svakog učenika prema njegovim sposobnostima.

DOS je razvijen na tragu ovih zahtjeva. Suvremena nastavna tehnologija ne negira tradicionalne pristupe nastavi već se na njima temelji i proširuje broj i značaj didaktičkih elemenata nastave sagledavajući ih u novim odnosima (didaktički mnogokut).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja u jedinicama DOS-a prati tradicionalnu metodiku poučavanja matematike.

U uvodu se opaža/uvodi problem pri čemu se u najvećoj mogućoj mjeri koriste primjeri iz svakodnevnog života. Nakon toga se, ovisno o problemu, upotrebljavaju različite znanstvene metode: analiziranje, sintetiziranje, apstrahiranje, induciranje, deduciranje, generaliziranje, specijaliziranje ili upotreba analogija. Da bi se u potpunosti usvojio sadržaj dan je niz primjera i zadataka s rješenjima. Sistematizacija i povezivanje sadržaja te procjena znanja, također su sastavni dio DOS-a. Samoprocjena daje učeniku samostalnost pri učenju, ali zahtjeva i odgovornost te smjernice za daljnje učenje.

Multimedijski elementi doprinose motivaciji, boljem razumijevanju sadržaja i aktivnom sudjelovanju učenika u nastavi.

U DOS-u se nastavnici susreću s digitalnim alatima i raznim digitalnim sadržajima. Radi lakše implementacije digitalnih tehnologija u nastavu matematike u ovaj priručnik je uključen popis digitalnih alata, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute. Navedeni su dodatni materijali i poveznice na sadržaje koji mogu pomoći u izvođenju nastave uz DOS te poveznice na izvore gdje nastavnici sami mogu pronaći i odabrati odgovarajuće sadržaje (animacije, simulacije, video materijale, izvore na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te stručne članke vezane uz područje matematike koje obrađuje modul).

To je pomoć nastavniku u uvođenju novih oblika učenja.

Implementacija digitalnih tehnologija u nastavu matematike dodatno motivira učenike i nastavu čini maštovitom i atraktivnom. Digitalni alati i sadržaji imaju značajnu ulogu u provođenju mjerenja i obradi rezultata, a simulacije zorno predočuju procese koje iz različitih razloga inače nismo u mogućnosti tako jasno vidjeti.

---

## Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS

---

Motivacija je unutarnja snaga koja pokreće čovjeka na aktivnost i usmjerava ga k ostvarenju određenog cilja.

Motiviranje učenika za nastavu obuhvaća sve što potiče na učenje, usmjerava ga, i potiče osobni interes za određeni predmet ili područje te povećava osobnu razinu postignuća.

Motivacija u nastavi sastavni je dio uvodnog dijela nastavnog sata pri uvođenju i predstavljanju problema, no može biti prisutna u svim stadijima nastavnog sata: pri obradi, vježbanju ili ponavljanju nastavnih sadržaja.

Većina jedinica DOS-a započinje motivacijskim primjerom. Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

U razradi sadržaja naći ćete zanimljivosti koje možete koristiti kao motivacijske elemente u bilo kojem dijelu sata.

Interaktivnost i elementi igre također motiviraju učenike.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svakom modulu DOS-a osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda pojedinog modula. Samoprocjenom i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska.

Na kraju nekih jedinica je nekoliko konceptualnih pitanja i zadataka kojima se ostvaruje svrha ovakvih procjena. Dodatno, u posebnoj jedinici (Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda) možete pronaći više interaktivnih zadataka za provjeru usvojenosti svih odgojno-obrazovnih ishoda cijeloga modula.

Zadaci koji su sastavni dio procjene oblikovani su na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno
- višestruki odabir s više točnih odgovora
- odabir jednog točnog odgovora (uključujući i matematičke simbole i jednostavne formule)
- uparivanje odgovora
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola)
- grupiranje (razvrstavanje) elemenata
- uređivanje poretka elemenata
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora

- umetanje riječi koje nedostaju upisom
- numeričko umetanje (mogućnost zadavanja intervala brojeva u kojem se nalazi rješenje)
- povlačenje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora
- povlačenje rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Prilikom rješavanja zadataka kod kojih se očekuje od učenika upisivanje riječi koja nedostaje, obrazovni sadržaj neće, kao točno, prihvatiti rješenje koje je matematički točno, ako je riječ pogrešno napisana (pravopisna pogreška). Ova opaska nije unesena u obrazovne sadržaje kako se pažnja učenika ne bi skrenula s matematike na pravopis, no u takvim situacijama bit će potrebna pomoć nastavnika.

---

## Suvremene nastavne metode i DOS

---

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima i različite pristupe učenju i poučavanju.

U školskom okruženju DOS je moguće koristiti za rad u učionici opće namjene. Poželjno je da učionice budu opremljene prijenosnim ili stolnim računalima, interaktivnom pločom ili pametnim ekranom i sl.

Osobitost DOS-a je mogućnost njegova korištenja na raznim uređajima (mobilni telefoni, tableti, prijenosna i stolna računala) te je pogodan i za rad izvan školskog okruženja.

Kroz aktivnosti za učenje, način prezentacije sadržaja i elemente za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda DOS stavlja težište na promicanje suvremenih nastavnih metoda, na strategije i pristupe kao što su rješavanje problema, istraživačka i projektna nastava i suradničko učenje te razvoj kritičkog mišljenja, sposobnosti rješavanje problema i donošenja odluka, metakogniciju, digitalnu pismenost i aktivno građanstvo.

U skladu s prirodom nastave matematike i matematike kao znanstvenog područja, DOS osobito snažan naglasak stavlja na aktivnosti koje potiču iskustveno učenje, projektno učenje i učenje kroz istraživanje. DOS sadrži interaktivne elemente u kojima učenici imaju mogućnost mijenjanja vrijednosti različitih parametara te na temelju rezultata uočavaju pravilnosti, postavljaju i provjeravaju hipoteze, a metodom nepotpune indukcije donose opće zaključke.

Multimedijski i interaktivni elementi omogućuju aktivno i iskustveno učenje usmjereno prema pitanjima, problemima i istraživanjima, konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te razvijanje učenikovih kompetencija za snalaženje u novim situacijama.

## Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama

Kao što je na početku priručnika navedeno, metodičko-didaktički prijedlozi za učenike s posebnim obrazovnim potrebama koji uključuju darovite učenike kao i učenike s različitim teškoćama slijede svaku nastavnu jedinicu kao i aktivnosti za samostalno učenje. Inkluzivni pristup u procesu obrazovanja podrazumijeva učenje o različitosti od strane drugih kao i jedan podržavajući i ravnopravni odnos. U nas se već niz godina njeguje inkluzivni pristup u smislu uključenosti učenika s teškoćama u sustav obrazovanja na način da su uvažene njihove individualne potrebe putem uvođenja različitih prilagodbi i osiguravanja podrške.

Učenici s teškoćama su heterogena skupina pa tako zadatak koji je težak jednom učeniku s disleksijom neće biti težak drugome učeniku s istom teškoćom. Kako bi im se osigurala primjerena podrška prilikom obrazovanja, važno je prepoznavati te razumjeti njihova obilježja i poznavati osnovne vrste prilagodbi. Timski rad u okviru kojega surađuju predmetni nastavnici, stručni tim škole, pomoćnici i roditelji bi trebao iznjedrati različite mogućnosti prilagodbe za što učinkovitije usvajanje sadržaja iz matematike i fizike za svakog učenika ponaosob. Metodičko-didaktički prijedlozi koji se odnose na učenike s teškoćama su u početnim modulima i jedinicama napisani na način da obuhvate temeljne smjernice za svu djecu s teškoća te su kroz daljnje jedinice razrađeni specifično u odnosu na sadržaj same jedinice kao i na obilježja određene teškoće.

Primjerice, u matematici za osmi razred, u nastavnoj jedinici 1.2. koja se odnosi na uređene parove nastavnicima je sugerirano da obrate pažnju na jezično složenije zadatke koje valja pojednostaviti i popratiti vizualnim primjerima kako za učenike koji se školuju po prilagođenom programu tako i za učenike s disleksijom i/ili diskalkulijom:

PriručnikMatematika7

imaju stručnu pomoć asistenta, preporučuje se da asistent pomogne pri uvećanju zaslona u obradi nastave jedinice i u označavanju kočina na brojevnom pravcu. Pojedine zadatke valja jezično prilagoditi (ili skratiti i popratiti slikama (grafičkim simbolima: <https://www.arasaas.org/>). Zadatak Serpinj građom može se predstaviti učenicu na sljedeći način:

Luna i Nikola sanjali se kod (20,4, 8,14), prošetali će do (20,22, 13,27). Razgledat će (29,4, 17,26), (36,62, 22,52), (18,13, 23,2), (23,8, 27,52) te na kraju (19,21, 30,15).

a) U kojem se gradu nalaze Luna i Nikola?

b) Imenaj ustanovu ispred koje su se našli i park pokraj te ustanove.

c) Na kojem trgu su pojeli sladoled?

d) Na kerti pronađimo i imenajmo znamenitosti koje su posjetili.

e) Ako ih baka želi odvesti na (9,02, 2,07), što bi tamno Luna i Nikola mogli raditi?



U prijedlozima se nastavnike podsjeća na uporabu funkcionalnosti koje su ugrađene u DOS-ove, a mogu olakšati praćenje nastave učenicima sa specifičnim teškoćama učenja kao i onima koji imaju teškoće vizualne obrade (promjena fonta, boje pozadine, uvećanje zaslona). Nadalje, ostvarene su poveznice između samoga gradiva i obilježja teškoća koje mogu probuditi učenikov interes za nastavne sadržaje, na primjeru iz fizike (sedmi razred, jedinice 1.5 i 1.7):

„Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se povezati masu tijela i mjerne jedinice s interesima učenika koji su često iznimno izraženi ili atipični u svim zadacima u kojima je to moguće. Primjerice, ako učenik voli kuhanje, može ostalim učenicima demonstrirati svoj omiljeni recept kao i mase pojedinih sastojaka.“

„Uvijek je važno uzeti u obzir moguću senzoričku preosjetljivost učenika s poremećajem iz spektra autizma na određene podražaje te u skladu s tim prilagoditi nastavnu jedinicu (miris svijeće s aromom vanilije).“

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće nisu zamišljeni na način da osiguravaju prilagođeni materijal za poučavanje niti svojevrсни „recept“, već nastavnike podsjećaju na prilagodbu načina poučavanja i one segmente nastavne jedinice koje bi trebalo dodatno pojasniti, ponoviti, pojednostaviti, predstaviti na drugačiji način ili na razinu složenosti zadataka od kojih valja odabrati one jednostavnije. U prijedlozima je naglašena važnost uporabe pomagala koja olakšavaju učenje te svih aspekata digitalne tehnologije.

Inkluzivni pristup podrazumijeva uvažavanje različitosti koje je izrazito važno razviti kao vrijednost kod učenika tipičnoga razvoja zbog čega se, uz ostale prijedloge, preporuča provoditi što više vršnjačke suradnje (primjerice u aktivnostima za slobodno učenje).

## Modul 9: Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće MODULA

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s rješavanjem sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Uočiti primjere sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice i njegovo rješenje
- Zapisati problemski zadatak u obliku sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Primijeniti metodu supstitucije ili metodu suprotnih koeficijenata na rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Primijeniti sustave dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

### Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

U ovom modulu učenici 7. razreda ponavljaju sadržaje vezane za linearne jednadžbe, ali i racionalne brojeve i geometriju. Na postojeća znanja nadograđuju nova znanja o sustavima dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice te primjene sustava u različitim područjima i svakodnevnom životu.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete koristiti na različite načine, bilo u cijelosti bilo u dijelovima te ih prilagoditi vašim učenicima i školskom okruženju. Sadržaje možete prilagoditi za samostalan, timski ili suradnički rad učenika, koji ćete kasnije zajednički provjeriti, ali i za rad na matematičkim izazovima i projektima, u kojima će učenici uočiti sinergiju matematike i svakodnevnog života.

Učenici će većinu zadataka moći odraditi direktno u digitalnim obrazovnim sadržajima. Onaj dio zadataka koji je predviđen za rješavanje u bilježnici možete učenicima predložiti neka rješavaju u OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici te međusobno dijeliti u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, kao što su Yammer ili Teams.

Uz svaku jedinicu je u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavno korištenje s učenicima.

---

## Digitalni alati i dodatni sadržaji

---

### Popis i kratki savjeti za primjenu digitalnih alata

#### GeoGebra

GeoGebra je program dinamične matematike, namijenjen učenju i poučavanju. Povezuje područja interaktivne geometrije, algebre, tabličnih proračuna, statistike, analize i crtanja grafova. Dostupna je na hrvatskom jeziku.

Više o GeoGebri pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na stranicama [GeoGebre](#).

#### PhotoMath

PhotoMath je aplikacija koja rješava matematičke jednadžbe pomoću kamere mobilnog telefona. Osim rješenja pokazuje i korake koji do njega dovode. Više o samoj aplikaciji možete pročitati [ovdje](#).

#### OneNote

OneNote je alat sa najširoom primjenom u obrazovanju. To ste do sada mogli vidjeti i kroz ovaj priručnik. U njemu se kreiraju e-bilježnice za unošenje bilješki, praćenje zadataka, suradnju sa drugima. Osim toga, OneNote sadrži i alat koji prepoznaje matematičke jednadžbe, te ih rješava prikazujući pri tome korake rješavanja. Više o samome alatu može se pročitati [ovdje](#).

#### WeVideo

WeVideo je online alat za uređivanje videa koji olakšava obradu, kreiranje, pogled i dijeljenje videa. Više o samome alatu možete pročitati [ovdje](#).

## PowToon

PowToon je online alat za izradu animacija i prezentacija, koji je jednostavan i zabavan za korištenje. Više o njemu možete pogledati [ovdje](#).

## Animatron

Animatron je besplatan online alat za izradu animacija. Jednostavan je i zanimljiv za korištenje, a više o njemu možete pročitati [ovdje](#).

## QR kodovi

QR su dvodimenzionalni tipovi kodova koji se sastoje od kvadratnih uzoraka na bijeloj pozadini. Može ih očitati svaki mobitel s fotoaparatom i pristupom internetu koji ima instaliranu aplikaciju za čitanje QR kodova. Više o korištenju QR kodova u nastavi možete pročitati [ovdje](#), a napraviti vlastite QR kodove možete na [ovoj stranici](#).

## Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

U zbirci e-Škole scenarija poučavanja dostupni su i scenariji [Potraga za rješenjem](#) i [Dvostruko nepoznato](#), koji su osmišljeni za 7. razred osnovne škole, a odnose se na sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznicama. Za uvježbavanje primjene sustava linearnih jednadžbi možete koristiti i scenarij [Igrajmo se algebre](#), kao i [Problemski zadaci bez problema](#) osmišljen za 1. razred srednje škole, ali primjenjiv i u 7. razredu osnovne škole. Odaberite aktivnosti prema mogućnostima vaših učenika i škole.

Online kalkulatori za rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

- [Symbolab](#)
- [MathPapa](#)
- [WolframAlpha](#)
- [OnlineMSchool](#)
- [HackMath](#)

Možete upotrijebiti i ove sadržaje za dodatna pojašnjavanja ili uvježbavanje

- [Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice](#), Antonija Horvatek
- [Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice i rješenje sustava](#), eduvizija.hr
- [Petica +7](#), udžbenik za 7. razred osnovne škole izdavačke kuće Sysprint
- [Rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice](#), matematika.odliča.net
- [Sustav linearnih jednadžbi](#), prof.dr.sc.Blaženka Divjak
- [Linearne jednadžbe](#), Zanimacija

Igre sa sustavima dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

- [Lopte](#) (GeoGebra)
- [Skrivena slika](#) (GeoGebra)
- [Bazen](#) (GeoGebra)
- [System of Equations, Basketball](#) (Adobe Flash, engleski jezik)

- [Nyan Cat The MATH Game -Systems of Linear Equations](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Solve a system of equations using substitution](#), (engleski jezik)
- [Solving System of Linear Equations, Jeopardy](#) (engleski jezik)

Različiti kvizovi i interaktivni sadržaji o proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama na engleskom jeziku:

- [System of Linear Equations](#) na mrežnim stranicama Desmosa
- Khan Academy [Systems of Linear Equations](#)

## Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- [Sustav jednadžbi kroz osnovnu školu](#), Željko Brčić
- [Razni stručni tekstovi](#), mr.sc.Bojan Kovačić
- [12 zadataka primjene](#), Matematika Plus, Element
- [System of Linear Equations](#), Math Warehouse (engleski jezik)
- [Systems of Linear Equations, resources](#), Shmoop (engleski jezik)
- [System of equations, activities](#), study.com (engleski jezik)
- [Linear Equation Game](#), Education World (engleski jezik)
- [Linear Equations](#), Soft School (engleski jezik)
- [Makers in the Early Years](#), MakEY project (engleski jezik)
- [Open Book of Educational Inovation](#), European Schoolnet (engleski jezik)
- [Math Science Fair Project](#), education.com (engleski jezik)
- [Različite igre i aktivnosti](#) sa sustavima dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznicama, NRICH, University of Cambridge (engleski jezik)
- [Solving real-world issues trough problem based learning](#) Edutopia (engleski jezik)

## Operativni plan

	Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
9.	Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice		18 + 1
		9.1. Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice	3
		9.2. Metoda supstitucije	3
		9.3. Metoda suprotnih koeficijenata	3
		9.4. Svođenje sustava na standardni oblik	3
		9.5. Primjena sustava linearnih jednadžbi u algebarskim i geometrijskim zadacima	3
		9.6. Primjena sustava linearnih jednadžbi u zadacima iz svakodnevnog života	3
		Aktivnosti za samostalno učenje	1
		Procjena usvojenosti ishoda	

## 9.1. Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s rješavanjem sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice te rješenje sustava
- Zapisati problemski zadatak u obliku sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Provjeriti je li dani uređeni par rješenje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija

- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskom animacijom** u kojoj simuliramo situaciju u razredu koju pretvaramo u zadatak. U tom zadatku potičemo učenike da istraže povezanost između govornog jezika i matematičkog jezika, podsjećajući ih ujedno na linearne jednadžbe iz šestog razreda.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Linearna jednadžba s jednom nepoznanicom

Nadovezujemo se na radnju iz animacije i prisjećamo oblika linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom. U zanimljivostima podsjećamo učenike što su to jednadžbe i kakve su to linearne jednadžbe.

Nastavljamo s interaktivnim sadržajem ponavljanja prevođenja iz govornog jezika u matematički jezik. Nakon toga zadatak iz animacije prevodimo u linearnu jednadžbu. Podsjećamo učenike što znači riješiti jednadžbu.

**Animacijom** u kojoj jednadžbu prikazujemo pomoću vage u ravnoteži na zanimljiv način podsjećamo učenike kako smo rješavali linearne jednadžbe u šestom razredu. Nakon animacije podsjećamo i na matematički način rješavanja jednadžbe koja predstavlja zadatak iz uvodne animacije.

#### Napominjemo kakve su to ekvivalentne jednadžbe.

Nakon toga prisjećamo se što znači provjeriti jednadžbu tako da samo provjeravamo postavljenu jednadžbu pod pretpostavkom da je postavljena točno. U kasnijim jedinicama naglašavamo da dobiveno rješenje treba zapravo provjeriti u tekstu zadatka, jer postoji mogućnost da nismo točno postavili jednadžbu prevodeći tekst u jednadžbu.

Na kraju ovog dijela ponavljanja šestog razreda učenici mogu sami pokušati opisati broj svojih godina u obliku linearne jednadžbe.

#### Linearna jednadžba s dvije nepoznanice



Nastavljamo interaktivnim sadržajem osmišljenim za povezivanje sadržaja. Učenici kroz jednostavne primjere trebaju uočiti povezanost među veličinama, te zaključiti što bi značilo kada kažemo linearne jednadžbe s dvije nepoznanice. Uvodimo pojam koeficijenta uz nepoznanice, te slobodnog koeficijenta. Usvojene sadržaje učenici će uvježbati i primijeniti kroz interaktivni zadatak koji slijedi.

### Rješenje linearne jednadžbe s dvije nepoznanice

Nastavljamo zadatakom osmišljenim za istraživački rad učenika. Iz svakodnevnice situacije učenici moraju zapisati linearnu jednadžbu i prepoznati da imaju dvije nepoznanice. Moraju riješiti zadatak, za sada napamet ili pogađanjem, uočiti koliko ima rješenja i kako se zapisuju ta rješenja. U zanimljivostima govorimo o Diofantu i Diofantskim jednadžbama, te donosimo prijevod s njegovog nadgrobnog spomenika, koji su preveli učiteljica i učenici OŠ Marina Držića iz Zagreba svojim roditeljima za Dan otvorenih vrata.

Napominjemo da je rješenje linearne jednadžbe s dvije nepoznanice uređeni par, čime povezujemo sadržaje iz ovog modula sa sadržajima iz prvog modula. Napominjemo da postoji više uređenih parova koji odgovaraju postavljenoj linearnoj jednadžbi s dvije nepoznanice. Slijedi zadatak s jednostavnom Diofantskom jednadžbom, te **zadatak za one koji žele znati više** s malo složenijom Diofantskom jednadžbom.

### Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

Kroz zadatak u kojem se nalaze dvije rečenice koje treba prevesti u matematički jezik uvodimo pojam dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Slijedi interaktivni zadatak za vježbu prepoznavanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice.

Nastavljamo s opisivanjem koeficijenata uz nepoznanice i slobodnih koeficijenata. Slijede interaktivni zadaci za uvježbavanje naučenog.

### Rješenje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

Niz zadataka i interaktivnih vježbi pripremljeno je za usvajanje pojma rješenja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Učenicima napominjemo da postoji samo jedan uređeni par koji odgovara i jednoj i drugoj jednadžbi. U svim zadacima prvo treba napisati sustav dviju linearnih jednadžbi a zatim "pogoditi" rješenje, odnosno riješiti zadatak logičnim razmišljanjem, jer tek u idućim jedinicama opisujemo metode rješavanja sustava. Kako je logično razmišljanje jedna od važnih vještina potičemo učenike da njome ovladaju, te i sami postavljaju pitanja i analiziraju rečenice i podatke. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za vježbu provjere rješenja u samom tekstu. Vještina provjere dobivenog rješenja trebat će učenicima u jedinici primjene sustava u geometrijskim, algebarskim i zadacima iz svakodnevnog života, a korisna je i daljnjem radu i svakodnevnom životu.

Provjera rješenja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

Slijede zadaci i prateće interaktivne vježbe pomoću kojih učenici trebaju usvojiti način provjere rješenja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice.

Za **učenike koji žele znati više** pripremljeni su zadaci složenijeg sadržaja, u kojima učenici trebaju postaviti zadatak iz složenije rečenice, logičnim razmišljanjem doći do rješenja, te provjeriti je li uređeni par rješenje zadanog sustava.

Prije završetka predložimo učenicima da zamisle neki broj, opišu ga pomoću sustava i postave drugim učenicima.

## Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a, i jedan sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice za koji trebaju učenici pokušati odgonetnuti rješenje, kao motivaciju za iduće jedinice u kojima ćemo objasniti metode rješavanja sustava.

## Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

U skladu s mogućnostima vaših učenika i školskog okruženja učenike možete potaknuti da za istraživanje ove teme samostalno ili u grupama koriste program GeoGebra, ili neki sličan. Učenici mogu samostalno odabrati sustave linearnih jednadžbi, a njihova rješenja potražiti pomoću jednog od online kalkulatora za rješavanje sustava. Pri tome predložimo suradničko učenje.

Pogledajte i aktivnosti predložene u scenariju poučavanja [Potraga za rješenjem](#) i [Dvostruko nepoznato](#) koji su osmišljeni za 7. razred osnovne škole.

Učenicima možete pripremiti i dodatne zadatke za vježbu pomoću udžbenika za 7. razred osnovne škole [Petica +7](#), kao i pomoću zadatka Antonije Horvatek na [Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice](#).

Online kalkulatori za rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

- [Symbolab](#)
- [MathPapa](#)
- [WolframAlpha](#)
- [OnlineMSchool](#)
- [HackMath](#)

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predložimo najprije jednu složeniju Diofantsku jednadžbu. Zatim slijede složeniji zadaci u kojima učenici trebaju postaviti sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice iz rečenice iz svakodnevnog života. Učenici trebaju i logičnim razmišljanjem pronaći ili pogoditi rješenje tog zadatka, a istinitost tog rješenja provjeriti prateći tekst zadatka. Slijedi i složeniji zadatak provjere je li uređeni par rješenja postavljenog sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da isti predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Uoči ove nastavne jedinice svakako kratko valja ponoviti način računanja linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom (pogotovo učenici s diskalkulijom).

Ukoliko se u razredu nalazi učenik s poremećajem iz spektra autizma, važno mu je najaviti i pojasniti sadržaj animacije (pri kraju učenik koji postavlja pitanje učiteljici može djelovati kao da plače).

Prvi zadatak je dobar primjer uvježbavanja za sve učenike s teškoćama koji imaju problem s razumijevanjem matematičkog jezika stoga se savjetuje za njih dodati još nekoliko sličnih primjera. U istom zadatku nije sasvim jasna povratna informacija kada se klikne na odgovarajući odgovor te na isto treba skrenuti pozornost svim učenicima s teškoćama (isto vrijedi i za zadatak 8).

Zadatak odabira primjerenih pojmova može biti zahtjevan učenicima koji imaju teškoće jezičnoga razumijevanja zbog čega im je važno osigurati podršku (dodatno pojasniti, rješavati zajednički).

U okviru projektnog zadatka je jednostavnije da učenik s teškoćom rješava jednadžbu koju je postavio njegov vršnjak, negoli da istu postavlja.

Novi oblik linearne jednadžbe valja zapisati u osobni podsjetnik gdje se nalaze ostale činjenice iz matematike koje valja upamtiti (ili postaviti na vidljivo mjesto u prostoru i na isto im ukazivati..).

U primjeru 1 se po prvi puta u nastavnoj jedinici spominju uređeni parovi zbog čega je važno isti zadatak rješavati zajedno s učenicima. Učenici koju pohađaju nastavu po prilagođenom programu rješavaju onu razinu zadataka koja je određena njihovim odgojno-obrazovnim planom (primjerice više zadataka kao što su 1, 7, 8, 12, 13).

Zadatke riječima je uvijek važno povezati s interesima učenika (primjerice interesima učenika s poremećajem iz spektra autizma; umjesto u razredu je 28 učenika, zadatak može glasiti „U razredu Harry Pottera“ nalazi se 28 učenika).

Odluku o rješavanju sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice treba donijeti u dogovoru sa stručnim timom škole. Učenicima koji imaju individualizirani pristup se sugerira osigurati vođenje kod zadataka riječima (i više vremena za rješavanje zadataka). Opisivanje brojeva pomoću dvije rečenice koje se potom zapišu u obliku sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice također može biti zahtjevno za učenike sa specifičnim teškoćama učenja.

## 9.2. Metoda supstitucije



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s rješavanjem sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice metodom supstitucije
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati metodu supstitucije
- Prepoznati kada je metoda supstitucije pogodna za rješavanje sustava
- Riješiti sustav dviju linearnih jednadžbi metodom supstitucije

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 3 sata

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskom situacijom** iz dućana. Animacijom se potiče i svijest o zdravoj prehrani.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Metoda supstitucije

Nastavljamo s interaktivnim sadržajem osmišljenim za istraživački rad učenika. Učenici na primjeru kupovine jogurta i jabuka trebaju uočiti povezanost između veličina te zapisati rečenice u obliku sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Učenici na ovom najjednostavnijem primjeru supstitucije trebaju shvatiti što zamjenjujemo i princip metode supstitucije.

#### Zamjena nepoznanice brojem

Najjednostavniji primjer metode supstitucije je kada jednu nepoznanicu možemo zamijeniti brojem i tako dobijemo linearnu jednadžbu s jednom nepoznanicom koju učenici znaju riješiti iz šestog razreda. Slijedi primjer i niz pratećih zadataka i interaktivnih vježbi za uvježbavanje metode supstitucije ako je vrijednost jedne nepoznanice zadana brojem. Provjerom dobivenog rješenja učenici se trebaju uvjeriti u učinkovitost metode supstitucije.

#### Sustavi s koeficijentom 1 uz nepoznanicu

Kada niti jednu nepoznanicu ne možemo zamijeniti brojem, gledamo koeficijente uz nepoznanice. Učenike upućujemo da u zadanim primjerima i zadacima uoče koeficijent 1 uz nepoznanicu. **Ilustracijom** podsjećamo učenike da ako ne piše koeficijent uz neku nepoznanicu znači da je on jednak broju 1, zbog svojstva množenja broja s 1. Slijedi **animacija** kojom učenicima detaljno pokazujemo kako izraziti nepoznanicu s koeficijentom 1 iz jednadžbe, te kako taj izraz zamijeniti za nepoznanicu u drugoj jednadžbi.

U zanimljivostima učenicima uvodimo pojmove monoma, binoma, trinoma i polinoma, te napominjemo učenicima da su članovi nekog izraza odvojeni zbrajanjem ili oduzimanjem. Provjerom rješenja učenici se uvjeravaju u točnost riješenog primjera. Usvojene sadržaje učenici će uvježbati i primijeniti kroz nekoliko zadataka i interaktivnih vježbi koje slijede. Zatim je jedan

zadatak u kojem ima dvije nepoznanice s koeficijentom 1, pa učenicima sugeriramo da u parovima provjere da će rješenje biti isto ako izaberemo bilo koju nepoznanicu.

### Sustavi s koeficijentom $-1$ uz nepoznanicu

Nastavljamo metodom supstitucije rješavati sustav kojemu je jedan ili više koeficijenata broj  $-1$ . Ilustracijom podsjećamo učenike kako prepoznati koeficijent  $-1$  uz nepoznanicu. Slijedi primjer i prateći zadaci i interaktivne vježbe za usvajanje i uvježbavanje sadržaja.

### Sustavi sa zajedničkim djeliteljem svih koeficijenata u istoj jednadžbi

Napominjemo učenicima da mogu uočiti u jednadžbi ili obje jednadžbe zajednički djelitelj svih koeficijenata. Podsjećamo učenike na značenje ekvivalentnih jednadžbi.

Slijedi primjer i niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti za uvježbavanje metode supstitucije kod sustava sa zajedničkim djeliteljem svih koeficijenata u istoj jednadžbi.

### Sustavi s koeficijentima različitim od 1 ili $-1$ i koji nemaju zajedničkog djelitelja

U primjeru i pripadajućoj provjeri rješenja pokazujemo kako metodom supstitucije riješiti sustav postavljen na kraju prethodne jedinice, koji nema koeficijent 1 ili  $-1$ , i niti u jednoj jednadžbi koeficijenti nemaju zajednički djelitelj kojim možemo podijeliti jednadžbu da dobijemo koeficijent 1 uz neku nepoznanicu.

Slijedi niz zadataka i interaktivnih vježbi za uvježbavanje rješavanja sustava metodom supstitucije sustava koji nemaju koeficijent 1 ili  $-1$ , niti zajedničkog djelitelja. Učenicima predlažemo istraživanje u kojem će uočiti da će dobiti ista rješenja ako izraze neku drugu nepoznanicu iz jednadžbe, od one koja je predložena u priloženom rješenju zadatka.

Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju te mogu vježbe ponavljati koliko god puta žele.

Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

### Uvježbajmo

Učenicima je pripremljena interaktivna igra za uvježbavanje rješavanja sustava metodom supstitucije raznih razina složenosti u obliku društvene igre "Šašave kornjače". Zadaci i rješenja su složeni na rubovima devet kartica koje treba složiti tako da svi zadaci i sva rješenja koja se dodiruju odgovaraju. Na rubovima će biti viškovi koji nemaju par. Devet pločica (kvadratića) razbacano je i zaokrenuto. Učenicima su dani nesloženi kvadratići i mreža  $3 \times 3$  u koju ih moraju posložiti tako da zadatak i rješenje međusobno odgovaraju. Iako ima viška zadataka i rješenja, postoji samo jedan način na koji se sve pločice mogu posložiti da bi sva rješenja i svi zadaci odgovarali. Pločice se mogu pomicati i rotirati.



Učenicima koji imaju problema s razumijevanjem rješavanja sustava linearnih jednažbi i koji su malo sporiji, omogućite da se dulje "igraju" ili ih motivirajte da igru završe kod kuće.

Za učenike **koji žele znati više** pripremljeni su sustavi dviju linearnih jednažbi s dvije nepoznanice koje je pogodno rješavati metodom komparacije, tako da ovdje učenicima pokazujemo i tu metodu rješavanja sustava.

## Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a, te kratku procjenu znanja kojom učenici mogu dobiti povratne informacije o usvojenosti gradiva.

## Dotatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#), pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

U skladu s mogućnostima vaših učenika i školskog okruženja učenike možete potaknuti da za istraživanje ove teme samostalno ili u grupama koriste aplikaciju PhotoMath, ili neku sličnu. Učenici mogu samostalno osmisliti sustave dviju linearnih jednažbi s dvije nepoznanice, te ih riješiti metodom supstitucije, a potom rješenja provjeriti pomoću jednog od online kalkulatora za rješavanje sustava dviju linearnih jednažbi s dvije nepoznanice. Predložimo uz to i suradničko, vršnjačko učenje - učenici koji su otkrili kako se jednostavnije mogu riješiti zadaci pokazuju vršnjacima i pomažu im u snalaženju.

Online kalkulatori za rješavanje sustava dviju linearnih jednažbi s dvije nepoznanice:

- [Symbolab](#)
- [MathPapa](#)
- [WolframAlpha](#)
- [OnlineMSchool](#)
- [HackMath](#)

Pogledajte i aktivnosti predložene u scenariju poučavanja [Potraga za rješenjem](#) i [Dvostruko nepoznato](#) pa neke upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.



---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo nekoliko zadataka rješavanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice metodom komparacije, koja je veoma korisna u kasnijim sadržajima, primjerice kod linearne funkcije.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s teškoćama valja unaprijed najaviti sadržaj početnog videozapisa i pokušati ih motivirati na komentiranje osobnih iskustava u sličnim situacijama. Kod učenika koji imaju nedostatne jezične sposobnosti nije potrebno inzistirati da ovladaju istoznačnicama (supstitucija ili zamjena).

Definiciju metode supstitucije valja pojednostaviti:

Metoda zamjene je način rješavanja dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

- najprije jednu nepoznanicu zamjenjujemo nekim brojem ili izrazom

- na kraju dobijemo linearnu jednadžbu s jednom nepoznanicom

Prilikom rješavanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice važno je podsjećati učenike da koriste vizualne podsjetnike na način da zaokružuju (ili pišu drugom bojom) rješenje prve odnosno druge nepoznanice kako bi na kraju brže definirali uređeni par.

Prilikom rješavanja zadatka 2 učenicima s motoričkim teškoćama, onima s intelektualnim teškoćama ali i učenicima s diskalkulijom valja osigurati više vremena ili im odrediti manji broj zadataka koje trebaju riješiti.

Zadatak pod nazivom "Uvježbajmo" je vizualno zahtjevan zadatak zbog čega je učenike potrebno voditi u rješavanju istoga.

Uoči trećeg zadatka učenike s teškoćama valja podsjetiti na matematičke operacije koje se odnose na razlomke. Kod učenika koji se školuju prema prilagođenom programu se odabire jednostavnija, bazična razina (primjerice, isti zadatak s prirodnim brojevima). Navedeno vrijedi i za zadatke kao što su 6, 7 i 10. U slučaju nedoumica, preporuča se savjetovati sa stručnim suradnikom.

Kod rješavanja sustava dviju linearnih jednažbi s dvije nepoznanice važno je ponoviti videozapis ili isti postupak pojasniti koristeći boje ili zaokruživanje (radi lakšeg praćenja i razumijevanja). Prvotni zadatak, od kojeg se kreće, mora biti prisutan na ploči za vrijeme postupnog računanja. Učenike s teškoćama je važno podsjetiti na promjenu predznaka prilikom promjena izraza strana tijekom računanja.

## 9.3. Metoda suprotnih koeficijenata



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s rješavanjem sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice metodom suprotnih koeficijenata
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati metodu suprotnih koeficijenata
- Prepoznati kada je metoda suprotnih koeficijenata pogodna za rješavanje sustava
- Riješiti sustav dviju linearnih jednadžbi metodom suprotnih koeficijenata

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 3 sata

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskim zadatkom** u kojem situaciju iz svakodnevnog života i govornog jezika prevodimo u matematički jezik u obliku dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice, čiji su koeficijenti suprotni brojevi.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Metoda suprotnih koeficijenata

Na početku se pomoću interaktivne vježbe prisjećamo iz šestog razreda značenja suprotnih brojeva i svojstva zbrajanja suprotnih brojeva. Pomažemo učenicima da uoče suprotne koeficijente u jednadžbama, te pomoću **videa** pokazujemo kako se sustav rješava metodom suprotnih koeficijenata.

Slijedi vesela **ilustracija** koja podsjeća učenike da je zbroj suprotnih brojeva jednak nuli.

#### Koeficijenti uz istu nepoznanicu su suprotni brojevi

Slijedi primjer, provjera rješenja i niz pratećih zadataka i interaktivnih vježbi za uvježbavanje rješavanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice metodom suprotnih koeficijenata kada su koeficijenti uz istu nepoznanicu suprotni brojevi. Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka. Uz zadatke su pripremljene upute tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo.

#### Suprotni koeficijenti uz nepoznanicu dobiveni množenjem jedne jednadžbe

Interaktivnim vježbama pomažemo učenicima da lakše uoče veze među koeficijentima, te ih podsjećamo kakvi su to ekvivalentni sustavi, te kako množenjem ili dijeljenjem jednadžbi dobijemo ekvivalentne jednadžbe. Slijedi primjer rješavanja sustava metodom suprotnih koeficijenata u kojem množenjem jedne jednadžbe dobijemo suprotne koeficijente uz istu nepoznanicu. Da su takvi sustavi ekvivalentni uvjeravamo učenike s dvije provjere rješenja, tako da prvo uvrste dobiveno rješenje u zadani sustav, a zatim u sustav pomnožen nekim brojem kako bi se dobili suprotni koeficijenti uz istu nepoznanicu. Nastavljamo zadacima i interaktivnim vježbama za usvajanje rješavanja sustava metodom suprotnih koeficijenata kada suprotne koeficijente uz istu nepoznanicu dobijemo množenjem jedne jednadžbe. Nailazimo na zadatak

u kojem su suprotni slobodni koeficijenti i predlažemo učenicima da ga riješe kao što smo rješavali sustave sa suprotnim koeficijentima uz istu nepoznanicu, te da se uvjere da ćemo zbrajanjem takvih jednadžbi dobiti linearnu jednadžbu s dvije nepoznanice i slobodnim koeficijentom nula. Predlažemo metodu supstitucije i učenike navodimo na zaključak da je rješenje sustava isto ako ga rješavamo bilo kojom metodom.

Suprotni koeficijenti uz nepoznanicu dobiveni množenjem obje jednadžbe

Nastavljamo s interaktivnim sadržajem osmišljenim za istraživački rad učenika. Učenici na raznim primjerima uočavaju kojim brojevima mogu množiti jednadžbe da dobiju suprotne koeficijente. Predlažemo da to bude najmanji zajednički višekratnik odabranih koeficijenata, ali napominjemo učenicima da mogu množiti i jednu jednadžbu s koeficijentom druge jednadžbe i obrnuto, pri tome pazeći na predznake.

Slijedi primjer s pratećim zadacima provjere rješenja, te provjere ekvivalentnosti zadanog sustava i sustava dobivenog množenjem obje jednadžbe, kao u prethodnom poglavlju. Zatim predlažemo učenicima da taj isti sustav pomnože nekim drugim brojevima i uvjere se da će u svakom slučaju dobiti ekvivalentne sustave. Nastavljamo nizom zadataka i interaktivnih vježbi za usvajanje metode suprotnih koeficijenata kada je potrebno množiti obje jednadžbe da bi se dobili suprotni koeficijenti uz istu nepoznanicu.

Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka. Uz zadatke su pripremljene upute tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo.

Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

## Uvježbajmo

Za uvježbavanje rješavanja sustava metodom suprotnih koeficijenata pripremili smo **interaktivnu igru** sličnu kao društvena igra "Šašave kornjače". Igru i njena pravila opisali smo u jedinici 9.2., i već ranije u jedinici 3.2. Učenicima koji imaju problema s razumijevanjem rješavanja sustava linearnih jednadžbi i koji su malo sporiji, omogućite da se dulje "igraju" ili ih motivirajte da igru završe kod kuće.

## Nemoguć i neodređen sustav

Za učenike koji žele znati više pripremili smo sadržaje o nemogućem i neodređenom sustavu, ali preporučamo da motivirate i ostale učenike da prouče sadržaj. Predlažemo da za neodređen sustav učenici pronađu nekoliko rješenja sustava (primjerice, svaki učenik po jedno ili u parovima) i naprave provjeru dobivenih rješenja.

## Završetak

Za kraj ponavljamo najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a, i završavamo kratkom procjenom znanja kojom učenici mogu dobiti povratne informacije o usvojenosti gradiva.

## Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

U skladu s mogućnostima vaših učenika i školskog okruženja učenike možete potaknuti da za istraživanje ove teme samostalno ili u grupama koriste program GeoGebra, ili neki sličan. Učenici mogu samostalno odabrati neki od ponuđenih materijala napravljenih u Geogebri, a koji prikazuju sustave linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice, a spretniji mogu i sami napraviti kviz u Geogebri. Predlažemo uz to i suradničko, vršnjačko učenje - učenici koji su otkrili kako se nešto može napraviti u programu pokazuju vršnjacima i pomažu im u snalaženju.

Pogledajte [Malu školu GeoGebre](#) koju je pripremio Damir Belavić. Više informacija potražite na stranici [Upute u savjeti o uporabi GeoGebre](#).

Pri provjeri rješenja zadataka, učenici mogu koristiti aplikaciju [PhotoMath](#), kao i jedan od online kalkulatora za rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

- [Symbolab](#)
- [MathPapa](#)
- [WolframAlpha](#)
- [OnlineMSchool](#)
- [HackMath](#)

Pogledajte i aktivnosti predložene u scenariju poučavanja [Potraga za rješenjem](#) i [Dvostruko nepoznato](#) pa neke upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo proučiti nemoguć i neodređen sustav, odnosno omjere koeficijenata koji trebaju biti da bi sustav bio nemoguć, neodređen ili da bi imao jedinstveno rješenje. Pripremljeni su zadaci u kojima se kroz dobiveno rješenje može zaključiti kakav je sustav, a zatim se pomoću interaktivne vježbe uočavaju omjeri koeficijenata. Na taj način učenici sami mogu istraživati omjere koeficijenata u pojedinim vrstama sustava, uz

povratnu informaciju koja im je odmah dostupna. Predlažemo da za neodređen sustav učenici pronađu nekoliko rješenja sustava (primjerice, svaki učenik po jedno ili u parovima) i naprave provjeru dobivenih rješenja.

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Matematičke zagonetke su vrlo zahtjevne za učenike s teškoćama u razvoju, preporuča se s učenikom proći zadatak i provjeriti je li razumio slijed i logiku zadatka.

Učenike s teškoćama valja podsjetiti na obilježja suprotnih brojeva na dodatnim primjerima.

Kod zadatka 3 je učenicima s teškoćama važno skrenuti pozornost na izraz iz samoga zadatka koji se navodi dva zadatka prije (u zadatku 1). Ukoliko se pravilo o zbroju suprotnih brojeva nalazi u njihovim osobnim podsjetnicima, važno ga je pronaći kako bi isto bilo vidljivo tijekom cijele nastavne jedinice.

Primjer u videozapisu na dobar način prikazuje postupak rješavanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice, jedino što bi još dodatno moglo približiti postupak učenicima s teškoćama je korištenje vizualne podrške (zaokruživanje suprotnih brojeva, podsjećanje da njihov zbroj iznosi 0, označavanje rješenja bojama i slično). Isto je primjenjivo tijekom računanja na ploči.

Vrsta zadataka kao što su 3, 4 ili 11 je važna za sve učenike koji sporije ovladavaju matematičkim pravilima i operacijama jer se bez razumijevanja bazičnih koncepata ne može očekivati rješavanje složenih složenih sustava jednadžbi. Ilustracija koja je dobar način približavanja gradiva učenicima s teškoćama se nalazi u samoj jedinici – primjer  $-5+5=0$  (valja ju uključiti u osobni podsjetnik, poster, neki od web alata za prezentaciju):

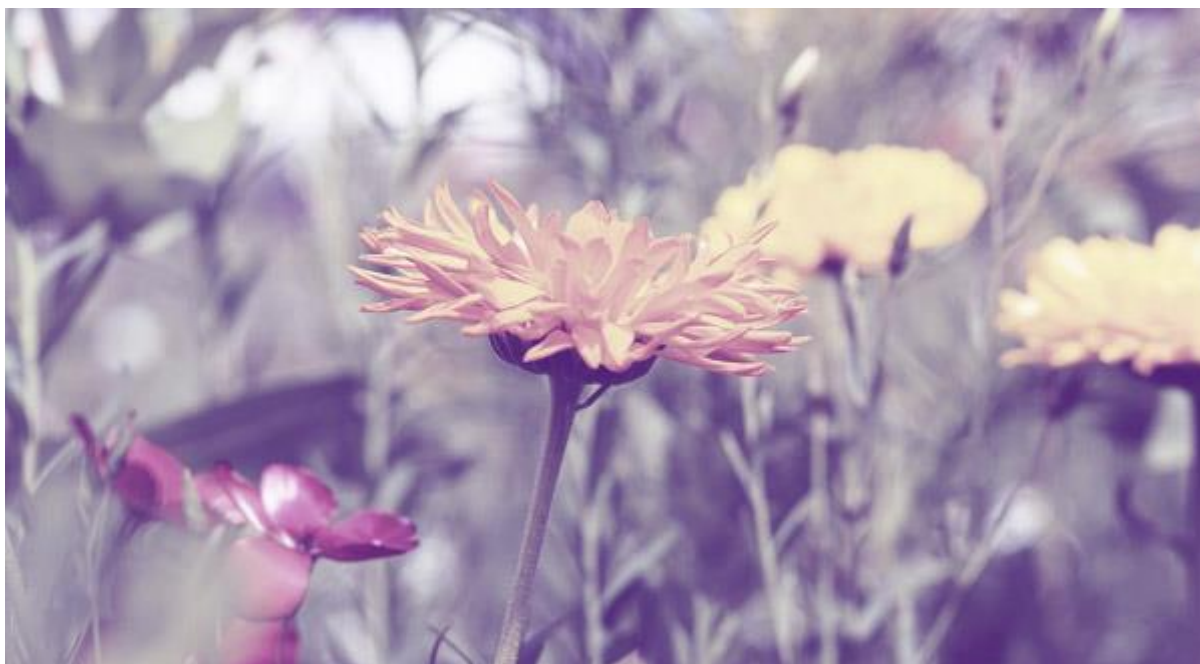
Zadatke u kojima se očekuje rješavanje jednadžbi u kojima se nalaze razlomci ne valja nuditi onim učenicima koji nisu svladali razlomke.

U zadatku Uvježbajmo valja voditi računa o vizualnoj zahtjevnosti zadatka zbog čega se savjetuje sugestivno navođenje učenika.

Postupak korištenja suprotnih koeficijenata uz nepoznanicu dobivenih množenjem jedne jednadžbe valja dodatno postupno objasniti i radije se dulje vremena zadržati na jednom primjeru negoli očekivati da učenici krenu s računanjem daljnjih zadataka. Isto vrijedi i za svladavanje množenja svake jednadžbu nekim brojem tako da dobijemo suprotne koeficijente uz jednu nepoznanicu. Važnije je da učenici s teškoćama u matematici (motoričke teškoće, intelektualne teškoće, diskalkulija) savladaju osnovnu razinu (primjerice do suprotnih koeficijenata uz nepoznanicu dobiveni množenjem jedne jednadžbe).



## 9.4. Svođenje sustava na standardni oblik



---

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

---

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane sa svođenjem sustava na standardni oblik
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati standardni oblik sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Svesti sustav dviju linearnih jednadžbi na standardni oblik
- Svođenjem sustava na standardni oblik riješiti sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo



---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 3 sata

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskim zadatkom** u obliku stripa, u kojem uočavamo da zadaci mogu biti postavljeni i u nestandardnom obliku, pa ih treba znati napisati u standardnom obliku da bi se mogli riješiti opisanim metodama.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Ponovimo rješavanje linearnih jednadžbi s jednom nepoznicom

Rješavanje linearnih jednadžbi s jednom nepoznicom učenici su susreli u šestom razredu, pa ih sada podsjećamo na oblik te jednadžbe i način rješavanja iste. Prisjećamo se i matematičkih svojstava i računskih radnji pomoću kojih možemo dobiti početni oblik linearne jednadžbe s jednom nepoznicom. Kroz niz zadataka podsjećamo se kako premjestiti nepoznanice i poznanice svako na svoju stranu, kako se riješiti zagrada i razlomaka u jednadžbama. Također se prisjećamo i što znači provjeriti rješenje jednadžbe.

#### Standardni oblik sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

Vraćajući se na motivacijski zadatak kroz interakciju učenike navodimo na to da sustav može biti zadan u nestandardnom obliku. Slijedi uputa kako izgleda standardni oblik sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Nastavljamo s nekoliko interakcija u kojima opisujemo i prepoznavamo standardni oblik sustava.

#### Svođenje sustava na standardni oblik

Da bi sveli sustav na standardni oblik, učenicima napominjemo da mogu koristiti ista matematička svojstva i računске radnje koje koriste pri rješavanju linearnih jednadžbi s jednom nepoznicom. Niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljeno je za uvježbavanje svođenja sustava na standardni oblik. Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka. Uz zadatke su pripremljene upute tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo.

Slijedi napomena i upozorenje na tipične greške koje učenici rade pri svođenju sustava na standardni oblik, te upute na što treba pripaziti kod svođenja sustava na standardni oblik.

U ovom poglavlju ne rješavamo zadatke do kraja, samo ih svodimo na standardni oblik. Kasnije ćemo predložiti učenicima da se vrate na ovo poglavlje i riješe do kraja zadatke.

## Rješavanje sustava svođenjem na standardni oblik

Na početku svedemo na standardni oblik i riješimo sustav iz motivacijskog zadatka, te provjerimo smislenost rješenja u danom kontekstu zadatka. Slijedi primjer rješavanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice svođenjem na standardni oblik. Učenici se uvjeravaju u ekvivalentnost sustava zapisanog u nestandardnom i standardnom obliku pomoću dva zadatka provjeravajući je li uređeni par rješenje takvih sustava. Provjeravamo za uređeni par koji smo dobili rješavanjem sustava svedenog na standardni oblik jednom od metoda iz prethodnih jedinica.

Usvojene sadržaje učenici će uvježbati i primijeniti kroz nekoliko interaktivnih zadataka koji slijede. Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine. Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Za učenike koji žele znati više pripremili smo nekoliko složenijih zadataka za rješavanje sustava svođenjem na standardni oblik.

## Završetak

Završavamo s **GeoGebrinim apletom** od 9 zadataka sustava zadanih u nestandardnom obliku. Ukoliko ih učenici točno riješe otkrit će im se slika, pa im to može poslužiti kao samoprocjena.

## Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#), pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

U skladu s mogućnostima vaših učenika i školskog okruženja učenike možete potaknuti da za istraživanje ove teme samostalno ili u grupama koriste program GeoGebra, ili neki sličan. Učenici mogu samostalno riješiti ponuđeni materijal napravljen u Geogebri, a koji prikazuju svođenje sustava linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice na standardni oblik, a spretniji mogu i sami napraviti sličan materijal u Geogebri. Predlažemo uz to i suradničko, vršnjačko učenje - učenici koji su otkrili kako se nešto može napraviti u programu pokazuju vršnjacima i pomažu im u snalaženju.

Pogledajte [Malu školu GeoGebre](#) koju je pripremio Damir Belavić. Više informacija potražite na stranici [Upute u savjeti o uporabi GeoGebre](#).

Pri provjeri rješenja zadataka, učenici mogu koristiti aplikaciju [PhotoMath](#), kao i jedan od online kalkulatora za rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

- [Symbolab](#)
- [MathPapa](#)
- [WolframAlpha](#)

- [OnlineMSchool](#)
- [HackMath](#)

Pogledajte i aktivnosti predložene u scenariju poučavanja [Potraga za rješenjem](#) i [Dvostruko nepoznato](#) pa neke upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo nekoliko složenijih sustava u nestandardnom obliku, među njima su i neodređen i nemoguć sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Ovakvi zadaci s dvojnim razlomcima i općenito takvi složeniji zadaci pomažu u stjecanju vještina ustrajnosti, pažljivosti i koncentracije kod učenika.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Od učenika koji imaju teškoće s matematičkim konceptima ne treba očekivati da napamet riješe primjer iz početne ilustracije.

Tekstualni dio rješenja prvog zadatka je prilično složen zbog čega je učenike s teškoćama usmenim putem podsjetiti na način rješavanja linearnih jednadžbi s jednom nepoznanicom. Treći, četvrti i deseti zadatak se preporuča zamijeniti prirodnim brojevima (za one učenike koji nisu ovladali razlomcima). Prilikom računanja preporuča se omogućiti uporabu kalkulatora (npr. učenici s diskalkulijom, učenici s motoričkim teškoćama, učenici s intelektualnim teškoćama).

Način zapisivanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice valja uvrstiti u osobne podsjetnike ili na vidljivo mjesto u prostoru (uz jednostavnije oblike jednadžbi). Svi učenici koji sporije ovladavaju matematičkim sadržajima trebaju dobro uvježbati prepoznavanje standardnih oblika dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice (ukoliko je potrebno, izložiti ih većem broju zadataka kao što su zadaci 6 i 7). Kod samih izračuna učenicima s teškoćama valja osigurati produljeno vrijeme rješavanja ili odabrati manji broj zadataka koji oni trebaju riješiti. Prilikom računanja uvijek je važno osigurati uporabu papira i olovke i/ili kalkulatora (onim učenicima kojima je to potrebno).

Zadatak 11 je vizualno nepregledan za sve učenike koji imaju teškoće vizualne percepcije zbog čega je bolje osigurati zamjensku aktivnost. Kod svih zadataka kao što je primjerice dvanaesti zadatak važno je osigurati pomoć učenicima s motoričkim teškoćama (pomoćnik ili drugi učenik). Kada se od učenika očekuje da integriraju dosadašnja znanja, primjerice, da odaberu metodu koja se čini pogodnija s obzirom na dobivene koeficijente, važno ih je usmeno podsjećati na korake prilikom rješavanja kao i na dostupne metode. Svi učenici koji sporije ovladavaju matematičkim operacijama zaborave pojedine činjenice i valja ih iznova podsjećati (npr. najprije se „riješimo“ zagrada). Primjerice, kod rješavanja sustava u nestandardnom obliku važna su tri pravila:

- Najprije svedemo sustav na standardni oblik .
- Koristimo metodu koja je pogodnija s obzirom na koeficijente koje smo dobili.
- Uvrstimo vrijednosti nepoznanica u nestandardni oblik.

Od 15. do 19. zadatka je važno uzeti u obzir razinu matematičkog znanja kojim je učenik ovladao i zamijeniti pojedine zadatke jednostavnijima ili odabrati samo nekoliko zadataka koje učenik treba riješiti. Kao što je u više navrata napomenuto, uvijek je važno pridržavati se individualnog odgojno-obrazovnog plana koji je napisan za pojedinog učenika i surađivati sa stručnim timom.

## 9.5. Primjena sustava dviju linearnih jednadžbi u algebarskim i geometrijskim zadacima



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s primjenom sustava dviju linearnih jednadžbi u algebarskim i geometrijskim zadacima
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati mogućnost rješavanja problemskog zadatka koristeći se sustavom dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Odabrati odgovarajuću metodu rješavanja sustava
- Primijeniti sustave linearnih jednadžbi u algebarskim i geometrijskim zadacima
- Uporabiti digitalnu tehnologiju pri rješavanju sustava linearnih jednadžbi u algebarskim i geometrijskim zadacima

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija

- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskom animacijom** u kojoj povezujemo sustav dviju linearnih jednadžbi s geometrijskim sadržajem iz svakodnevnog života. U tom zadatku potičemo učenike da uoče povezanost između geometrijskih pojmova, svakodnevnog života i linearnih jednadžbi.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Prisjetimo se

Nastavljamo s interaktivnim sadržajem osmišljenim za ponavljanje. Ponavljamo pojmove kao što su linearna jednadžba s dvije nepoznanice i njeno rješenje, sustav dviju linearnih jednadžbi i njegovo rješenje, te metode rješavanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Interaktivnim vježbama ponavljamo kako prevesti govorni jezik u matematički izraz.

#### Koraci rješavanja sustava

Nadalje upućujemo učenike da pažljivo pročitaju zadatak, odrede nepoznate i poznate veličine, zapišu sustav, riješe ga te provjere smislenost rješenja i na kraju zapišu odgovor.

Kroz primjere i zadatke pokazujemo kako primijeniti korake rješavanja sustava zadanog riječima te ujedno ponavljamo i utvrđujemo sadržaje iz dosadašnjih jedinica modula Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Kako je čitanje zadatka s razumijevanjem jedna od važnih vještina, potičemo učenike da njome ovladaju te i sami postavljaju pitanja i analiziraju podatke zadane u zadatku.

#### Algebarske jednadžbe

Primjer jednostavne algebarske jednadžbe zadan je **ilustracijom**, iza koje slijedi rješavanje sustava po koracima opisanim u prethodnom poglavlju. Slijede zadatak i interaktivna vježba sličnog sadržaja kao primjer za uvježbavanje. Nastavljamo s primjerom i pratećim zadacima i interaktivnim vježbama otkrivanja nepoznatih dvoznamenkastih brojeva.

Nastavljamo s primjerima i pratećim zadacima s postocima i omjerima, povezujući tako novo s već usvojenim gradivom.

Uz zadatke su pripremljene upute tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo.

## Geometrijski zadaci

Slijede primjeri i zadaci geometrijskog sadržaja. Učenici će kroz zadatke i interaktivne vježbe ponoviti opseg, površinu i neka svojstva pravokutnika i trokuta i povezati te sadržaje sa sustavima dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Slijedi zadatak geometrijskog sadržaja povezan sa svakodnevnim životom u kojem treba postaviti i riješiti sustav linearnih jednadžbi. Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine. Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

**Za učenike koji žele znati više** pripremljeni su složeniji algebarski zadaci. Uz zadatke su pripremljene upute tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo ili si malo pomoći ako zapnu pri rješavanju.

## Završetak

Na kraju ćete naći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a te još jedan geometrijski zadatak povezan sa svakodnevnim životom, koji treba riješiti pomoću sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Zadatak je zadan pomoću **GeoGebrinog apleta**, tako da može izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju te mogu vježbu ponavljati koliko god puta žele.

## Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

U skladu s mogućnostima vaših učenika i školskog okruženja učenike možete potaknuti da za istraživanje ove teme samostalno ili u grupama koriste program GeoGebra, ili neki sličan. Učenici mogu samostalno riješiti ponuđeni materijal napravljen u Geogebra, a koji prikazuju primjene sustava linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice, a spretniji mogu i sami napraviti sličan materijal u Geogebra. Predlažemo uz to i suradničko, vršnjačko učenje - učenici koji su otkrili kako se nešto može napraviti u programu pokazuju vršnjacima i pomažu im u snalaženju.

Pogledajte [Malu školu GeoGebre](#) koju je pripremio Damir Belavić. Više informacija potražite na stranici [Upute u savjeti o uporabi GeoGebre](#).

Pri provjeri rješenja zadataka, učenici mogu koristiti aplikaciju [PhotoMath](#), kao i jedan od online kalkulatora za rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:



- [Symbolab](#)
- [MathPapa](#)
- [WolframAlpha](#)
- [OnlineMSchool](#)
- [HackMath](#)

Pogledajte i aktivnosti predložene u scenariju poučavanja [Potraga za rješenjem](#) i [Dvostruko nepoznato](#) pa neke upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika. Možete iskoristiti i pojedine aktivnosti scenarija poučavanja [Igrajmo se algebre](#), kao i [Problemski zadaci bez problema](#) osmišljen za 1. razred srednje škole, ali primjenjivi u ovoj aktivnosti. Odaberite aktivnosti prema mogućnostima vaših učenika i škole.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo složenije algebarske zadatke s količnikom i ostatkom pri dijeljenju. Uz zadatke su pripremljene upute tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo ili si malo pomoći ako zapnu pri postavljanju ili rješavanju sustava. Za darovite učenike savjetujemo i jedan od [12 zadataka primjene](#), Matematike Plus, izdavačke kuće Element

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Početni primjer, kao i dosada, valja dovesti u vezu s iskustvima učenika iz svakodnevnog života (npr. jesu li ikada sudjelovali u nabavci materijala za građenje, kako su određivali dimenzije i slično).

Usmeno definiranje pojmova je važno potkrijepiti izrazima kako bi se učenici s memorijskim teškoćama lakše podsjetili samih definicija.

Kod označavanja točnih odgovora (npr. zadatak 1) učenici s teškoćama trebaju koristiti papir i olovku. Kod trećeg zadatka nije sasvim jasno da će se sustavi linearnih jednadžbi sami generirati kada se riješi prvi sustav te učenicima s teškoćama valja dati takvo objašnjenje.

Pri prevođenju rečenica u matematičke izraze jako je važno dati jasne upute svim učenicima koji imaju teškoće jezičnoga razumijevanja, za njih su ovi zadaci zahtjevni (prilikom rješavanja ih valja podsjetiti na korištenje podsjetnika kao što je podsjetnik u nastavnoj jedinici – primjeri prevođenja prije zadatka 4).

Postupak rješavanja problemskih zadataka koji je sveden na 7 koraka se preporuča postaviti na vidljivo mjesto na zaslonu ili u prostoru kako bi se učenici koji imaju problema s matematičkim jezikom mogli voditi koracima prilikom rješavanja zadataka.

Za sve učenike koji sporije ovladavaju rješavanjem složenijih jednadžbi savjetuje se prilikom rješavanja algebarskih jednadžbi odabrati jednostavnije verzije zadataka (npr. primjer 2 i zadatak 6). Kod zadataka koji sadrže decimalne brojeve, učenike s teškoćama je važno podsjetiti na pravila vezana uz decimalne brojeve.

Kod geometrijskih zadataka učenici sa specifičnim teškoćama učenja kao i učenici s drugim teškoćama bi trebali imati pristup geometrijskim formulama (opseg, površina). Prilikom rješavanja je važno skicirati svaki lik i podsjećati učenike na hodogram rješavanja zadataka.

Uporaba različitih digitalnih alata može biti primjereno rješenje za pojedine učenike s teškoćama. Uporaba alata kao što je PhotoMath (ili nekog drugog online sustava za rješavanje) može zainteresirati učenika za samo gradivo i povećati razinu njegove aktivnosti na nastavi. Učenik s poremećajem iz spektra autizma može dobiti zadatak da pronađe još neki od dostupnih kalkulatora. Uvijek je poželjno poticati uvođenje digitalne tehnologije u rad s učenicima s teškoćama.

## 9.6. Primjena sustava linearnih jednadžbi u zadacima iz svakodnevnog života



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s primjenom sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice u zadacima iz svakodnevnog života
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati mogućnost rješavanja problemskog zadatka pomoću sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Primijeniti sustave linearnih jednadžbi u zadacima iz svakodnevnog života
- Provjeriti smislenost rješenja sustava u danom kontekstu
- Uporabiti digitalnu tehnologiju pri primjeni sustava linearnih jednadžbi u zadacima iz svakodnevnog života

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija

- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskom interakcijom** u kojoj povezujemo sustav dviju linearnih jednadžbi s geometrijskim sadržajem iz svakodnevnog života. U tom zadatku potičemo učenike da uoče povezanost između geometrijskih pojmova, svakodnevnog života i linearnih jednadžbi.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Sustav u koracima

Nastavljamo s interaktivnim sadržajem osmišljenim za ponavljanje do sada naučenog, a prvenstveno koraka rješavanja sustava. Interaktivnim vježbama ponavljamo kako prevesti govorni jezik u matematički izraz.

#### Sustavi u životu

Ovo poglavlje počinjemo animacijom živopisne životinjske farme, gdje kroz razgovor dječaka i djevojčice učenici trebaju odgonetnuti koliko je životinja na farmi. Zadatak mogu riješiti samostalno ili u grupama prodiskutirati o mogućim rješenjima.

Nadalje upućujemo učenike da pažljivo pročitaju zadatak, odrede nepoznate i poznate veličine, zapišu sustav, riješe ga te provjere smislenost rješenja i na kraju zapišu odgovor.

Kroz primjere i zadatke pokazujemo kako primijeniti korake rješavanja sustava zadanog riječima te ujedno ponavljamo i utvrđujemo sadržaje iz dosadašnjih jedinica modula Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Kako je čitanje zadatka s razumijevanjem jedna od važnih vještina, potičemo učenike da njome ovladaju te i sami postavljaju pitanja i analiziraju podatke zadane u zadatku.

Grupirani su slični zadaci kako bi učenicima bilo što lakše odgonetnuti smisao samoga zadatka. Savjetujemo po jedan zadatak odraditi zajedno s njima, a ostale zadatke istog tipa ostaviti učenicima za samostalno rješavanje ili za grupni rad.

#### Uvježbajmo

Ovo poglavlje sadrži zadatke sa primjenom sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice u raznim područjima života. Kako su uz zadatke dane i detaljne upute, savjetujemo da učenici ove zadatke pokušaju riješiti samostalno kod kuće ili u paru sa drugim učenicom.

Za učenike koji žele znati više pripremljeni su složeniji zadaci sa primjenom sustava linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice u fizici. Uz zadatke su pripremljene upute tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo ili si malo pomoći ako zapnu pri rješavanju.

### Tehnologija u nastavi

Kako je tehnologija nezaobilazan dio života učenika, tako je i suvremena nastava nezamisliva bez tehnologije. Predlažemo učenicima zadati kompliciranije zadatke sa primjenom sustava linearnih jednadžbi i rješenje potražiti pomoću suvremenijeg kalkulatora, ali i pomoću računala ili pomoću mobitela. Savjetujemo učenicima pokazati aplikacije kao što su PhotoMath, ali i OneNote i Excel u kojima mogu vrlo jednostavno riješiti sustave linearnih jednadžbi. Učenicima sugerirajte i projektni zadatak u kojemu će odabrati problemski zadatak i korake rješavanja snimiti pomoću alata WeVideo ili napraviti animirani film pomoću alata PowToon ili Animatron.

### Završetak

Na kraju ćete naći podsjetnik na koji način najbolje riješiti zadatke sa primjenom sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice, kao i interaktivnu kartu s blagom, gdje će na zanimljivi način ponoviti naučeno u ovoj jedinici.

### Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

U skladu s mogućnostima vaših učenika i školskog okruženja učenike možete potaknuti da za istraživanje ove teme samostalno ili u grupama koriste program GeoGebra, ili neki sličan. Učenici mogu samostalno riješiti ponuđeni materijal napravljen u Geogebri, a koji prikazuju primjene sustava linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice, a spretniji mogu i sami napraviti sličan materijal u Geogebri. Predlažemo uz to i suradničko, vršnjačko učenje - učenici koji su otkrili kako se nešto može napraviti u programu pokazuju vršnjacima i pomažu im u snalaženju.

Pogledajte [Malu školu GeoGebre](#) koju je pripremio Damir Belavić. Više informacija potražite na stranici [Upute u savjeti o uporabi GeoGebre](#).

Pri provjeri rješenja zadataka, učenici mogu koristiti aplikaciju [PhotoMath](#), kao i jedan od online kalkulatora za rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

[Symbolab](#)

[MathPapa](#)

[WolframAlpha](#)

[OnlineMSchool](#)

[HackMath](#)

Pogledajte i aktivnosti predložene u scenariju poučavanja [Potraga za rješenjem](#) i [Dvostruko nepoznato](#) pa neke upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika. Možete iskoristiti i pojedine aktivnosti scenarija poučavanja [Igrajmo se algebre](#), kao i [Problemski zadaci bez problema](#) osmišljen za 1. razred srednje škole, ali primjenjivi u ovoj aktivnosti. Odaberite aktivnosti prema mogućnostima vaših učenika i škole.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo složenije zadatke s računanjem vremena ili brzine iz fizike. Uz zadatke su pripremljene upute tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo ili si malo pomoći ako zapnu pri postavljanju ili rješavanju sustava. Za darovite učenike savjetujemo i jedan od [12 zadataka primjene](#), Matematike Plus, izdavačke kuće Element. Njih mogu riješiti na dodatnoj nastavi ili na satu ukoliko budu prije svih gotovi s radom. Mogu ih raditi u grupi sa drugim učenicima.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Drugi zadatak je grafički nepregledan i time neprimjeren za učenike s teškoćama vizualne obrade (pogotovo polja s više teksta) zbog čega je tim skupinama djece važno osigurati pisani oblik istoga zadatka, prilagodbu zadatka (npr. reducirati broj parova) ili zamjenski zadatak.

Učenici koji imaju teškoće s matematičkim jezikom trebaju dobro uvježbati prepoznavanje/pronalaženje sustava linearnih jednadžbi koje opisuju problemske zadatke (primjerice, prvi dio zadatka 3).

Ilustraciju kojom započinje poglavlje Sustavi u životu treba dodatno pojasniti učenicima s teškoćama, posebno onima s poremećajem iz spektra autizma (protumačiti sliku i izraze lica). Temu zadanih primjera, kada god je to moguće, valja prilagoditi interesima ove podskupine učenika (npr. „Na filmskom setu u kojem je snimano Hrabro srce ili Star Wars...“ ili zamijeniti imena bake i djeda).

Odabir daljnjih zadataka valja odrediti individualno, temeljem razine znanja kojom je pojedini učenik s teškoćom ovladao i u suradnji sa stručnim timom škole.

Preporuča se učenike s teškoćama upoznati s jednostavnijim alatima za računanje jednadžbi i zadati im zadatke koje će riješiti koristeći rješenja s kojima su se upoznali.



# Aktivnosti za samostalno učenje

---

## Ciljevi, ishodi, kompetencije

---

### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s rješavanjem sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Uočiti primjere sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

### Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice i njegovo rješenje
- Zapisati problemski zadatak u obliku sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Primijeniti metodu supstitucije ili metodu suprotnih koeficijenata na rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Primijeniti sustave dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj sati: minimalno 1 sat

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadaci i primjeri koji omogućavaju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijских sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

## Uvodni dio

**Motivacijska animacija** je zadatak u kojem ponavljamo kako od uobičajene situacije iz stvarnog života dobiti sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Prateća interaktivna vježba opisuje dobiveni sustav dvije linearne jednadžbe s dvije nepoznanice i njegovo rješenje.

### Riješite, provjerite i podijelite

Za uvježbavanje postavljanja i rješavanja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice predlažemo vam nekoliko zadataka koje učenici mogu samostalno riješiti u bilježnicu ili u nekom interaktivnom elementu. Zadnjih nekoliko zadataka je za one koji žele znati više, ali predlažemo svima da ih pokušaju riješiti.

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime ujedno dobivaju i povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Izmjenjuju se "obični", interaktivni te kontekstualni zadaci tako da se promjenom dinamike duže zadržava pažnja učenika na samim sadržajima čime se potiče i ustrajnost i samostalnost u radu. Prije samog rješavanja zadatka potičite učenike da procijene rješenje, i onda ga usporede s točnim rješenjem.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka te se prema potrebi vratiti na prethodne jedinice i ponoviti načine rješavanja zadataka.

Predlažemo i **projekt** sa QR kodovima koji može obuhvatiti različite primjene sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice u matematičkom i u svakodnevnom kontekstu te i na taj način pokazati da matematika može biti zabavna, ali i da je primjenjiva u svakodnevnom životu. Kontekst projekta možete prilagoditi učeničkim željama ili aktualnoj situaciji u školi - primjerice, možete pripremiti ovu aktivnost za Dan otvorenih vrata u vašoj školi.

Za samostalno ponavljanje i uvježbavanje pripremljena je i **interaktivna GeoGebrina igra** slaganja tangrama rješavajući sustave dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Učenicima koji imaju problema s razumijevanjem rješavanja sustava linearnih jednadžbi i koji su malo sporiji, omogućite da se dulje "igraju" ili ih motivirajte da igru završe kod kuće.

## Završni dio

Završavamo prijedlogom još jedne **igre** u razredu kojom učenici sami zadaju zadatke i slučajno spajaju sustave i dobivaju rješenja koja mogu biti i cijeli i racionalni brojevi, ali sustavi mogu biti i neodređeni i nemogući, kako i biva u svakodnevnom životu.

## Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

Teme povezane sa sustavima linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice prikladne su i za projekte. Predlažemo da se uključite u zajednicu učitelja i nastavnika na eTwinning portalu pa neke od predloženih aktivnosti iz ove cjeline napravite u sklopu eTwinning projekta. Više o eTwinningu možete saznati na mrežnim stranicama [zajednice eTwinning](#) ili na stranicama [Agencije za mobilnost i programe EU](#).

Pogledajte i lekcije dostupne na mrežnim stranicama Desmosa [System of Linear Equations](#), kao i na mrežnim stranicama Khan Academy [Systems of Linear Equations](#)

Izaberite i neku od aktivnosti scenarija poučavanja [Potraga za rješenjem](#) i [Dvostruko nepoznato](#) koji su osmišljeni za 7. razred osnovne škole, a odnose se na sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama, kao i scenarija [Igrajmo se algebre](#) i [Problemski zadaci bez problema](#) osmišljenih za 1. razred srednje škole. Odaberite aktivnosti prema mogućnostima vaših učenika i škole. Učenici spomenute aktivnosti mogu odraditi samostalno ili u suradnji sa drugim učenicima.

Kako bi učenici ovoj temi pristupili na njima zanimljiv i poučan način, možete iskoristiti i jednu od igara sa sustavima dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice:

- [Lopte](#) (GeoGebra)
- [Skrivena slika](#) (GeoGebra)
- [Bazen](#) (GeoGebra)
- [System of Equations, Basketball](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Nyan Cat The MATH Game -Systems of Linear Equations](#) (Adobe Flash, engleski jezik)
- [Solve a system of equations using substitution](#), (engleski jezik)
- [Solving System of Linear Equations, Jeopardy](#) (engleski jezik)

Osim spomenutih, možete učenicima sugerirati i jednu od brojnih igara i aktivnosti sa stranice [Različite igre i aktivnosti](#) sa sustavima dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama, NRICH, University of Cambridge, ili zajedno izabrati kako će izgledati projektna nastava na stranici [Math Science Fair Project](#)

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

**Za one koji žele znati više** pripremljeni su sustavi koji se mogu riješiti uvođenjem novih nepoznanica. Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje, pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

Zadaci sa sustavima dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice često se pojavljuju na Državnoj maturi pa predlažemo da pogledate i ove zadatke:

[Državna matura, ljetni rok 2016./2017., Matematika, osnovna razina B, zadatak 22.2](#)

[Državna matura, jesenski rok 2015./2016., Matematika, osnovna razina B, zadatak 19](#)

[Državna matua, ljetni rok 2012./2013., Matematika, osnovna razina B, zadatak 11](#)

[Državna matura, zimski rok 2010./2011., Matematika, osnovna razina B, zadatak 6](#)

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U aktivnostima za slobodno učenje važno je pridržavati se općih smjernica koje se odnose na prilagodbu materijala i načina poučavanja koje su specifične za pojedinu vrstu teškoće.

U ovoj vrsti aktivnosti je važno poticati projektne aktivnosti i rad u manjim skupinama u okviru kojeg i učenik s teškoćama ima jasnu, unaprijed definiranu ulogu (npr. izrada prezentacija u interaktivnim alatima, osmišljavanje kviza i sl). Jedna od skupina može dobiti zadatak da ključne činjenice iz ovog modula predstavi u nekom od web alata. U okviru slobodnih aktivnosti je isto tako važno poticati uporabu digitalne tehnologije. Primjerice, svaka skupina učenika može rješavati isti sustav jednadžbi, ali koristeći različite kalkulatore.

Zadatak 9 koji se nalazi u pomoćnim interaktivnim sadržajima je zahtjevan i pri rješavanju je važno osigurati podršku za učenike s teškoćama.

# Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

## Ciljevi, ishodi, kompetencije

### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s rješavanjem sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Uočiti primjere sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

### Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice i njegovo rješenje
- Zapisati problemski zadatak u obliku sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Primijeniti metodu supstitucije ili metodu suprotnih koeficijenata na rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Primijeniti sustave dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stavova s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informaciju koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukcija, primjena i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja zadataka koje je riješio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.

# Pojmovnik

Izvor: CARNET-ova Dokumentacija za nadmetanje: NABAVA USLUGA IZRADE OTVORENIH DIGITALNIH OBRAZOVNIH SADRŽAJA

## *Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj (cjeloviti DOS)*

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj je obrazovni sadržaj u digitalnom obliku koji pokriva cjelokupni kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred. Jedan cjeloviti DOS obuhvaća cjelokupni godišnji fond školskih sati za kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred, prema postojećem nastavnom planu te dodatne sate za samostalno učenje i vrednovanje kod kuće.

## *Darovita djeca*

Darovita djeca su ona djeca koja posjeduju sklop osobina, visoko natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visokoga stupnja kreativnosti i motivacije koji im omogućava razvijanje izvanrednih kompetencija i dosljedno postizanje izrazito natprosječnoga postignuća i/ili uratka u jednome ili u više područja. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika*, 2016.)

## *Digitalni obrazovni materijal*

Digitalni obrazovni materijal je bilo kakav obrazovni materijal u digitalnom formatu neovisno o obliku (e-udžbenik, dio e-udžbenika, e-knjiga, cjeloviti multimedijalni materijali, obrazovna igra, digitalizirana verzija tiskanih obrazovnih materijala, on-line tečaj i dr.) i kontekstu za koji je izrađen (za primjenu u formalnom, neformalnom ili informalnom obrazovnom kontekstu).

Jedan digitalni obrazovni materijal je materijal koji sadržajno pokriva najmanje 5 nastavnih sati u potpunosti i podrazumijeva metodičko oblikovanje.

Jedan digitalni obrazovni materijal NIJE samo jedan izolirani grafički ili multimedijalni prikaz, niti prezentacija u digitalnom formatu. Nadalje, jedan digitalni obrazovni materijal NIJE tekstualni dokument (npr. word dokument) ili pdf verzija tekstualnog dokumenta koji ne podrazumijeva metodičko oblikovanje te sadržajno ne pokriva najmanje 5 nastavnih sati.

## *Digitalni obrazovni sadržaj (DOS)*

Digitalni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu. DOS je namijenjen prvenstveno učenicima za učenje, provjeru znanja i korištenje na nastavnom satu. Sekundarno, DOS je namijenjen i učenicima za samostalno učenje i rad kod kuće te, zajedno s pripadajućim priručnikom, nastavnicima za poučavanje.

## Interakcija

Interakcija je multimedijalni element ugrađen u sadržaj čija interaktivnost podrazumijeva pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa, akcije kao što su pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom komandom, obrazac za ispunjavanje, označavanje odgovora, unos teksta, formula ili audio zapisa, povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja, didaktična igra, simulacija s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima, mogućnost dobivanja povratnih informacija, interaktivna infografika, interaktivni video, žiroskopski prikaz, 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom i sl.

## E-pristupačnost

E-pristupačnost je nadilaženje prepreka i poteškoća na koje osobe nailaze kada pokušavaju pristupiti proizvodima i uslugama koji se zasnivaju na informacijskim i komunikacijskim tehnologijama (Europska komisija, 2005.)

## Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija) je uvažavanje različitosti i specifičnosti svakog pojedinca kroz odgoj i obrazovanje koji odgovara na različite odgojno-obrazovne potrebe sve djece i svih učenika, a temelji se na uključivanju i ravnopravnom sudjelovanju svih u odgojno-obrazovnom procesu. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje i prilagodbu iskustava učenja te vrednovanje postignuća djece i učenika s teškoćama*, 2016.)

## Jedinica DOS-a

Jedinica DOS-a obuhvaća dio, cijelu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta metodički obrađenih tako da obuhvaćaju sadržaj učenja i poučavanja predviđen za provođenje od jednog do tri školska sata. Jedinicu DOS-a čine sljedeći obavezni dijelovi: Uvod i motivacija, Razrada sadržaja učenja i poučavanja i Završetak.

## Kognitivne razine postignuća

Kognitivne razine postignuća obuhvaćaju razinu reprodukcije znanja, primjene znanja i rješavanje problema. Reprodukcijska razina znanja kao najniža kognitivna razina postignuća obuhvaća razumijevanje gradiva (imenovanje, definiranje, ponavljanje, izvješćivanje, razmatranje, prepoznavanje, izražavanje, opisivanje). Viša kognitivna razina postignuća je primjena znanja koja podrazumijeva konceptualno razumijevanje gradiva (raspravljavanje, primjena, tumačenje, prikazivanje, izvođenje, razlikovanje). Rješavanje problema je najviša kognitivna razina postignuća koja podrazumijeva sposobnost analize, sinteze i vrednovanja gradiva (uspoređivanje, razlučivanje, predlaganje, uređivanje, organiziranje, kreiranje, klasificiranje, povezivanje, prosuđivanje, izabiranje, rangiranje, procjenjivanje, vrednovanje, kombiniranje, predviđanje).

## Modul DOS-a



Jedan modul DOS-a obuhvaća smisleno povezan sadržaj učenja i poučavanja koji obuhvaća određeni broj jedinica DOS-a, koje obuhvaćaju jednu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta.

### Multimedijalni element

Multimedijalni element je zvučni zapis, fotografije, ilustracije, video zapis ili 2D i 3D animacije.

### Nastavni sadržaj

Nastavni sadržaj je konkretna građa i zadatci (aktivnosti) za usvajanje i razvijanje odgojnih i obrazovnih znanja, vještina i navika kojima se ostvaruje određeni odgojno-obrazovni ishod ili skup odgojno-obrazovnih ishoda.

### Objavljeni obrazovni sadržaj

Objavljeni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju u obrazovne svrhe objavljen u tiskanom ili digitalnom formatu uz pozitivnu stručnu recenziju ili pozitivnu evaluaciju od strane korisnika sadržaja.

### Obrazovni sadržaj

Obrazovni sadržaj je sadržaj, tiskanog ili digitalnog tipa, razvijen s primarnom namjenom korištenja u obrazovne svrhe, bilo u nastavi ili izvan nje, za formalno, neformalno ili informalno obrazovanje.

### Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja)

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja) je jasni iskaz očekivanja od učenika (što učenici znaju, mogu učiniti i koje stavove/vrijednosti imaju razvijene) na kraju nekog dijela učenja i poučavanja. Ovisno o razini na kojoj je izražen, neki odgojno-obrazovni ishod može se odnositi na razdoblje od jednog nastavnog sata, tematske cjeline, cijele godine ili ciklusa učenja i poučavanja nekog nastavnog predmeta ili međupredmetne teme. Ishodi mogu biti određeni kao znanja, vještine i/ili stavovi/vrijednosti.

### Osoba s invaliditetom

Osoba s invaliditetom je osoba koja ima dugotrajna tjelesna, mentalna, intelektualna ili osjetilna oštećenja, koja u međudjelovanju s različitim preprekama mogu sprečavati njihovo puno i učinkovito sudjelovanje u društvu na ravnopravnoj osnovi s drugima (Konvencija o pravima osoba s invaliditetom, 2006). Prema istoj konvenciji, invaliditet nije samo oštećenje koje osoba ima, nego je rezultat interakcije oštećenja osobe (koje nije samo tjelesno oštećenje kao najvidljivije) i okoline iz čega proizlazi da društvo neprilagođenošću stvara invaliditet, ali ga kroz tehničke prilagodbe prostora, osiguranje pomagala i drugih oblika podrške može i ukloniti. U kontekstu digitalnih obrazovnih sadržaja prilagodbe se odnose na primjenu principa univerzalnog dizajna i poštivanje standarda e-pristupačnosti pri izradi materijala.

### Otvoreni obrazovni sadržaj

Otvoreni obrazovni sadržaj je sadržaj slobodno dostupan za korištenje, doradu i izmjenu od trećih strana bez dodatne naknade.

## Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja / Repozitorij digitalnih nastavnih materijala

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja/Repozitorij digitalnih nastavnih materijala je repozitorij digitalnih nastavnih materijala izrađen u sklopu pilot projekta e-Škole.

## Suvremena pedagoška metoda

Suvremena pedagoška metoda je metoda koja potiče aktivan rad učenika kroz projektni i timski rad, rješavanje problema, učenje putem otkrivanja, stvaralačko učenje te poticanje kritičkog razmišljanja.

## Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnih potrebama

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama je daroviti učenik/dijete ili učenik/dijete s teškoćama u razvoju.

## Učenici/djeca s teškoćama

Učenik/dijete s teškoćama je dijete/učenik kojemu je u odgojno-obrazovnom sustavu potrebna dodatna podrška u učenju i/ili odrastanju. Prema Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi, NN 94/13. (pročišćeni tekst) učenici s teškoćama (Članak 65.) su: – učenici s teškoćama u razvoju, – učenici s teškoćama u učenju, problemima u ponašanju i emocionalnim problemima, – učenici s teškoćama uvjetovanim odgojnim, socijalnim, ekonomskim, kulturalnim i jezičnim čimbenicima. U Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju (NN 24/15) navode se skupine vrsta teškoća: 1. Oštećenja vida, 2. Oštećenja sluha, 3. Oštećenja jezično-govorne-glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju, 4. Oštećenja organa i organskih sustava, 5. Intelektualne teškoće, 6. Poremećaji u ponašanju i oštećenja mentalnog zdravlja, 7. Postojanje više vrsta teškoća u psihofizičkom razvoju.