



Matematika

za 2. razred srednje škole

Modul 5: Eksponencijalna funkcija

Priručnik za nastavnike

Više informacija o fondovima EU-a možete pronaći na internetskim stranicama Ministarstva regionalnoga razvoja i fondova Europske unije: www.strukturnifondovi.hr

Ovaj priručnik izrađen je radi podizanja digitalne kompetencije korisnika u sklopu projekta e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot-projekt), koji sufinancira Europska unija iz europskih strukturnih i investicijskih fondova. Nositelj projekta je Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET. Sadržaj publikacije isključiva je odgovornost Hrvatske akademske i istraživačke mreže – CARNET.

Impresum

Ključni stručnjaci:

Autori:

Aleksandra Brmbota, Karolina Brleković, Marina Njerš, Sanja Loparić

Urednica:

Štefica Dumančić Poljski

Stručnjak za dizajn odgojno-obrazovnog procesa ili metodičko oblikovanje nastavnih sadržaja:

Toni Milun

Stručnjak za dizajn i izradu digitalnih sadržaja te dizajn korisničkog sučelja:

Željka Car

Neključni stručnjaci:

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje:

Jasmina Ivšac Pavliša, Maja Peretić

Stručnjak za pristupačnost:

Vedran Podobnik

Recenzenti:

Recenzent za metodičko oblikovanje sadržaja:

Nikola Koceić Bilan

Recenzent za inkluzivnu prilagodbu sadržaja:

Ana Parać Burčul

Izdanje:

1. izdanje

Lektorica:

Ivan Kojundžić

Priprema i prijelom:

Algebra d.o.o.

Podizvoditelj:

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu

Naručitelj i nakladnik:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža CARNET

Mjesto izdanja:

Zagreb

Više informacija:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET

Josipa Marohnića 5, 10000 Zagreb

tel.: +385 1 6661 500

www.carnet.hr



Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom

[Creative Commons Imenovanje -Nekomercijalno-Dijeli 3.0 Hrvatska.](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/hr/)

Sadržaj

Impresum	3
Uvodni dio priručnika	6
Kako koristiti priručnik	6
Što je DOS?	18
Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS	24
Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a	25
Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima	27
Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS	29
Suvremene nastavne metode i DOS	31
Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama	32
Modul 5: Eksponencijalna funkcija	34
Ciljevi, ishodi, kompetencije	34
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja ovog modula DOS-a	35
Digitalni alati i dodatni sadržaji	36
5.1. Eksponencijalna funkcija	40
Ciljevi, ishodi, kompetencije	40
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	41
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	42
5.2. Graf i svojstva eksponencijalne funkcije	44
Ciljevi, ishodi, kompetencije	44
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	45
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	47
5.3. Modeliranje eksponencijalnom funkcijom	48
Ciljevi, ishodi, kompetencije	48
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	49
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	51
Aktivnosti za samostalno učenje	52
Ciljevi, ishodi, kompetencije	52

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	52
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	54
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	56
Ciljevi, ishodi, kompetencije	56
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	57
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	57
Pojmovnik.....	58

Uvodni dio priručnika

Kako koristiti priručnik

Priručnik za primjenu DOS-a je prateći materijal uz digitalne obrazovne sadržaje (DOS) iz matematike za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred opće gimnazije (Matematika 7, Matematika 8, Matematika 1 i Matematika 2).

Sastoji se od dva bitno različita dijela: općeg dijela i dijela namijenjenog određenom razredu.

Prvi dio priručnika (prvih 7 poglavlja) priručnika daje uvod o digitalnim obrazovnim sadržajima i njihovoj ulozi u suvremenim metodama poučavanja. Ovaj dio je identičan za sve razrede.

Drugi dio priručnika daje preporuke nastavnicima za korištenje konkretnih jedinica DOS-a i multimedijalnih elemenata u odgojno-obrazovnom procesu, navodi dodatne digitalne alate i sadržaje koji će doprinijeti ostvarivanju odgojno-obrazovnih ishoda te daje smjernice i sadržaje za rad s učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (inkluzija).

Priručnik je dostupan u tri formata: PDF, ePub (format za elektroničke knjige, može se preuzeti i čitati na računalima i mobilnim uređajima) i OneNote (Microsoft OneNote 2016, digitalna bilježnica koja omogućuje na jednom mjestu održavanje bilješki i informacija s dodatnim prednostima; mogućnosti naprednog pretraživanja i umetanja multimedije).

U prvom poglavlju, koje je upravo pred Vama, navedene su upute kako koristiti priručnik na primjeru OneNote inačice.

OneNote inačica priručnika

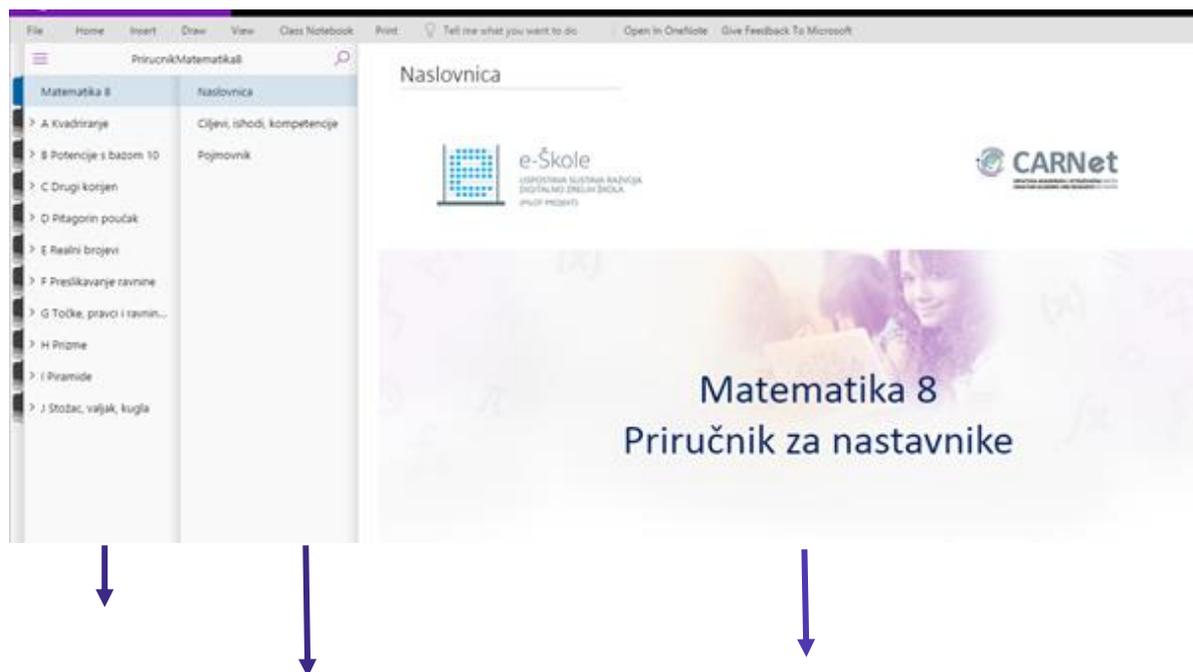
Osnovne značajke OneNote-a su:

- automatsko spremanje
- mogućnost pisanja na proizvoljnom mjestu svake stranice
- mogućnost ubacivanja svih vrsta sadržaja, dokumenata i poveznica
- mogućnost reorganiziranja i ponovnog korištenja stranica i odjeljaka
- pripadni moćni alati za označavanje i pretraživanje
- mogućnost spremanja poveznice na originalne sadržaje prilikom kopiranja
- brzo i pregledno kretanje kroz pojedine dijelove dokumenta.

OneNote inačica priručnika sadrži sve što i pdf inačica te dodatne stranice „Pomoćni interaktivni sadržaji“ na kojima su interaktivni i multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote. Tako pripremljene sadržaje učitelji i nastavnici mogu lako koristiti za nastavu te prema potrebi mijenjati i prilagoditi svojim potrebama.

U OneNote priručniku sadržaji su grupirani u odjeljke, sekcije i stranice unutar sekcija. Početni odjeljci sadrže poglavlja prvog, općeg dijela priručnika. Slijede odjeljci koji se odnose na konkretan DOS. Svaki DOS podijeljen je na module, a moduli na jedinice, što je detaljno opisano u sljedećem poglavlju.

Sadržaji koji se odnose na module konkretnog DOS-a nalaze se na stranicama odjeljka s naslovom modula, a sadržaji na razini jedinice se nalaze na stranicama sekcija s naslovima jedinica. Moduli su označeni slovima A, B, C, ..., a jedinice brojevima 1.1, 1.2 itd.



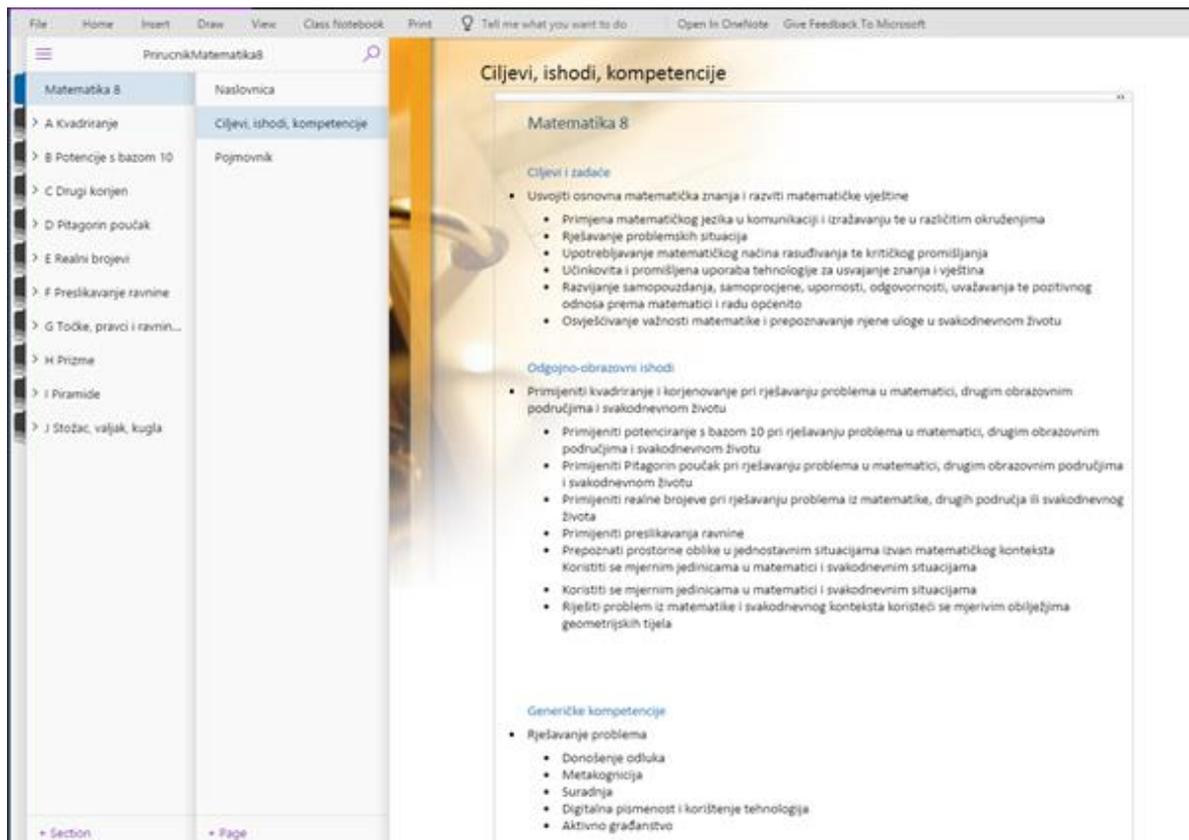
Odjeljci i sekcije

Stranice

Sadržaj stranice

Uvodni odjeljak (na slikama to je prvi odjeljak Matematika 8) ima stranice:

- **Naslovnica**
- **Ciljevi, ishodi, kompetencije**
 - Ovdje su navedeni ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini cjelovitog DOS-a prema kojima je izrađen DOS.
- **Pojmovnik**
 - U priručniku se nalazi pojmovnik ključnih pojmova prenesen iz konkretnog DOS-a.



Slijede odjeljci koje obrađuju pojedine module (označeni slovima A, B, C ...). Svaki modul ima uvodnu sekciju (1.0. u modulu A, 2.0. u modulu B ...) i sekcije po jedinicama (1.1., 1.2. ... u modulu A; 2.1., 2.2. u modulu B itd.)

Uvodna sekcija svakog modula sadrži sljedeće stranice (na ilustracijama koje slijede to je modul A *Kvadriranje*):

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini modula.

The screenshot shows a digital textbook interface. On the left, there is a sidebar with a table of contents for 'Priručnik Matematika 8', listing sections A through J. The main content area is titled 'Ciljevi, ishodi, kompetencije' and contains the following text:

DOS Matematika 8

1. Kvadriranje

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanje te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvještavanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgovno-obrazovni ishodi

- Kvadrirati racionalni broj
- Procijeniti vrijednost kvadrata
- Napisati umnožak kvadrata kao kvadrat umnoška te količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto
- Kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva
- Prepoznati u algebarskim izrazima kvadrat zbroja i kvadrat razlike
- Rastaviti razliku kvadrata na faktore
- Primijeniti kvadriranje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

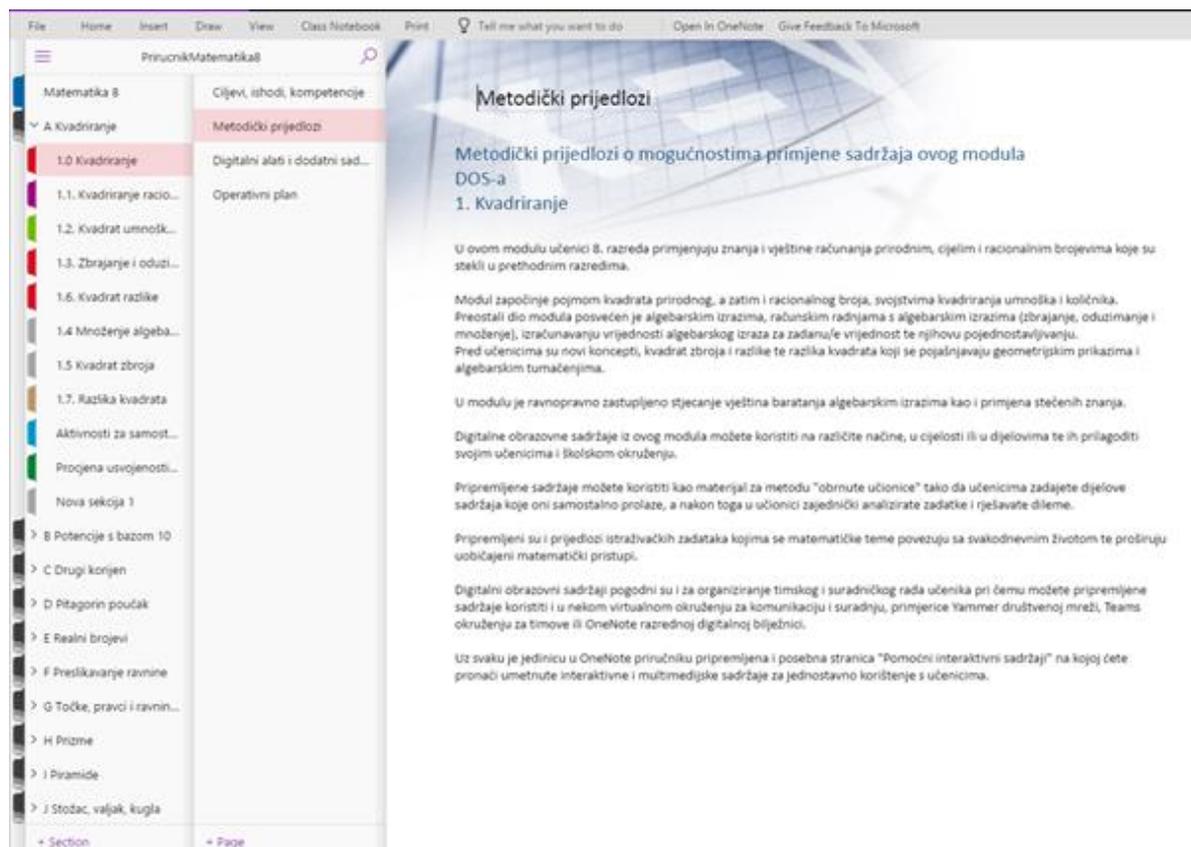
Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula. To je sažetak metodičkih prijedloga za korištenje jedinica ovog modula, odnosno preporuke koje su primjenjive na sve jedinice.

Neki metodički prijedlozi i preporuke identični su u više modula, no ta ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se isti u još nekom drugom modulu.



Digitalni alati i dodatni sadržaji

Informacije na ovoj stranici podijeljene su u tri grupe.

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

- Navedeni su digitalni alati koji su preporučeni u priručniku za korištenje u ovom modulu, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute.
- Većina preporučenih digitalnih alata spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

- Navedene su poveznice na sve sadržaje predložene u jedinicama modula kao pomoć u izvođenju nastave. Tako ih nastavnici mogu naći na jednom mjestu.

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnike

- Ovdje su predloženi izvori na kojima nastavnici sami mogu pronaći i odabrati sadržaje koji im mogu pomoći u izvođenju nastave. To su interaktivni sadržaji (animacije, simulacije...), video materijali, izvori na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te također stručni članci vezani uz područje matematike koje obrađuje modul.
- Veliki broj navedenih izvora spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul

sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

The screenshot shows a digital textbook interface for Mathematics 8. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. Section A, 'Kvadriranje', is expanded to show sub-sections 1.0 through 1.7. The main content area is titled 'Digitalni alati i dodatni sadržaji' and lists several digital tools: DOS Matematika 8, GeoGebra, LearningApps, Polynomials Calculator, Kahoot, and Sway. Each tool is accompanied by a brief description and a link for more information.

Operativni plan

To je popis jedinica unutar modula s predviđenim brojem sati za njihovu obradu.

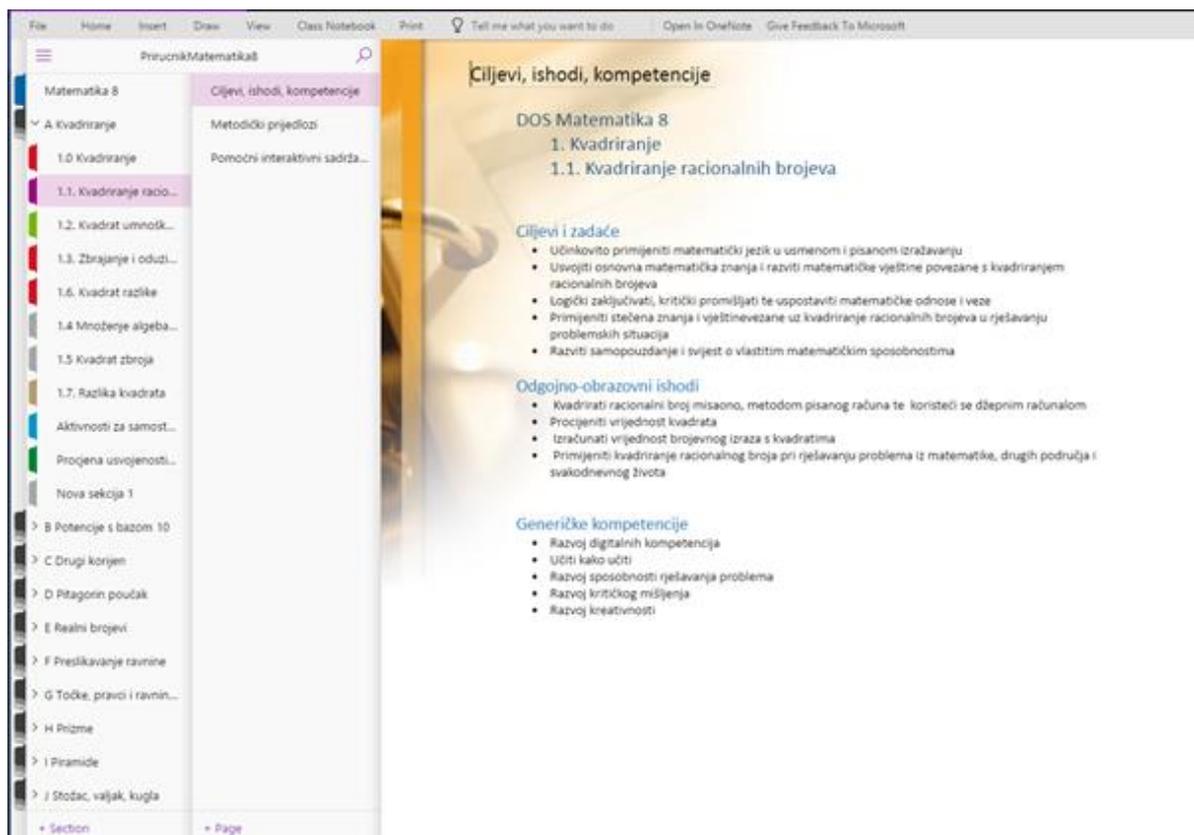
The screenshot shows a OneNote interface with a sidebar on the left containing a table of contents for 'Priručnik Matematika 8'. The main content area displays the 'Operativni plan' for 'DOS Matematika 8', specifically for '1. Kvadriranje'. Below the title is a table with the following data:

Modul	Jedinica DOS-a	Broj sati
1.	Kvadriranje	16 + 1
	1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva	3
	1.2. Kvadriranje umnoška i količnika	2
	1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	2
	1.4. Množenje algebarskih izraza	2
	1.5. Kvadrat zbroja	2
	1.6. Kvadrat razlike	2
	1.7. Razlika kvadrata	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

Sekcije uz svaku jedinicu modula (na ilustracijama to je jedinica *1.1 Kvadriranje racionalnih brojeva*) sadrže sljedeće stranice:

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije za konkretnu jedinicu. Prema njima je izrađen sadržaj jedinice.



Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja konkretne jedinice. Oni nisu pripreme za nastavnici za nastavni sat već prijedlozi nastavniku koje dijelove sadržaja može i na koji način koristiti u nastavi.

Pomoćni interaktivni sadržaji

Ovdje su interaktivni, multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote.

Sekcija “Metodički prijedlozi” podijeljena je na dva dijela:

(a) *Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice*

Započinje s općim uputama vezanim uz različite svrhe primjene jedinice (npr. obrada, ponavljanje ...), odnos prema ostalim jedinicama modula i eventualnu vezu s drugim modulima. Navedena je i preporuka koji se oblici učenja i poučavanja mogu primijeniti pri korištenju sadržaja jedinice.

Slijede prijedlozi primjene sadržaja jedinice:

- Uvod i motivacija
- Razrada sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak.

Ova podjela prati strukturu korištenu u DOS-u i tim redosljedom izdvojeni su dijelovi sadržaja koje je pogodno koristiti u nastavi. Redosljed nije sugestija organizacije nastavnog sata. Cjelovito osmišljavanje i priprema izvođenja nastave prepušteni su nastavniku, kao i izbor mjesta na kojima će uklopiti sadržaje jedinice DOS-a.

- Dodatni prijedlozi

Ovdje su navedeni dodatni prijedlozi koji mogu pomoći nastavniku u ostvarenju odgojno-obrazovnih ishoda predviđenih u jedinici. To su poveznice na digitalne sadržaje, ukazivanje na neka alternativna metodička rješenja i sl.

(b) *Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe*

- Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Svaka jedinica sadrži dijelove koji po složenosti ili sadržaju izlaze izvan okvira programa. Oni su na ovom mjestu u priručniku istaknuti, kao i prijedlozi nastavniku kako organizirati njihovo izvođenje i prezentaciju rezultata. Ponekad su u priručniku navedeni i prijedlozi zadataka/aktivnosti koji se ne nalaze u jedinici.

Aktivnosti za učenike koji žele znati više i za darovite učenike birane su kao projektni zadaci ili dodatne teme za samostalno istraživanje. Mogu se provoditi samostalno ili u manjim skupinama.

- Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje razradili su prijedloge i smjernice nastavnicima za svaku jedinicu.

The screenshot displays a digital textbook interface with a sidebar on the left containing a table of contents for 'Priručnik Matematika 2'. The main content area is titled 'Metodički prijedlozi' and contains the following text:

Metodički prijedlozi

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

1. Kvadriranje

1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cjelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabran koncept površine kvadrata s duljinama stranica koje su prirodni brojevi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kvadrat prirodnog broja

Motivacijski je primjer poslužio za uvođenje pojma **kvadrata prirodnog broja**. Nakon toga je i definiran kvadrat nule. Kvadrat nule može se objasniti kao kvadrat kojemu je stranica duljine nula pa je i površina takva kvadrata jednaka nuli.

U nekoliko uvodnih primjera istaknute su važne činjenice o kvadratu prirodnog broja:

- Kvadrat je prirodnog broja prirodni broj.
- Od dva prirodna broja veći kvadrat ima onaj koji je veći.
- Postupak je kvadriranja broja različit od postupka množenja broja s dva.

Kvadrat racionalnog broja

Interaktivnim predloškom učenik **istražuje** postojanje kvadrata racionalnih brojeva. To čini postupno: prirodni brojevi s nulom, negativni cijeli brojevi, racionalni brojevi decimalnog zapisa, racionalni brojevi zapisa u obliku pravog razlomka.

Važni su naglasci u ovoj djeli na sljedećem:

- zapis kvadrata racionalnog broja - upotreba zagrada za kvadriranje negativnih brojeva i razlomaka
- definicija kvadrata racionalnog broja
- kvadrat racionalnog broja veći ili jednak nuli
- jednakost kvadrata suprotnih racionalnih brojeva.

Važnost zagrada i upotreba zagrada

Istaknuta je i važnost **upotrebe zagrada** te njihov utjecaj na rezultat. Učenik to može provjeriti zadatcima u kojima su zadani razni položaji zagrada u odnosu na kvadriranje. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, a tek potom odgovoriti. Dva su tipa zadataka: točno/netočno i uparivanje.

Dilepno računalo

Kako bi se učenici znali služiti **dilepnim računalom** pri izračunavanju ili provjeri izračuna, ponuđena je 2D animacija koja im to pokazuje. Kvadrirati mogu na dva načina, množenjem broja sa samim sobom ili korištenjem tipke x^2 .

Procjena izmisa kvadrata racionalnog broja

Istraživanjem niza zadanih kvadrata pozitivnih racionalnih brojeva uočeno je ponašanje kvadrata brojeva većih od jednog cijelog i onih između nula i jedan.

Za pozitivne racionalne brojeve veće od jednog cijelog, zadan je problem iz svakodnevice – Teph s dječju sobu.

Jedan je od važnih koraka prihvatanja koncepta kvadrata racionalnog broja sposobnost smislene **procjene kvadrata racionalnog broja**. Procjena je uvedena primjerom **Pinkalidite**. Rješavanjem primjera pokazuje se postupak provođenja misaone ili računске procjene. Procjena, pomoću najbolje ponuđene, učenik može vježbati nizom zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom.

Kvadrat mjesjevitog broja

Poseban je primjer zadan za određivanje **kvadrata mjesjevitog broja** uz određivanje približne vrijednosti.

Istraživanje kvadrata prirodnih brojeva

Kako bi se **otkrio** je li neki prirodni broj kvadrat, treba koristiti postupak rastavljanja na proste faktore.

Dana su dva tipa zadataka: višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i točno/netočno. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek potom odgovoriti.

Važno je, također, snalažljivo ili **misaono određivanje** kvadrata nekih racionalnih brojeva pomicanjem decimalnog zarezka. Za uvježbavanje misaonog računanja nekih racionalnih brojeva, ponuđena su četiri zadatka.

Preračunavanje mjernih jedinica za površinu

Od ključne je važnosti **povezati** kvadriranje racionalnih brojeva te misaono/snalažljivo računanje s preračunavanjem kvadratnih mjernih jedinica. Trima je primjerima uz slikovnu podršku predstavljeno kako preračunavati kvadratne mjerna jedinice:

- o iz veće kvadratne mjerne jedinice u manju
- o iz manje kvadratne mjerne jedinice u veću.

U nivu zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom učenici mogu vježbati preračunavanje.

Redoslijed računskih operacija

Kako je kvadriranje računski radnja trećeg stupnja, potrebno je opisati **redoslijed računskih operacija** u zadatcima u kojima se pojavljuje kvadriranje, množenje/djeljenje i zbrajanje/oduzimanje racionalnih brojeva.

Za uvježbavanje izračuna izraza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva osmišljena je zabavna aplikacija na poveznici **kvadrat broja**. Kad učenik točno rješava zadatke, otvara se sličica. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti.

Osim te aplikacije, zadana su još dva zadatka uparivanja za izračunavanje računskih izraza s kvadratima.

Primjena

Dva primjera, od kojih jedan koristi 2D animaciju za objašnjenje postupka rješavanja, uvode učenika u niz zadataka **primjene naučenog** za rješavanje problemskih situacija iz matematike ili svakodnevice.

Ponuđeni su i posebno označeni zadatci **korrelacije**, koji u sebi sadrže i ishod primjene **postotnog računa**.

Zanimljivost

Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost** vezana za šahovska polja i promjer postolja šahovske figure pještaka. Ta je zanimljivost iskorištena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao **projektni i nagradni** zadatak za učenika.

The image shows two screenshots of a Microsoft OneNote application. The top screenshot displays a lesson plan for 'Priručnik Matematika 8' with sections for 'A Kvadriranje', 'B Potencije s bazom 10', 'C Drugi korijen', 'D Pitagorin poučak', 'E Realni brojevi', 'F Preslikavanje ravnine', 'G Točke, pravci i ravnine', 'H Prizme', and 'I Piramide'. The 'Metodički prijedlozi' section is highlighted. The bottom screenshot shows a detailed view of the 'Metodički prijedlozi' section, which includes a list of links and a detailed lesson plan for students with specific needs.

Zanimljivost
Prije kraja, predstavljena je zanimljivost vezana za lahovske poja i promjer postoja lahovske figure pjesaka. Ta je zanimljivost iskorisćena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao projektni i nagradni zadatak za učenike.

Završetak
U završnom je dijelu dan osvrt na najvažnije ishode koje je učenik trebao ostvariti u ovoj jedinici.

Dodatni prijedlozi

- Motivacijski primjer može biti ideja za školski projekt Matematika u školskom vrtu. Pritom kvadrati ne moraju biti jedan izvan drugog već jedan unutar drugog. Svaki razred može u svom dijelu zasaditi cvijeće, ljekovito bilje, itd.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

Pet načina za izračun kvadrata dvoznamenkastog broja:
<http://mathequation.com/methods-to-square-two-digit-numbers-in-seconds/>

Kako izračunati kvadrate velikih brojeva:
<http://wiredaboutmath.com/2007/11/04/how-to-square-large-numbers-quickly-part-1/>

Metode starih Veda za mentalno računanje kvadrata brojeva:
<http://brilliant.org/discussions/thread/vedic-maths-trick-to-find-squares-of-numbers-2/>

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da učenici koriste konkretne didaktičke materijale, dječno računalo i slično. Neka kvadriraju samo prirodne brojeve i taj kvadrat i prikazuju staganjem konkrata u obliku kvadrata.

Računalna igra:
<https://sites.google.com/site/ymsukovicmatematika/8-razred/8-1-kvadriranje-igra>
<https://www.mathlearningcenter.org/what-apps/goboard/>
<https://www.mathsfun.com/boards/1001.html>

Za učenike s oštećenjem vida preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, lupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad ustrnu valja koristiti (tablica, šilo, štaci ekrana, itd.). U scenarijima valja odabrati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili poprati usmeno ili predločima s kratkom uputom na što učenik valja usmjeriti pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastave jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik govorne tehnologije, istu valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S izborom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u vidu asistenta, preporuča se pomoć asistenta pri uvježavanju zaslona tijekom prolaska nastavnim jedinicama i označavanju količina na brojevnom pravcu.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prva tri zadatka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda. U radu s učenicima valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake i usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Učenici s intelektualnim teškoćama mogli bi dobiti prvi ishod učenja ove jedinice uz korištenje dječjeg računala, te četviti ishod – primjeniti kvadriranje racionalnih brojeva pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Kad god je to moguće, zadatak valja poprati vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arsapac.org/>

Za učenike s poremećajima glasovno-žubno-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranje usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, dijagrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličnu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podcrtavanjem teksta. Valja voditi računa da im se pojednostave sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). U istaknutog definiciji kvadriranja potrebno je maknuti elekt odraz. Dopustiti im korištenje dječjeg računala pri rješavanju zadataka.

Za učenike s poremećajima u ponašanju valja je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastave jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjenjena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Interaktivni sadržaji koji su umetnuti u OneNote navedeni su kao poveznice u popisu "Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS".

File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open in OneNote Give Feedback To Microsoft

PriručnikMatematika8

Matematika 8
A Kvadriranje
1.0 Kvadriranje
1.1. Kvadriranje racio...
1.2. Kvadrat umnoži...
1.3. Zbrajanje i oduzi...
1.6. Kvadrat razlike
1.4 Množenje algeba...
1.5 Kvadrat zbroja
1.7. Razlika kvadrata
Aktivnosti za samost...
Procjena usvojenosti...
Nova sekcija 1
B Potencije s bazom 10
C Drugi korijen
D Pitagorin poučak
E Realni brojevi
F Preslikavanje ravine
G Točke, pravci i ravnin...
H Prizme
I Piramide
J Stožac, valjak, kugla

Čljevci, ishodi, kompetencije
Metodički prijedlozi
Pomoćni interaktivni sadržaji

Tuesday, May 23, 2017 10:35 PM

Pomoćni interaktivni sadržaji

DOS Matematika 8
1. Kvadriranje
1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Geogebra:
Za usjetljavanje izračuna craza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva.

[Kvadrat broja](#)

U kućicu ispred zadatka upišite slovo kvadratića koji sadrži točan odgovor.

A	B	C
10	-20	1
D	E	F
54	20	2
G	H	I
-30	-49	0

odabir zadatka

- $1\frac{1}{4} - 0.5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 0.5^3$
- $\frac{-5}{100} (20)^2$
- $-0.25 + (-1.5)^2$
- $150 \cdot (0.4)^2$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1$
- $10.5^2 - 9.5^2$
- $14.4 \cdot (-1.2)^2$
- $[-(-3.5)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2] \cdot 1.2$
- $\frac{16}{25} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2$

Opisani sadržaji identični su onima koji se nalaze u pdf inačici priručnika, razlika je djelomično u njihovom rasporedu.

Ukoliko vam treba pomoć u snalaženju s OneNoteom možete pročitati i ove kratke upute.



Hrvatski-ONENOTE
2016 WIN QUICK START

Što je DOS?

Što je DOS?

Pojam "digitalni obrazovni sadržaj" (DOS) je naziv za sadržaj namijenjen korištenju u obrazovanju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni u sklopu pilot projekta e-Škole namijenjeni su učenicima za samostalno učenje i samoprocijenu kod kuće i na nastavnom satu. Nastavnik će koristiti DOS zajedno s priručnikom kako bi obogatio svoj način poučavanja i primjenom novih strategija i metoda učeniku omogućio aktivno učenje.

Cilj DOS-a je poticati kod učenika aktivno učenje na inovativan, učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Nastavniku pak DOS omogućava ostvarivanje definiranih odgojno-obrazovnih ishoda uz primjenu razolikih strategija, pristupa i metoda poučavanja.

U DOS-u su korištene sve prednosti digitalnih tehnologija poput interaktivnosti, nelinearnosti, multimedijalnosti, modularnosti i prilagodljivosti.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Struktura DOS-a

Digitalni obrazovni sadržaji iz matematike pokrivaju cjelokupni opseg trenutačno važećeg kurikuluma/nastavnog programa određenog razreda i obuhvaća ukupni godišnji fond školskih sati predviđenih za matematiku.

Svaki DOS je podijeljen na jedinstvene samostalne cjeline – module (po deset u svakom razredu). Moduli koji čine cjeloviti DOS realizirani su kao zasebni paketi sadržaja koje je, osim kao dio cjelovitog DOS-a, moguće koristiti neovisno o drugim modulima istog DOS-a.

Svaki modul se sastoji od nekoliko jedinica, a svaka jedinica obuhvaća sadržaj učenja i poučavanja za čije provođenje je predviđeno jedan do tri školska sata. Jedinice su međusobno povezane i nadovezuju se jedna na drugu. Odabrani redoslijed jedinica je prijedlog autora, no ponekad su moguća i drugačija rješenja.

Jedinice kao dio modula

Svaka jedinica ima sljedeće dijelove:

- uvod i motivaciju: Na početku...
- razradu sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak: ...i na kraju.

Na početku su navedeni odgojno-obrazovni ishodi za tu jedinicu DOS-a.

ŠTO ĆU NAUČITI?

Matematika 1 > Brojevi > 1.1. Skupovi

1.1. Skupovi

Europska unija
Zajedno do boljeg EU

ŠTO ĆU NAUČITI?

- ✓ Definirati osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Provesti osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Rabiti matematički jezik vezan za skupove
- ✓ Riješiti jednostavnije problemske zadatke sa skupovima

Uvod i motivacija

Na početku...

Jedinice započinju motivacijskim primjerom.

Na početku...

Obujam jedne Kuće-kocke u Rotterdamu je 422 m^3 . Kolika je duljina plošne dijagonale?



Kubuswoningen, Rotterdam

Označimo duljinu stranice kocke s a . Obujam kocke je $V = a^3$.

Plošna dijagonala je $d = a\sqrt{2} = \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{2}$.

Možemo li ovaj izraz srediti, svesti na jedan korijen?

Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada sadržaja učenja i poučavanja načinjena je sukladno načelima konstruktivističke nastave matematike u kojem se od učenika očekuje da uočavaju, istražuju, proučavaju, opažaju, povezuju i zaključuju kako bi izgradili vlastito matematičko znanje.

Pri tome se koriste multimedijски elementi:

- ilustracije/fotografije
- 2D i 3D animacije
- video zapisi
- interakcije (elementi koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem).

Primjer 1.

Primjeri sadrže pitanja ili računске zadatke koji su detaljno pojašnjeni i riješeni.



Zadatak 1.

Rješenje

Zadaci su dani u obliku interakcija u kojima učenik dobiva povratnu informaciju o točnosti rješenja ili se rezultat i dijelovi postupka dobivaju pomoću tipke Rješenje.



Praktična vježba

U jedinicama se nalaze opisi praktičnog rada učenika. Često su popraćeni crtežima, animacijama ili video zapisom.



Povezani sadržaji

Korelacije s drugim predmetima posebno su istaknute kao bi učenicima skrenuli pažnju na njih i potaknuli ih da povezuju znanja usvojena u pojedinim predmetima. Možete ih koristiti kao ideju za međupredmetne teme pogodne za učeničke projekte.



Projekt

Projekti i projektni zadaci su ponuđeni kao drugačiji pristup učenju. Kroz njih učenik kroz različite oblike rada uči i primjenjuje naučeno kako bi realizirao i ostvario ciljeve projekta. U radu na projektu i projektnim zadacima moguće je osmisлити zadatke za različite razine učeničkog znanja tako da u njima mogu sudjelovati svi učenici.

U priručniku su navedeni prijedlozi i preporuke kako organizirati rad na projektu i koje upute dati učenicima.



Kutak za znatiželjne

U "Kutku za znatiželjne" nalaze se obogaćeni sadržaji koji su izvan okvira obaveznog programa/kurikuluma. Prvenstveno su namijenjeni darovitim učenicima. Sadržaji se obogaćuju tako da se ishodi iz obaveznog kurikuluma proširuju sadržajima koji se inače rijetko dotiču pa se uči šire ili se postojeći ishodi dopunjavaju složenijima pa se uči dublje. Neki od sadržaja predstavljaju akceleraciju jer se nalaze u obaveznom kurikulumu viših razreda.



Zanimljivost

Ruski se matematičar Nikolai Grigorievich Chebotaryov (1894. – 1947.) bavio algebrom polinoma. Hobi mu je bio faktorizacija izraza $x^n - 1$ za razne vrijednosti cijeloga broja n . Svoja je razmišljanja i rezultate bilježio na papir jer u vrijeme kada je živio, nije bilo računala koja nam danas olakšavaju račun.

Jedinice sadrže niz zanimljivosti. Možete ih koristiti kao motivaciju u bilo kojem dijelu nastavnog sata.

Završetak

...i na kraju

Na kraju svake jedinice nalazi se podsjetnik na najvažnije dijelove jedinice, zadatci za ponavljanje, prijedlozi za daljnje istraživanje, ideje za suradničko učenje, igre ili prijedlozi za projekte.

Matematika 1 > Koordinatni sustav u ravni > 5.5. Primjena koordinatnog sustava

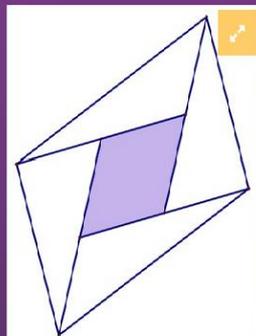
...i na kraju

Riješite ovaj geometrijski zadatak s pomoću analitičke geometrije.

Stranice romba produžite kao na skici za dužinu stranice romba. Spojite dobivene vrhove. Koliko je puta površina dobivenog četverokuta veća od površine romba?

Za početak ćemo zadati vrhove romba $A(2, 1)$, $B(7, 3)$, $C(9, 8)$ i $D(4, 6)$.

Pokušajte popočiti zaključak.



Rješenje

PROCIJENITE SVOJE ZNANJE



Rubrika *Procijenite svoje znanje* nalazi se na kraju odabranih jedinica. Sastoji se od niza konceptualnih pitanja i zadataka za učenje, vježbanje i samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Zadaci su oblikovani na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno;
- višestruki odabir s jednim točnim odgovorom;
- višestruki odabir s više točnih odgovora;
- unos točnog odgovora;
- uparivanje odgovora;
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, markera, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola);
- grupiranje elemenata;
- uređivanje poretka elemenata;
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora;
- umetanje riječi koje nedostaju upisom;
- unos rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Rubrika *Procijenite svoje znanje* namijenjena je učeniku za samostalni rad te mu služi kao alat za samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na razini jedne odnosno nekoliko jedinica. Učenik dobiva povratnu informaciju o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Aktivnosti za samostalno učenje

Matematika 1 > Brojevi > 1. Aktivnosti za samostalno učenje

1. Aktivnosti za samostalno učenje

U posebnoj jedinici *Aktivnosti za samostalno učenje* nalaze se aktivnosti namijenjene učenicima za samostalan rad koje pomažu u učenju i usvajanju odgojno-obrazovnih ishoda modula te aktivnosti koje učenicima nude da dodatno istraže teme vezane uz modul. Sadržavaju nekoliko vrsta zadataka, često s primjerima iz svakodnevnog života, u kojima su stopljena znanja i vještine usvojene u pojedinim jedinicama modula. Zadaci su različite razine složenosti te su neki namijenjeni svim učenicima, a neki učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima.

Jedinicom *Aktivnosti za samostalno učenje* možete se koristiti u cijelosti na nastavnom satu na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog ovim modulom ili u dijelovima koji dopunjavaju pojedine jedinice.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Matematika 1 > Linearna funkcija > Procjena znanja

Procjena znanja

Posebna jedinica *Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda* sadržava zadatke za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula i učenike uputite na nju na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog modulom.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula. Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Pojmovnik

U svim jedinicama DOS-a pojmovi koje se željelo istaknuti pisani su podebljanim slovima.

Najvažniji pojmovi navedeni su i u Pojmovniku. Klik na pojam vodi na početak jedinice u kojoj je definiran.

Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS

Nastava je organizirana, cilju usmjerena odgojno-obrazovna djelatnost. Odnos triju čimbenika nastave: učenika, nastavnika i nastavnih sadržaja opisuje didaktički trokut. Pritom su učenik i nastavnik subjekti nastavnog procesa, a nastavni sadržaji (sadržaji učenja) su predmet nastave. Naglašavanje važnosti pojedinog čimbenika nastave označavaju sintagme kao nastava orijentirana na učenika, nastavnika ili nastavne sadržaje.

DOS kao nastavni sadržaj namijenjen je prvenstveno učeniku s ciljem poticanja aktivnog učenja na učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Stoga je u didaktičkom trokutu učenik - nastavnik - DOS naglašena važnost učenika i međudjelovanje učenika i nastavnog sadržaja (u našem slučaju DOS-a). Uloga nastavnika kao nužnog subjekta nastavnog procesa u ovom trokutu i njegovo međudjelovanje s učenikom i DOS-om još pojačavaju orijentiranost nastave na učenika.

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima, prikladan je za korištenje na nizu različitih platformi od mobilnih uređaja do stolnih računala, uključuje primjenu multimedijских elemenata, omogućava različite pristupe učenju i poučavanju. Mogućnost samoprocjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda i praćenje vlastitog napretka daje učeniku smjernice za daljnje učenje odnosno vraća ga na jedinice DOS-a čiji ishodi nisu u potpunosti usvojeni.

DOS slijedi suvremena nastavna načela:

- poticanje cjelovitog razvoja i dobrobiti učenika;
- povezanost sa životnim iskustvima, očekivanjima i usvojenim znanjima učenika;
- aktivna uloga učenika u učenju;
- izbornost i individualizacija;
- usmjerenost prema suradnji;
- osiguravanje poticajnog i sigurnog okruženja;
- relevantnost za sadašnji život;
- zanimljivost kao osnova pozitivne motivacije;
- poticanje inkluzije i uvažavanje različitosti;
- vertikalna povezanost sa sadržajima koji prethode i koji se nastavljaju te horizontalna povezanost s ostalim predmetima, međupredmetnim temama i modulima;
- odgovarajući omjer širine i dubine znanja i vještina.

Time DOS proširuje okvire didaktičkog trokuta i njegovom implementacijom nastavni proces postaje didaktički mnogokut.

Učenici uče u okruženju koje omogućuje konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te aktivnom i iskustvenom učenju usmjerenom prema pitanjima i istraživanju.

Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a

Današnji učenici, bitno više od prijašnjih generacija, odrastaju okruženi multimedijama, izloženi brzom protoku i dostupnosti informacija. Nove tehnologije sastavni su dio svakodnevnog života i nužno imaju utjecaj i na nastavni proces, kao što je već navedeno u prethodnom poglavlju.

Multimedijским elementima omogućuje se prezentacija obrazovnih sadržaja kombinacijom slike, zvuka i teksta te uključivanje interaktivnih elemenata koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem. Sve to doprinosi privlačenju pozornosti učenika, zainteresiranosti i motivaciji te razumijevanju sadržaja i primjeni stečenih znanja u novim situacijama.

Multimedijски i interaktivni elementi DOS-a

Multimedijски elementi DOS-a uključuju:

- zvučni zapis
- fotografije/ilustracije
- video zapis
- 2D i 3D animacije.

Ovo su elementi niske razine interaktivnosti, pri čemu interaktivnost uključuje pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa.

- Interaktivni elementi srednje razine interaktivnosti uključuju:
- pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom aktivnošću
- obrazac za ispunjavanje
- označavanje odgovora
- unos teksta, formula ili audio zapisa
- povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja (engl. zoom in) i sl.

Nalaze se u standardnim zadacima za učenje, ponavljanje i samoprovjeru odgojno-obrazovnih ishoda kao što su npr. da/ne pitalice, višestruki odgovori, povlačenje na sliku, uparivanje, grupiranje elemenata itd.

- Elementi visoke razine interaktivnosti uključuju:
- didaktične igre
- simulacije s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima
- mogućnost dobivanja povratnih informacija
- 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom, i sl.

Značajna uloga multimedijских elemenata u DOS-u je upravo interaktivnost. Interaktivni elementi omogućuju aktivno sudjelovanje učenika u nastavnom procesu. Kroz manipulaciju određenih elemenata učenici mogu uočavati pravilnosti, postavljati i provjeravati hipoteze te metodom nepotpune indukcije donositi opće zaključke. Interaktivni elementi visoke razine omogućuju uvođenje eksperimenta u nastavu matematike.

Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima

Znanje je oduvijek bilo jedan od osnovnih instrumenata razvoja društvenih zajednica i uspješnih nacionalnih gospodarstava. U suvremenim uvjetima, osobito globalizacijskim, novostvorena znanja kao rezultat istraživanja i inovacije, postaju ne samo temelj već i ključni čimbenik razvoja nekog društva. Za uspješnu tranziciju prema društvu utemeljenom na znanju uz tradicionalan pristup, nužni su novi pristupi obrazovanju i poučavanju.

Sve se više raspravlja o tzv. cjeloživotnom učenju, odnosno o aktivnosti učenja tijekom života, s ciljem unapređivanja znanja, vještina i sposobnosti unutar osobne, građanske, društvene i poslovne perspektive.

Osim formalnog obrazovanja u obrazovnim institucijama poput škola, veleučilišta i fakulteta, sve se veća pozornost pridaje neformalnom obrazovanju putem dodatne edukacije na tečajevima i seminarima te informalnom obrazovanju koje pojedinac stječe vlastitim radom, komunikacijom, čitanjem, razvijanjem vještina, iskustava i znanja.

Uz koncept cjeloživotnog učenja najčešće se vezuju ciljevi ekonomske prirode, primjerice postizanje veće konkurentnosti na tržištu rada. Međutim, cjeloživotno učenje usmjereno je prema osobi i njenim individualnim sposobnostima, poboljšanju njenog ponašanja, raspolaganju informacijama, povećanju znanja, razumijevanju, novim stavovima. Koncept cjeloživotnog učenja, razvijen u šezdesetim godinama prošlog stoljeća, odgovor je na problem neusklađenosti između obrazovanja mladih i odraslih osoba.

Da bi mogli ostvariti koncept cjeloživotnog učenja, do kraja obaveznog obrazovanja treba razviti određene kompetencije koje predstavljaju temelj za daljnje učenje.

Tradicionalni pristupi učenju i poučavanju dugo su bili obilježeni razredno-satnim i predmetno-satnim sustavom te frontalnom nastavom što ne može zadovoljiti zahtjeve koncepta cjeloživotnog učenja.

Nastavni proces treba omogućiti:

- uvođenje novih oblika učenja
- istraživačko i eksperimentalno poučavanje
- ispitivanje i procjenu različito postavljenih ishoda učenja
- doprinos općem sustavu obrazovanja
- doprinos razvoju svakog učenika prema njegovim sposobnostima.

DOS je razvijen na tragu ovih zahtjeva. Suvremena nastavna tehnologija ne negira tradicionalne pristupe nastavi već se na njima temelji i proširuje broj i značaj didaktičkih elemenata nastave sagledavajući ih u novim odnosima (didaktički mnogokut).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja u jedinicama DOS-a prati tradicionalnu metodiku poučavanja matematike.

U uvodu se opaža/uvodi problem pri čemu se u najvećoj mogućoj mjeri koriste primjeri iz svakodnevnog života. Nakon toga se, ovisno o problemu, upotrebljavaju različite znanstvene metode: analiziranje, sintetiziranje, apstrahiranje, induciranje, deduciranje, generaliziranje, specijaliziranje ili upotreba analogija. Da bi se u potpunosti usvojio sadržaj dan je niz primjera i zadataka s rješenjima. Sistematizacija i povezivanje sadržaja te procjena znanja, također su sastavni dio DOS-a. Samoprocjena daje učeniku samostalnost pri učenju, ali zahtjeva i odgovornost te smjernice za daljnje učenje.

Multimedijski elementi doprinose motivaciji, boljem razumijevanju sadržaja i aktivnom sudjelovanju učenika u nastavi.

U DOS-u se nastavnici susreću s digitalnim alatima i raznim digitalnim sadržajima. Radi lakše implementacije digitalnih tehnologija u nastavu matematike u ovaj priručnik je uključen popis digitalnih alata, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute. Navedeni su dodatni materijali i poveznice na sadržaje koji mogu pomoći u izvođenju nastave uz DOS te poveznice na izvore gdje nastavnici sami mogu pronaći i odabrati odgovarajuće sadržaje (animacije, simulacije, video materijale, izvore na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te stručne članke vezane uz područje matematike koje obrađuje modul).

To je pomoć nastavniku u uvođenju novih oblika učenja.

Implementacija digitalnih tehnologija u nastavu matematike dodatno motivira učenike i nastavu čini maštovitom i atraktivnom. Digitalni alati i sadržaji imaju značajnu ulogu u provođenju mjerenja i obradi rezultata, a simulacije zorno predočuju procese koje iz različitih razloga inače nismo u mogućnosti tako jasno vidjeti.

Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS

Motivacija je unutarnja snaga koja pokreće čovjeka na aktivnost i usmjerava ga k ostvarenju određenog cilja.

Motiviranje učenika za nastavu obuhvaća sve što potiče na učenje, usmjerava ga, i potiče osobni interes za određeni predmet ili područje te povećava osobnu razinu postignuća.

Motivacija u nastavi sastavni je dio uvodnog dijela nastavnog sata pri uvođenju i predstavljanju problema, no može biti prisutna u svim stadijima nastavnog sata: pri obradi, vježbanju ili ponavljanju nastavnih sadržaja.

Većina jedinica DOS-a započinje motivacijskim primjerom. Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

U razradi sadržaja naći ćete zanimljivosti koje možete koristiti kao motivacijske elemente u bilo kojem dijelu sata.

Interaktivnost i elementi igre također motiviraju učenike.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svakom modulu DOS-a osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda pojedinog modula. Samoprocjenom i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska.

Na kraju nekih jedinica je nekoliko konceptualnih pitanja i zadataka kojima se ostvaruje svrha ovakvih procjena. Dodatno, u posebnoj jedinici (Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda) možete pronaći više interaktivnih zadataka za provjeru usvojenosti svih odgojno-obrazovnih ishoda cijeloga modula.

Zadaci koji su sastavni dio procjene oblikovani su na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno
- višestruki odabir s više točnih odgovora
- odabir jednog točnog odgovora (uključujući i matematičke simbole i jednostavne formule)
- uparivanje odgovora
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola)
- grupiranje (razvrstavanje) elemenata
- uređivanje poretka elemenata
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora

- umetanje riječi koje nedostaju upisom
- numeričko umetanje (mogućnost zadavanja intervala brojeva u kojem se nalazi rješenje)
- povlačenje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora
- povlačenje rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Prilikom rješavanja zadataka kod kojih se očekuje od učenika upisivanje riječi koja nedostaje, obrazovni sadržaj neće, kao točno, prihvatiti rješenje koje je matematički točno, ako je riječ pogrešno napisana (pravopisna pogreška). Ova opaska nije unesena u obrazovne sadržaje kako se pažnja učenika ne bi skrenula s matematike na pravopis, no u takvim situacijama bit će potrebna pomoć nastavnika.

Suvremene nastavne metode i DOS

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima i različite pristupe učenju i poučavanju.

U školskom okruženju DOS je moguće koristiti za rad u učionici opće namjene. Poželjno je da učionice budu opremljene prijenosnim ili stolnim računalima, interaktivnom pločom ili pametnim ekranom i sl.

Osobitost DOS-a je mogućnost njegova korištenja na raznim uređajima (mobilni telefoni, tableti, prijenosna i stolna računala) te je pogodan i za rad izvan školskog okruženja.

Kroz aktivnosti za učenje, način prezentacije sadržaja i elemente za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda DOS stavlja težište na promicanje suvremenih nastavnih metoda, na strategije i pristupe kao što su rješavanje problema, istraživačka i projektna nastava i suradničko učenje te razvoj kritičkog mišljenja, sposobnosti rješavanje problema i donošenja odluka, metakogniciju, digitalnu pismenost i aktivno građanstvo.

U skladu s prirodom nastave matematike i matematike kao znanstvenog područja, DOS osobito snažan naglasak stavlja na aktivnosti koje potiču iskustveno učenje, projektno učenje i učenje kroz istraživanje. DOS sadrži interaktivne elemente u kojima učenici imaju mogućnost mijenjanja vrijednosti različitih parametara te na temelju rezultata uočavaju pravilnosti, postavljaju i provjeravaju hipoteze, a metodom nepotpune indukcije donose opće zaključke.

Multimedijski i interaktivni elementi omogućuju aktivno i iskustveno učenje usmjereno prema pitanjima, problemima i istraživanjima, konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te razvijanje učenikovih kompetencija za snalaženje u novim situacijama.

Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama

Kao što je na početku priručnika navedeno, metodičko-didaktički prijedlozi za učenike s posebnim obrazovnim potrebama koji uključuju darovite učenike kao i učenike s različitim teškoćama slijede svaku nastavnu jedinicu kao i aktivnosti za samostalno učenje. Inkluzivni pristup u procesu obrazovanja podrazumijeva učenje o različitosti od strane drugih kao i jedan podržavajući i ravnopravni odnos. U nas se već niz godina njeguje inkluzivni pristup u smislu uključenosti učenika s teškoćama u sustav obrazovanja na način da su uvažene njihove individualne potrebe putem uvođenja različitih prilagodbi i osiguravanja podrške.

Učenici s teškoćama su heterogena skupina pa tako zadatak koji je težak jednom učeniku s disleksijom neće biti težak drugome učeniku s istom teškoćom. Kako bi im se osigurala primjerena podrška prilikom obrazovanja, važno je prepoznavati te razumjeti njihova obilježja i poznavati osnovne vrste prilagodbi. Timski rad u okviru kojega surađuju predmetni nastavnici, stručni tim škole, pomoćnici i roditelji bi trebao iznjedrati različite mogućnosti prilagodbe za što učinkovitije usvajanje sadržaja iz matematike i fizike za svakog učenika ponaosob. Metodičko-didaktički prijedlozi koji se odnose na učenike s teškoćama su u početnim modulima i jedinicama napisani na način da obuhvate temeljne smjernice za svu djecu s teškoća te su kroz daljnje jedinice razrađeni specifično u odnosu na sadržaj same jedinice kao i na obilježja određene teškoće.

Primjerice, u matematici za osmi razred, u nastavnoj jedinici 1.2. koja se odnosi na uređene parove nastavnicima je sugerirano da obrate pažnju na jezično složenije zadatke koje valja pojednostaviti i popratiti vizualnim primjerima kako za učenike koji se školuju po prilagođenom programu tako i za učenike s disleksijom i/ili diskalkulijom:

PriručnikMatematika7

imaju stručnu pomoć asistenta, preporučuje se da asistent pomogne pri uvećanju zaslona u obradi nastave jedinice i u označavanju kočica na brojevnom pravcu. Pojedine zadatke valja jošito prilagoditi (ili skratiti i popratiti slikama (grafičkim simbolima: <https://www.arasaas.org/>). Zadatak Seruju gradom može se predstaviti učeniku na sljedeći način:

Lusa i Nikola nastaju se kod (20,4, 8,14), prolaze će do (20,22, 13,27). Razgledat će (29,4, 17,26), (36,62, 22,52), (18,13, 23,2), (23,8, 27,52) te na kraju (19,21, 30,15).

a) U kojem se gradu nalaze Lusa i Nikola?

b) Imenuj ustanovu ispred koje su se našli i park pokraj te ustanove.

c) Na kojem trgu su pojeili sladoled?

d) Na kerti pronađimo i imenujmo znamenitosti koje su posjetili.

e) Ako ih baka želi odvesti na (5,02, 2,07), što bi tamno Lusa i Nikola mogli raditi?

U prijedlozima se nastavnike podsjeća na uporabu funkcionalnosti koje su ugrađene u DOS-ove, a mogu olakšati praćenje nastave učenicima sa specifičnim teškoćama učenja kao i onima koji imaju teškoće vizualne obrade (promjena fonta, boje pozadine, uvećanje zaslona). Nadalje, ostvarene su poveznice između samoga gradiva i obilježja teškoća koje mogu probuditi učenikov interes za nastavne sadržaje, na primjeru iz fizike (sedmi razred, jedinice 1.5 i 1.7):

„Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se povezati masu tijela i mjerne jedinice s interesima učenika koji su često iznimno izraženi ili atipični u svim zadacima u kojima je to moguće. Primjerice, ako učenik voli kuhanje, može ostalim učenicima demonstrirati svoj omiljeni recept kao i mase pojedinih sastojaka.“

„Uvijek je važno uzeti u obzir moguću senzoričku preosjetljivost učenika s poremećajem iz spektra autizma na određene podražaje te u skladu s tim prilagoditi nastavnu jedinicu (miris svijeće s aromom vanilije).“

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće nisu zamišljeni na način da osiguravaju prilagođeni materijal za poučavanje niti svojevrсни „recept“, već nastavnike podsjećaju na prilagodbu načina poučavanja i one segmente nastavne jedinice koje bi trebalo dodatno pojasniti, ponoviti, pojednostaviti, predstaviti na drugačiji način ili na razinu složenosti zadataka od kojih valja odabrati one jednostavnije. U prijedlozima je naglašena važnost uporabe pomagala koja olakšavaju učenje te svih aspekata digitalne tehnologije.

Inkluzivni pristup podrazumijeva uvažavanje različitosti koje je izrazito važno razviti kao vrijednost kod učenika tipičnoga razvoja zbog čega se, uz ostale prijedloge, preporuča provoditi što više vršnjačke suradnje (primjerice u aktivnostima za slobodno učenje).

Modul 5:Eksponecijalna funkcija

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Produblјivanje znanja o potencijama
- Primjenјivanje znanja o funkcijama na eksponecijalnu funkciju
- Prikazivanje eksponecijalne funkcije grafički
- Određivanje svojstava eksponecijalne funkcije
- Modeliranje problemskih situacija primjenom eksponecijalne funkcije
- Upotreblјavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješćivanje važnosti eksponecijalne funkcije kod rješavanje problema iz svakodnevnih situacijama

Odgoјno-obrazovni ishodi

- Računati s potencijama
- Definirati potencije s realnim eksponentom te istražiti potrebu definiranja potencija s realnim eksponentom
- Prikazati eksponecijalnu funkciju grafički
- Povezati algebarski s tabličnim i grafičkim prikazom funkcije
- Odrediti svojstva eksponecijalne funkcije
- Istraživanjem i prikupljanjem podataka modelirati probleme koji se mogu povezati s eksponecijalnom funkcijom
- Istražiti pretpostavke zasnovane na matematici svojstvenim pitanjima (Postoji li?, Ako da, koliko? Kako ćemo ih pronaći? i slično)
- Postaviti probleme, riješiti ih planski i raznolikim pristupima te interpretacijom, uspoređivanjem i vrednovanjem rješenja i postupaka

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Provođenje zamisli i djelovanje
- Suradnja
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Samovrednovanje

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja ovog modula DOS-a

U ovom se modulu učenici susreću s novom vrstom funkcije – eksponencijalnom funkcijom. U prvom su razredu naučili pojam potencije i računati s potencijama. Ta su znanja potrebna za kasnije svladavanje eksponencijalne i logaritamske funkcije, te jednadžbe i nejednadžbe koje uključuju eksponencijalnu i logaritamsku funkciju. Zato je važno da se učenici podsjete pravila za računanje s potencijama i dobro ih usvoje.

Istražujući vrijednosti eksponencijalne funkcije za različite vrijednosti od x mogu se uočiti osnovna svojstva eksponencijalne funkcije. Domena, slika funkcije i monotonost iz grafičkog prikaza su lako uočljive.

Eksponencijalna funkcija ima veliku važnost u raznim problemima iz svakodnevnog života. Mnogi od njih su prikazani algebarski, tablično i grafički s pomoću eksponencijalne funkcije. Pri njihovom rješavanju veliku ulogu može imati suvremena tehnologija. Kako i gdje upotrijebiti tehnologiju za modeliranje te vrste problema – bit će prikazano u ovome modulu.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete upotrijebiti na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima, te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete upotrijebiti kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koji oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dvojbe.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

U sklopu jedinica možete istraživati eksponencijalnu funkciju u različitim disciplinama kao što su fizika, biologija, kemija, ekonomije, tehnika i sl.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskog i suradničkog rada učenika pri čemu pripremljene sadržaje možete upotrijebiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice Yammer društvenoj mreži, Padlet, Teams okruženju za timove, OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici (Office 365) te Google disku.

Uz svaku jedinicu je u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica Pomoćni interaktivni sadržaji na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavnu uporabu s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

U modulu Eksponencijalna funkcija predlažemo da se koristite sljedećim alatima iz [e-laboratorija](#):

GeoGebra

GGB je računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorenog koda, dostupan na [hrvatskom jeziku](#). Više o GGB-u možete pročitati na stranicama [e-laboratorija](#).

[Mala škola GeoGebre](#) nalazi se u bazi materijala autora Damira Belavića.

Svi GeoGebrini interaktivni sadržaji, koji su se koristili u ovome modulu, nalaze se u GeoGebrinu e-udžbeniku Matematika 2 u poglavlju [Eksponencijalna funkcija](#).

Upoznajte se s virtualnim razredom, odnosno [grupama](#) u GeoGebri (upute su na engleskom jeziku), koji možete sastaviti i zadavati zadaću učenicima u internetskom okruženju, ograničiti im vrijeme predaje zadaće te pratiti tijek njihove izrade.

Preporučujemo tekst na hrvatskom jeziku autora Š. Šuljića u [Miš-u br. 87.](#): *Virtualni razredi na sustavu GeoGebra* (GeoGebrine grupe). Tekst je dostupan je i na [GGB-inim stranicama Aleksandre-Marije Vuković](#).

Plickers

Ovo je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Učenici trebaju kartice koje im nastavnici mogu isprintati, a nastavnik računalo, pametni telefon, projektor i internetsku vezu. Učenici odgovaraju, a odgovor se bilježi. Aplikacija radi i odlične statistike koje su vidljive za razdoblje koje korisnik odabere.

Upute za uporabu možete pronaći na: [Plickers - A Step by Step Tutorial](#).

Plickers predlažemo za kratke provjere na početku i na kraju sata, za provjeru usvojenosti novih pojmova i podsjećanje na nove pojmove. Za pitanja se mogu koristiti i pitanja iz jedinica.

Više pročitajte na poveznici [e-laboratorij](#).

Kahoot

Ovo je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo ju za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah nakon završetka kviza. Kahoot je

besplatan za uporabu. Sadržava veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i koristiti se njima, preraditi ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.

Više o Kahootu pročitajte na poveznici [e-laboratorij](#) ili pogledajte videoupute.

Socrative

Ovo je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo ju za ponavljanje gradiva. Vrlo je sličan spomenutom kvizu Kahoot. Jednostavan je za uporabu te učenicima može poslužiti za izradu vlastitih kvizova. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu. Više o Socrativeu pročitajte na poveznici [e-laboratorij](#) ili pogledajte videoupute. [Socrative Tutorial 2015 NEW](#)

Padlet

Padlet je mrežni alat namijenjen suradnji. Alat se koristi kao “prazan papir”, tj. *online* zid na kojem možete dodavati svoje ideje, recenzije, obavijesti, informacije, učitavati slike i dokumente, a možete i drugim sudionicima omogućiti sve navedeno. Odlikuje ga jednostavnost uporabe, dostupnost na različitim uređajima, prilagođenost potrebama korisnika i raznovrsna namjena. U ovom ga modulu možete iskoristi za ponavljanje pojmova, upisivanje primjera i rješavanje zadanih zadataka. Može ga koristiti svaki učenik za sebe (ako ima računalo ili tablet), a ako nemate dovoljan broj računala, učenici se mogu podijeliti u skupine i zajednički popunjavati zadani padlet na dostupnim računalima. Više o radu s Padletom možete pročitati u [e-laboratoriju](#). Pogledajte kratke upute u programu Slideshare. [Primjena alata Padlet u obrazovanju](#)

Coggle

Coggle je digitalni alat namijenjen izradi umnih mapa. Prednost Coggle alata je jednostavnost i minimalizam. Coggle alatom možete brzo, jednostavno i pregledno izraditi željenu umnu mapu. U ovom ga modulu možete upotrijebiti za ponavljanje pojmova i formula po jedinicama ili na kraju za cijeli modul. O načinu uporabe možete pročitati u [e-laboratoriju](#) ili pogledajte video. [Coggle Introduction](#)

Popplet

[Popplet](#) je jednostavan digitalni alat za vizualizaciju i organizaciju ideja ili informacija u obliku umne mape pri čemu je važna suradnja. Za razliku od Cogglea ovdje možete zajedno s učenicima izraditi umnu mapu, odnosno podijeliti sadržaje koje su naučili kao ponavljanje gradiva na kraju ili na početku sata. Uputu o načinu rada imate i na sljedećem videu. [How to Make a Popplet, a Mind Mapping Tool](#)

Google disk

Google disk besplatan je društveni programski Web 2.0 alat. Omogućuje sljedeće funkcionalnosti: jednostavno stvaranje novih dokumenata na mreži, dodavanje postojećih

dokumenata, organizaciju u datoteke, dijeljenje dokumenata i istodobni rad više korisnika na jednom dokumentu u stvarnom vremenu. Prednost je Google diska što su dokumenti dostupni u bilo koje vrijeme i s bilo kojeg računala spojenog na internet. Ovdje predlažemo da se koristite Googleovom Prezentacijom za ponavljanje gradiva koju može više učenika istodobno pripremati, koristiti se njome te predstaviti u internetskom okruženju. Više o uporabi možete pročitati u [e-laboratoriju](#) ili pogledajte video. [Google disk](#).

Office 365

[Office 365](#) je sustav koji je najkorištenije *desktop* alate za izradu sadržaja (Word, Excel, PowerPoint) preselio u oblak, čime je omogućio pristup svim dokumentima u bilo koje vrijeme i s bilo kojeg uređaja spojenog na internet. Office 365 omogućuje jednostavno stvaranje novih dokumenata u oblaku, dodavanje i organizaciju postojećih datoteka, dijeljenje dokumenata te komunikaciju i suradnju s drugim korisnicima. Osim spomenutih i već dobro poznatih alata "klasičnog" Microsoft Office paketa, sustav je obogaćen i mnogim različitim alatima koji omogućuju veću produktivnost kako u poslovnim okruženjima, tako i u nastavnom procesu. Svim učenicima, učiteljima i nastavnicima osnovnih i srednjih škola omogućen je besplatan pristup sustavu Office 365, korištenjem svojeg elektroničkog identiteta u sustavu AAI@EduHr. Više o ovom alatu pročitajte u [e-laboratoriju](#) ili pogledajte video. [Saving teachers time with Office 365](#)

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

Scenariji poučavanja

Pri realizaciji modula *Eksponencijalna funkcija* mogu vam pomoći [scenariji poučavanja](#) razvijeni u projektu "e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot projekt)":

- [Pametno sa svojim novcem](#)
- [Otkriće eksponencijalnog](#)
- [Problemski zadatci bez problema.](#)

Možda bi vas zanimalo i ove teme:

- Komplet videoa Tonija Miluna

[Eksponencijalna funkcija \(2S2P\)](#)

[Graf eksponencijalne funkcije \(2S2P\)](#)

- Uvod u eksponencijalnu funkciju na internetu [Khan Academy](#).
- O eksponencionalnoj funkciji na engleskom jeziku možete pročitati na [Math Is Fun](#).

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

Pojam obrnute učionice na [CARNETOVIM mrežnim stranicama](#).

Dodatne sadržaje možete pronaći na GO-LAB platformi. GO-LAB je virtualni laboratorij pogodan za istraživanje. Sadržava mnogobrojne matematičke sadržaje. Što je GO-LAB pročitajte na [e - laboratorij](#).

[Dio udžbenika za 2. razred](#) koji govori o eksponencijalnoj funkciji.

Operativni plan

	Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
5.	Eksponencijalna funkcija		6 + 1
		5.1. Eksponencijalna funkcija	2
		5.2. Graf i svojstva eksponencijalne funkcije	2
		5.3. Modeliranje eksponencijalnom funkcijom	2
		Aktivnosti za samostalno učenje	1
		Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

5.1. Eksponecijalna funkcija



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Proširivanje znanja o potencijama
- Definiranje eksponencijalne funkcije
- Primjenjivanje matematičkog jezika u usmenome i pisanome izražavanju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Objasniti vrijednost potencije s iracionalnim eksponentom s pomoću približnih vrijednosti potencija s racionalnim eksponentima
- Primijeniti pravila za računanje s potencijama
- Izračunati vrijednost potencije s racionalnim eksponentom
- Primijeniti digitalne alate za računanje potencija

Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički ili projektni rad učenika. Isto tako se može iskoristiti kao materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

U uvodu je prikazan primjer linearnoga i eksponencijalnog problema. Uočena je potreba za upotrebom potencija i funkcije koja uključuje potencije.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ponavljanje – potencije i računanje s potencijama

Ponovljeno je znanje vezano za potencije. Potencije na skupu prirodnih brojeva definirane su kao uzastopno množenje istog faktora. Zatim je prošireno na eksponente koji su cijeli brojevi i na racionalne eksponente. Sva ta proširenja popraćena su nizom GeoGebračnih vježbalica koje mogu poslužiti za dobro uvježbavanje određivanja vrijednosti potencija. S pomoću interaktivnih kvizova ponovljena su pravila za računanje s potencijama koje imaju jednake eksponente i potencija jednakih baza. I ovdje su dane vježbalice izrađene u GeoGebri kojima se svako pravilo pojedinačno može uvježbati. Na kraju ovog dijela je kviz koji obuhvaća sva znanja vezana za potencije. Kviz može poslužiti kao test može li učenik prijeći na izučavanje eksponencijalnih funkcija. Ako učenik nije bio uspješan u rješavanju zadataka u kvizu, preporučujemo da još jedanput ponovi sadržaje vezane za potencije i ponovno vježba te sadržaje koristeći se vježbalicama u GeoGebri. Ponoviti se mogu i sadržaji DOS-a Matematika 1, modul Potencije te modul Korijeni i potencije.

Definiranje eksponencijalne funkcije

Proširivanjem eksponenata sa skupa prirodnih brojeva na cijele pa racionalne došlo se do ideje da se definira potencija s realnim eksponentom. Budući da je za to potrebno znanje koje nadilazi srednjoškolsku matematiku, objašnjeno je da se može odrediti vrijednost potencije s realnim eksponentima, ali da je kod nekih eksponenata to približna vrijednost. Tim proširenjem eksponenata na skup realnih brojeva stvorile su se predispozicije za definiciju eksponencijalne funkcije. Za učenike koji žele znati više preporučujemo istraživanje što se događa kad je baza negativna ili jedan, kako se ponaša eksponencijalna funkcija za baze veće od jedan, a kako za baze manje od jedan, kako dobiti točnije aproksimacije vrijednosti potencija i slično. Učenicima u tu svrhu mogu pomoći razni izvori na mrežnim stranicama. Neke od njih možete pronaći i kao poveznice u [OneNote metodičkom priručniku](#).

Eksponecijalna funkcija – zadatci

Da bi uspješno svladali ovu jedinicu preporučujemo da učenici riješe nekoliko zadataka s prepoznavanjem eksponecijalne funkcije te s određivanjem vrijednosti eksponecijalne funkcije u određenim točkama.

Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a ponovljen je pojam eksponecijalne funkcije i istaknuta je razlika između polinoma (osobito kvadratne funkcije) i eksponecijalne funkcije.

Dodatni prijedlozi

U ovoj su jedinici ponuđeni i neki projekti i zadatci za samostalno istraživanje. Prikazano je kako odrediti zbroj uzastopnih potencija broja. Za dodatne upute o toj temi može poslužiti mrežna stranica [Mike`s Toolbox](#).

Za uvježbavanje računanja s potencijama dan je niz vježbalica izrađenih u GeoGebri. One su se pojavile i u DOS-u Matematika 1 u obradi potencija i korijena, a nalaze se i u OneNote metodičkom priručniku iz Matematike 1.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima koji žele znati više preporučuje se istražiti pojam geometrijskog niza i reda. U tu svrhu može poslužiti [Wikipedia](#) i razni udžbenici za četvrti razred srednje škole.

Također je dana ideja da se istraži vrijednost potencije 0^0 .

[The Math Forum](#) daje zanimljivu raspravu o tome zašto nije 0 te zašto nije 1.

Pri uvođenju broja e učenike može zanimati zašto i kako se došlo upravo do tog broja.

Odgovori se mogu potražiti na Internetu. Na ovu temu bi bilo zanimljivo napraviti prezentaciju ili plakat o zanimljivostima vezanim uz taj broj. Zanimljivo je pogledati kako je obilježen [Dan broja e u SŠ Novska](#) 27.02.2017. Obilježite ga i vi.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da su oni heterogena skupinu i da odabir prilagodbi treba temeljiti na individualnim obilježjima učenika.

Za učenike s teškoćama preporučujemo upotrebu džepnog računala za određivanje vrijednosti potencija. Postupak računanja potencija i korijena dan je u dokumentu autorice Antonije Horvatek, [Korijeni i potencije na kalkulatorima](#).

Učenicima s teškoćama treba pomoći da se prisjete potencija, računanja s potencijama, pravila za računanje s potencijama jednakih baza (pripremiti materijale; definicije i formule). Pojedine ključne pojmove treba vizualno istaknuti (npr. eksponencijalni, linearni, eksponencijalna funkcija, eksponent, baza). Ilustracija na kojoj je prikazana potencija je dobar primjer označavanja i prikazivanja matematičkih pojmova. Na isti se način preporučuje prikazati određivanje potencija s negativnim eksponentom.

Uvježbanje određivanja vrijednosti potencije može biti zahtjevno za učenike s diskalkulijom (tablica uparivanja izraza s vrijednosti). Savjetuje se odabrati nekoliko jednostavnijih zadataka (s manjim brojem razlomaka) i ne inzistirati na rješavanju tablice u ponuđenom obliku.

Videozapis se može zaustaviti ili pokrenuti više puta, ovisno o obilježjima učenika koji primjer gledaju. U zadacima s pomoću kojih se uvježbava množenje i dijeljenje potencija preporučuje se podsjetiti učenike koji se otežano snalaze s matematičkim radnjama da računaju na papiru jer će na taj način smanjiti mogućnost pogreške.

Kako bi se učenici s teškoćama motivirali za područje znanstvenog zapisa realnog broja, savjetuje se svojevrsna digresija na način da učenik s poremećajem iz spektra autizma (koji barata mnogobrojnim činjenicama) prikaže primjere jako velikih ili jako malih pozitivnih brojeva. Ti se primjeri nakon toga mogu prikazati u obliku znanstvenog zapisa broja.

Učenicima koji imaju teškoće jezičnoga razumijevanja potrebno je dodatno objasniti pojmove kao što su racionalni eksponent ili transcendentan.

Preporučuje se sve formule postaviti na vidljivo mjesto kako bi bile dostupne učenicima s teškoćama.

Izračun vrijednosti potencije s racionalnim eksponentom može biti zahtjevan za učenike s teškoćama pa se preporučuje odabrati jednostavnije zadatke (preskočiti najsloženije zadatke).

5.2. Graf i svojstva eksponencijalne funkcije



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Proširivanje znanja o funkcijama
- Savladavanje postupka crtanja eksponencijalne funkcije
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje svojstava eksponencijalne funkcije

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prikazati eksponencijalnu funkciju tablično i grafički
- Definirati osnovna svojstva eksponencijalne funkcije
- Primijeniti osnovna svojstva eksponencijalne funkcije

Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Samovrednovanje
- Rješavanje problema
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički ili projektni rad učenika. Isto tako se može iskoristiti kao materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

U uvodu se prisjećamo pojma funkcije: učenicima je radi boljeg razumijevanja ponuđena animacija. Funkcija djeluje "kao neki stroj" gdje ubaciš jedan podatak, a izađe neki drugi uz zadano pravilo.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ponavljanje funkcija

S učenicima ponovite pojam i definiciju funkcije. Najbolje je to učiniti na primjerima poznatih funkcija (linearna, kvadratna i konstantna funkcija). Potrebno je učenicima istaknuti razliku između potencije i eksponencijalne funkcije (varijabla u bazi, odnosno u eksponentu).

Crtanje eksponencijalne funkcije

Graf se uvodi tablično, kao i kvadratna funkcija. S ponuđenim interaktivnim vježbama u GeoGebri učenici mogu predočiti svaku promjenu baze, koordinata točaka, to jest vidjeti što se događa s grafom. U [OneNote metodičkom priručniku](#) možete pronaći GeoGebre ponuđene učenicima za vježbanje. Definicija eksponencijalne funkcije na skupu realnih brojeva uvodi se intuitivno s pomoću točaka grafa. Učenici grafički mogu predočiti da se praznine na grafu popunjavaju (racionalnim) iracionalnim brojevima i čine neprekinutu krivulju. Isto tako u interakciji promjene baze vide besmisao negativne baze. Za dodatno razumijevanje crtanja eksponencijalne funkcije učenike možete uputiti i u videa autora Tonija Miluna, koja možete pronaći u [OneNote metodičkom priručniku](#).

Svojstva eksponencijalne funkcije

Za razumijevanje svojstava eksponencijalne funkcije najbolje je iskoristiti ponuđene GeoGebre i istraživati prema danim uputama. Preporučujemo da zajedno s učenicima, koristeći se GeoGebrom, utvrdite koja svojstva ima eksponencijalna funkcija. GeoGeobra s dvjema eksponencijalnim funkcijama se radi lakše usporedbe i uočavanja svojstava u odnosu prema različitim bazama nalazi i u [OneNote metodičkom priručniku](#).

Primjena u zadatcima

Učenicima je ponuđen prazan koordinatni sustav u GeoGebri. Mogu sami istraživati i koristiti se mogućnostima dinamičnog programa za određivanje aproksimacije eksponencijalnom funkcijom na temelju poznatih podataka (točaka). Upute su dane u primjeru 2. Ako postoje barem dvije točke (podatci vezani za neki problem koji se može definirati eksponencijalnom funkcijom), naredbom *PrilagodbaRasta(<lista točaka>)* GeoGebra ponudi eksponencijalnu funkciju koja najbolje približno utvrđuje upisane podatke. Ako se za prikaz problema koristi eksponencijalna funkcija baze e , postoji druga naredba *PrilagodbaEksponencijalna(<lista točaka>)*. Savjetujemo da ih isprobate s učenicima. Nakon obrade logaritamske funkcije i eksponencijalnih jednadžbi mogu se isti zadatci riješiti analitički i usporediti s funkcijom dobivenom s pomoću GeoGebre. Predložak za crtanje eksponencijalne funkcije nalazi se u [OneNote metodičkom priručniku](#). Ponuđeno je i nekoliko zadataka za provjeru svojstava eksponencijalne funkcije.

Korelacija

Eksponencijalnom funkcijom opisan je rast kamata u složenom kamatnom računu. Predlažemo da učenicima zadate neka za sat pripreme priču o kamatnom računu; razlici između [jednostavnoga](#) i [složenog](#) kamatnog računa (kod prvog je obračun kamata linearan, a kod drugog eksponencijalan), [kamatama, obračunu i vrstama kamata, uvjetima](#) i isplativosti uzimanja kredita i slično. U [OneNote metodičkom priručniku](#) potražite videa autora Tonija Miluna vezana za kamate. To bi ujedno mogao biti uvod u jedinicu *Modeliranje eksponencijalnom funkcijom*.

Završetak

Na kraju je napravljena poveznica s ekonomijom, odnosno složeni kamatni račun i najava primjene eksponencijalne funkcije u sljedećoj jedinici.

Dodatni prijedlozi

Predlažemo uporabu GeoGebre kao interaktivnog alata za rješavanje zadataka s eksponencijalnom funkcijom te zadavanje domaće zadaće u GGB-inoj virtualnoj razrednoj skupini, o čemu možete više doznati u [OneNote metodičkom priručniku](#). Autor Šime Šuljić napravio je usporedbu naredbi prilagodbe (linearne, kvadratne i eksponencijalne). Uradak potražite u [OneNote metodičkom priručniku](#). Raspravite s učenicima koja je funkcija najbliža podacima s kojima raspolazete. Mijenjate podatke i zaključite kada je najbolje koju funkciju upotrijebiti.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima koji žele znati više ponuđeni su dodatni sadržaji crtanja eksponencijalne funkcije s pomakom po koordinatnim osima, po analogiji s kvadratnom i funkcijom apsolutne vrijednosti. Napravite dokaz injektivnosti eksponencijalne funkcije koji direktno slijedi iz svojstva monotonosti funkcije. Iskoristite bolje učenike da naprave usporedbu simetričnih funkcija s obzirom na koordinatne osi, tj. funkcija $f(x)$, $f(-x)$ te $-f(x)$.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s teškoćama treba pomoći da se prisjete pojma funkcije i polinoma. Učenicima s motoričkim teškoćama preporučuje se davati zadatke prepoznavanja različitih vrsta polinoma ili dopunjavanja tvrdnji, a izbjegavati zadatke crtanja.

Nastavna jedinica obiluje složenim tekstovima zbog čega je učenicima sa specifičnim teškoćama učenja važno objasniti sve upute (za izvođenje zadataka), ali i pojednostavniti sve jezično složenije dijelove. Matematički pojmovi su dugački, pojedinih se učenici možda neće sjetiti zbog čega je važno ne inzistirati na prolaženju cijelog teksta nego odabrati ključne dijelove koji su važni za osiguravanje ishoda učenja.

Učenike s teškoćama potrebno je motivirati da aktivno sudjeluju u raspravi o razumijevanju kamatnog računa (zašto je važan za svakodnevni život...). Svaka jasna poveznica sa svakodnevnim životom motivira i objašnjava složeno matematičko gradivo.

5.3. Modeliranje eksponencijalnom funkcijom



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvajanje postupka kreiranja eksponencijalne funkcije uz zadane uvjete
- Spoznavanje eksponencijalne veze između dviju pojava i kreiranje grafičkog prikaza
- Primjenjivanje matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju pri opisu grafa eksponencijalne funkcije
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za grafičko interpretiranje podataka

Odgojno-obrazovni ishodi

- Kreirati eksponencijalnu funkciju koja opisuje određeni problem
- Grafički prikazati eksponencijalnu vezu između dviju pojava
- Interpretirati podatke prikazane grafički

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Istraživanje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Samovrednovanje

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički, projektni rad učenika te kao radni materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

Kao motivacijski primjer dana je priča o raspravi Arhimeda i kralja Gelona o količini pijeska na plažama Sirakuze, te o beskonačnosti ili konačnosti i načinu zapisa velikih brojeva.

U nastavku je jedna od najpoznatijih priča vezana za potencije i eksponencijalnu funkciju, te ljudsku domišljatost.

Za uvod možete upotrijebiti jednu ili drugu priču ili obje. Možete ih prije dati učenicima koji ih mogu prezentirati razredu na svoj način i onako kako su to oni shvatili.

Ako su vješti u radu na računalu, mogu sve to napraviti u Excelu i pokazati razredu kako se tim programom mogu i ubuduće služiti.

Za kraj treba navesti različita područja u kojima se eksponencijalna funkcija koristi i istaknuti njezinu veliku važnost i prirodnu povezanost.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Određivanje eksponencijalne funkcije s pomoću točaka s grafa

Znamo da je funkcija eksponencijalna ili slutimo da jest. Kako da s pomoću nekoliko točaka dođemo do funkcije kojom možemo modelirati neke druge situacije i napraviti predviđanje. Napravite s učenicima primjer 1. u kojem je taj postupak proveden. Graf nacrtajmo s pomoću IT-ja ili tablice. Izračunajte sada vrijednost funkcije za proizvoljni argument. Je li točka na grafu?

Na različitim grafovima vježbajmo očitavanje vrijednosti funkcije za zadani argument i obrnuto.

Možemo li iz grafa pronaći funkciju? Očitajmo dvije točke (pazimo da budu točno očitane) i ponovimo postupak iz primjera 1.

Na kraju s pomoću nekoliko interaktivnih pitanja provjerite usvojenost ovog dijela gradiva. Učenici se mogu služiti tabletima ili mobilnim telefonima ili vježbajte zajedno putem projektora.

Modeliranje realnih problema eksponencijalnom funkcijom

Kako bismo mogli modelirati realne probleme, moramo znati kada primijeniti linearni model, a kada eksponencijalni model. Na dvama primjerima pokažite učenicima kako će prepoznati razliku.

U nastavku zadajte tablicu s podacima o broju korisnika interneta. Zajednički prvo provjerite koji će se model koristiti. Prikažite podatke grafički. Pronađimo funkciju s pomoću dviju točaka (po skupinama), odaberite različite točke i usporedite ih s funkcijom koju ste dobili s pomoću GeoGebre. Neka učenici pronađu podatke na internetu i usporede ih s dobivenima.

Zajedno smislite novi primjer ili iskoristite pripremljeni zadatak. Na dvama ponuđenim načinima pronađite funkciju. Koja je točnija? Ispitajte zajedno. Jedna skupina može raditi na jedan način, a druga na drugi, pa usporediti rezultate.

Problem populacije, Newtonov zakon hlađenja

Predstavite učenicima Malthusov model populacije. S pomoću tog modela riješite nekoliko primjera. Potaknite učenike na istraživanja i traženje problema koje možete modelirati. Možete istaknuti razmnožavanje bakterija, Newtonov zakon hlađenja. Kao izazov riješite forenzički zadatak. Možete složiti više sličnih zadataka i skupni rad. Također možete učenicima dati da sami smisle zadatke jedni drugima. Neka se koriste Marinovom aplikacijom ili naprave vlastitu s pomoću koje će moći pronaći konstantu.

Završetak

Za kraj pogledajte animaciju u 3D-u. Razradite ju. Kako izmjeriti debljinu lista papira iz bilježnice? (Naputak: izmjerite debljinu bilježnice i podijelite ju s brojem listova.) Sada podatke iz animacije računajte za list iz bilježnice.

Dodatni prijedlozi

Za dodatni rad možete upotrijebiti sljedeće sadržaje na hrvatskom:

- [Matematika podržana računalom](#)
- [Vježbe](#)
- [Zadatci s modeliranjem.](#)

Sadržaj na engleskom jeziku je:

- [Khan academy](#) modeliranje s eksponencijalnom funkcijom.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

S darovitim učenicima možete istražiti kako je Arhimed dokazao koliko je zrnaca pijeska potrebno da ispuni svemir sa sadržajima na poveznicama:

- [Arhimedov matematički doprinos-diplomski rad M. Djumic](#)
- [Arhimedova knjiga - Brojač pijeska.](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama predlažemo da upotrijebite GeoGebrine interakcije – uz korištenje mogućnosti povećanja i podebljanja crta, te dodatno isticanje za slabovidne učenike.

Za učenike s manjkom pozornosti može se izraditi mini MEMO kojim se učenik može koristiti tijekom rada. Učenici mogu izraditi plakat s osnovnim svojstvima eksponencijalne funkcije.

Uvodni videozapis potrebno je najaviti tako da se ukratko opiše sadržaj. Također je potrebno najaviti animiranu priču o podrijetlu šaha (posebno učenicima s poremećajem iz spektra autizma) te zaustaviti i ponovno pokrenuti video kako bi se brzina prikazivanja prilagodila učenicima s teškoćama.

Učenicima koji imaju teškoća s matematičkim jezikom valja priču graditi na zadacima koji su povezani sa svakodnevnim životom (npr. čaj koji se hladi, brojač posjeta na mrežnoj stranici, hlađenje kave). Ako u razredu postoji učenik koji trenira košarku, preporučuje se povezati njegova iskustva sa zadatkom o plaćama košarkaša (konkretnost i povezivanje s primjerima zornije predočavaju sadržaje).

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Spoznavanje osnovnih matematičkih znanja o eksponencijalnoj funkciji
- Povezivanje grafa i svojstava eksponencijalne funkcije
- Modeliranje problemskih situacija primjenom eksponencijalne funkcije
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti eksponencijalne funkcije u rješavanju svakodnevnih problema
- Istražiti i proširiti stečena znanja o eksponencijalnoj funkciji

Odgojno-obrazovni ishodi

- Računati s potencijama
- Pokazati eksponencijalnu funkciju grafički
- Povezati algebarski prikaz s tabličnim i grafičkim prikazom
- Odrediti svojstva eksponencijalne funkcije
- Modelirati probleme s pomoću eksponencijalne funkcije

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Provođenje zamisli i djelovanje
- Istraživačke vještine
- Interakcija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj sati: najmanje 1 sat

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadatci i primjeri koji omogućuju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijских sadržaja koji omogućuju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Uvod

U uvodnom je dijelu učenicima predstavljen problem biranja vrste isplate plaće. Može se predstaviti i sličan problem pri biranju načina štednje ili ulaganja – potaknite ih da istraže. U nastavku je malo ponavljanje i sistematizacija koja će pomoći lakšoj izradi samostalnih projekata predloženih u nastavku.

Projekti

Učenicima se predlaže izrada dvaju samostalnih projekata:

- Prirast broja stanovništva
- Newtonov zakon hlađenja.

Predložene upute možete proširiti li zadati svoje upute. Poželjno je da učenici rade u skupinama ili parovima kako bi se naučili surađivati i dijeliti poslove. Mora biti jasno da svako od njih treba napraviti jedan dio projekta i u izlaganju se to treba vidjeti.

Drugi je projekt moguće provesti i u razredu. Ono što je drukčije u ovom projektu, a u matematici je rijetko, to je mjerenje, ispitivanje gdje su svi učenici angažirani i svi nešto rade. Jedan dio učenika može mjeriti i zapisivati, drugi računa, treći ucrtava u GeoGebru i traži k. Uče raditi u skupini, surađivati i ubrzati radni proces.

Svakako su dobrodošle dodatne ideje.

Logistička funkcija

Za učenike koji hoće više ovdje je logistički model koji opisuje populaciju u realnijim uvjetima od Malthusova modela. Model možete upotrijebiti za ispitivanje epidemija. Predložena je epidemija svinjske gripe, ali učenici za istraživanje mogu izabrati i neku drugu koja im je zanimljiva.

Albert Allen Barlett

Čovjek koji je jako cijenio i proučavao eksponencijalnu funkciju. Neka učenici napišu seminar o njemu uz niz filmova s njegovim predavanjima dostupnima u [OneNote Priručniku](#). Raspravite o njegovoj izjavi i primjerima.

Završni dio

U završnom dijelu je zanimljivo pravilo 72 koje se koristi u ekonomiji, a povezano je s eksponencijalnim rastom. Ispitajte kako i koliko. Riješite problem malog jezera i ljljana.

Prijedloga je puno, trebate izabrati s učenicima i svaka skupina treba napraviti svoj projekt koji će izložiti.

Dodatni prijedlozi

Za dodatno uvježbavanje i razumijevanje sadržaja ovog modula predlažemo:

- [Populacijski modeli](#)
- [Problem vodenih ljljlana.](#)

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime ujedno od vršnjaka dobivaju povratnu informaciju o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Izmjenjuju se "obični", interaktivni te kontekstualni zadatci tako da se promjenom dinamike dulje zadržava učenikova pozornost na sadržajima, čime se potiču i ustrajnost i samostalnost u radu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Uputite učenike na zadatke s natjecanja dostupne na stranicama profesorice [Antonije Horvatek](#).

Za one koji žele više o [logističkoj funkciji](#) tu je materijal profesora Šime Šuljića.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama predlažemo da se učenici svakako uključe u skupine za izradu projekata te da se zadaju zadaće koje učenici mogu riješiti.

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala i/ili sadržaja. Prilagodbe valja odabirati na temelju specifičnih obilježja učenika s teškoćama u razvoju ili specifičnih teškoća učenja.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- ponoviti ili pojednostavniti upute
- jezično prilagoditi složenije zadatke
- koristiti se vizualnom podrškom: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisak, izrađivati plakate/scheme
- razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- povećati razmak između redova
- formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto

- omogućiti uporabu džepnog računala
- voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta s obzirom na specifičnosti učenika
- omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- uporaba različitih alata koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s teškoćama rabi asistivnu tehnologiju, potrebno ju je uvrstiti i u aktivnosti za slobodno učenje.

Pojedini postupci primjenjuju se kod određene skupine učenika s teškoćama:

- povezati zadatke sa specifičnim interesima učenika kako bi se osigurala motiviranost, najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti, koristiti se dostupnim aplikacijama (poremećaj iz spektra autizma)
- smanjiti zahtjeve za pisanje ili prepisivanje s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenutcima zasićenosti, uporaba podsjetnika (poremećaj pozornosti)
- upotrijebiti font sans serif (ili Verdanu, Dyslexiu), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno u dodatnim materijalima (specifične teškoće učenja)
- objasniti zadatak usmenim putem, omogućiti uporabu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja s obzirom na izvor zvuka (oštećenje sluha).

U osmišljavanju prilagodbi uvijek valja raditi timski i neprekidno surađivati sa stručnim timom škole, pomagačem i roditeljima. Kod svih učenika s teškoćama važno je osigurati da aktivno sudjeluju u radu. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u skupinama gdje će učenik imati prigodu surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima skupine). Navedeno se može uklopiti u aktivnosti za samostalno učenje koje su predviđene za učenike tipičnoga razvoja (npr. prethodno opisani rad u skupinama).

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Produblјivanje znanja o potencijama
- Primjenјivanje znanja o funkcijama na eksponencijalnu funkciju
- Prikazivanje eksponencijalne funkcije grafički
- Određivanje svojstava eksponencijalne funkcije
- Modeliranje problemskih situacija primjenom eksponencijalne funkcije
- Upotreblјavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti eksponencijalne funkcije kod rješavanje problema iz svakodnevnih situacijama

Odgojno-obrazovni ishodi

- Računati s potencijama
- Definirati potencije s realnim eksponentom te istražiti potrebu definiranja potencija s realnim eksponentom
- Prikazati eksponencijalnu funkciju grafički
- Povezati algebarski s tabličnim i grafičkim prikazom funkcije
- Odrediti svojstva eksponencijalne funkcije
- Istraživanjem i prikupljanjem podataka modelirati probleme koji se mogu povezati s eksponencijalnom funkcijom
- Istražiti pretpostavke zasnovane na matematici svojstvenim pitanjima (Postoji li?, Ako da, koliko? Kako ćemo ih pronaći? I slično)
- Postaviti probleme, riješiti ih planski i raznolikim pristupima te interpretacijom, uspoređivanjem i vrednovanjem rješenja i postupaka

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Provođenje zamisli i djelovanje
- Suradnja
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Samovrednovanje
- Samovrednovanje

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula 5. Eksponencijalna funkcija osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stajališta u svrhu ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informaciju koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina kako bi pratio vlastiti napredak.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućuje provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukcija, primjena i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo samostalno istraživanje teme. Također bismo preporučili učenicima da riješe zadatke vezane za ovu temu koji su se pojavljivali na [natjecanjima](#) te one koji su se javljali na [Državnoj maturi](#) prijašnjih godina.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da im se predoče razni interaktivni sadržaji iz ovog modula, ali i s interneta koji su objavljeni u ovom [OneNote Metodičkom priručniku](#).

Pojmovnik

Izvor: CARNET-ova Dokumentacija za nadmetanje: NABAVA USLUGA IZRADE OTVORENIH DIGITALNIH OBRAZOVNIH SADRŽAJA

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj (cjeloviti DOS)

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj je obrazovni sadržaj u digitalnom obliku koji pokriva cjelokupni kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred. Jedan cjeloviti DOS obuhvaća cjelokupni godišnji fond školskih sati za kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred, prema postojećem nastavnom planu te dodatne sate za samostalno učenje i vrednovanje kod kuće.

Darovita djeca

Darovita djeca su ona djeca koja posjeduju sklop osobina, visoko natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visokoga stupnja kreativnosti i motivacije koji im omogućava razvijanje izvanrednih kompetencija i dosljedno postizanje izrazito natprosječnoga postignuća i/ili uratka u jednome ili u više područja. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika*, 2016.)

Digitalni obrazovni materijal

Digitalni obrazovni materijal je bilo kakav obrazovni materijal u digitalnom formatu neovisno o obliku (e-udžbenik, dio e-udžbenika, e-knjiga, cjeloviti multimedijalni materijali, obrazovna igra, digitalizirana verzija tiskanih obrazovnih materijala, on-line tečaj i dr.) i kontekstu za koji je izrađen (za primjenu u formalnom, neformalnom ili informalnom obrazovnom kontekstu).

Jedan digitalni obrazovni materijal je materijal koji sadržajno pokriva najmanje 5 nastavnih sati u potpunosti i podrazumijeva metodičko oblikovanje.

Jedan digitalni obrazovni materijal NIJE samo jedan izolirani grafički ili multimedijalni prikaz, niti prezentacija u digitalnom formatu. Nadalje, jedan digitalni obrazovni materijal NIJE tekstualni dokument (npr. word dokument) ili pdf verzija tekstualnog dokumenta koji ne podrazumijeva metodičko oblikovanje te sadržajno ne pokriva najmanje 5 nastavnih sati.

Digitalni obrazovni sadržaj (DOS)

Digitalni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu. DOS je namijenjen prvenstveno učenicima za učenje, provjeru znanja i korištenje na nastavnom satu. Sekundarno, DOS je namijenjen i učenicima za samostalno učenje i rad kod kuće te, zajedno s pripadajućim priručnikom, nastavnicima za poučavanje.

Interakcija

Interakcija je multimedijalni element ugrađen u sadržaj čija interaktivnost podrazumijeva pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa, akcije kao što su pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom komandom, obrazac za ispunjavanje, označavanje odgovora, unos teksta, formula ili audio zapisa, povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja, didaktična igra, simulacija s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima, mogućnost dobivanja povratnih informacija, interaktivna infografika, interaktivni video, žiroskopski prikaz, 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom i sl.

E-pristupačnost

E-pristupačnost je nadilaženje prepreka i poteškoća na koje osobe nailaze kada pokušavaju pristupiti proizvodima i uslugama koji se zasnivaju na informacijskim i komunikacijskim tehnologijama (Europska komisija, 2005.)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija) je uvažavanje različitosti i specifičnosti svakog pojedinca kroz odgoj i obrazovanje koji odgovara na različite odgojno-obrazovne potrebe sve djece i svih učenika, a temelji se na uključivanju i ravnopravnom sudjelovanju svih u odgojno-obrazovnom procesu. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje i prilagodbu iskustava učenja te vrednovanje postignuća djece i učenika s teškoćama*, 2016.)

Jedinica DOS-a

Jedinica DOS-a obuhvaća dio, cijelu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta metodički obrađenih tako da obuhvaćaju sadržaj učenja i poučavanja predviđen za provođenje od jednog do tri školska sata. Jedinicu DOS-a čine sljedeći obavezni dijelovi: Uvod i motivacija, Razrada sadržaja učenja i poučavanja i Završetak.

Kognitivne razine postignuća

Kognitivne razine postignuća obuhvaćaju razinu reprodukcije znanja, primjene znanja i rješavanje problema. Reprodukcijska razina znanja kao najniža kognitivna razina postignuća obuhvaća razumijevanje gradiva (imenovanje, definiranje, ponavljanje, izvješćivanje, razmatranje, prepoznavanje, izražavanje, opisivanje). Viša kognitivna razina postignuća je primjena znanja koja podrazumijeva konceptualno razumijevanje gradiva (raspravljavanje, primjena, tumačenje, prikazivanje, izvođenje, razlikovanje). Rješavanje problema je najviša kognitivna razina postignuća koja podrazumijeva sposobnost analize, sinteze i vrednovanja gradiva (uspoređivanje, razlučivanje, predlaganje, uređivanje, organiziranje, kreiranje, klasificiranje, povezivanje, prosuđivanje, izabiranje, rangiranje, procjenjivanje, vrednovanje, kombiniranje, predviđanje).

Modul DOS-a

Jedan modul DOS-a obuhvaća smisleno povezan sadržaj učenja i poučavanja koji obuhvaća određeni broj jedinica DOS-a, koje obuhvaćaju jednu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta.

Multimedijalni element

Multimedijalni element je zvučni zapis, fotografije, ilustracije, video zapis ili 2D i 3D animacije.

Nastavni sadržaj

Nastavni sadržaj je konkretna građa i zadatci (aktivnosti) za usvajanje i razvijanje odgojnih i obrazovnih znanja, vještina i navika kojima se ostvaruje određeni odgojno-obrazovni ishod ili skup odgojno-obrazovnih ishoda.

Objavljeni obrazovni sadržaj

Objavljeni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju u obrazovne svrhe objavljen u tiskanom ili digitalnom formatu uz pozitivnu stručnu recenziju ili pozitivnu evaluaciju od strane korisnika sadržaja.

Obrazovni sadržaj

Obrazovni sadržaj je sadržaj, tiskanog ili digitalnog tipa, razvijen s primarnom namjenom korištenja u obrazovne svrhe, bilo u nastavi ili izvan nje, za formalno, neformalno ili informalno obrazovanje.

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja)

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja) je jasni iskaz očekivanja od učenika (što učenici znaju, mogu učiniti i koje stavove/vrijednosti imaju razvijene) na kraju nekog dijela učenja i poučavanja. Ovisno o razini na kojoj je izražen, neki odgojno-obrazovni ishod može se odnositi na razdoblje od jednog nastavnog sata, tematske cjeline, cijele godine ili ciklusa učenja i poučavanja nekog nastavnog predmeta ili međupredmetne teme. Ishodi mogu biti određeni kao znanja, vještine i/ili stavovi/vrijednosti.

Osoba s invaliditetom

Osoba s invaliditetom je osobe koja ima dugotrajna tjelesna, mentalna, intelektualna ili osjetilna oštećenja, koja u međudjelovanju s različitim preprekama mogu sprečavati njihovo puno i učinkovito sudjelovanje u društvu na ravnopravnoj osnovi s drugima (Konvencija o pravima osoba s invaliditetom, 2006). Prema istoj konvenciji, invaliditet nije samo oštećenje koje osoba ima, nego je rezultat interakcije oštećenja osobe (koje nije samo tjelesno oštećenje kao najvidljivije) i okoline iz čega proizlazi da društvo neprilagođenošću stvara invaliditet, ali ga kroz tehničke prilagodbe prostora, osiguranje pomagala i drugih oblika podrške može i ukloniti. U kontekstu digitalnih obrazovnih sadržaja prilagodbe se odnose na primjenu principa univerzalnog dizajna i poštivanje standarda e-pristupačnosti pri izradi materijala.

Otvoreni obrazovni sadržaj

Otvoreni obrazovni sadržaj je sadržaj slobodno dostupan za korištenje, doradu i izmjenu od trećih strana bez dodatne naknade.

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja / Repozitorij digitalnih nastavnih materijala

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja/Repozitorij digitalnih nastavnih materijala je repozitorij digitalnih nastavnih materijala izrađen u sklopu pilot projekta e-Škole.

Suvremena pedagoška metoda

Suvremena pedagoška metoda je metoda koja potiče aktivan rad učenika kroz projektni i timski rad, rješavanje problema, učenje putem otkrivanja, stvaralačko učenje te poticanje kritičkog razmišljanja.

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnih potrebama

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama je daroviti učenik/dijete ili učenik/dijete s teškoćama u razvoju.

Učenici/djeca s teškoćama

Učenik/dijete s teškoćama je dijete/učenik kojemu je u odgojno-obrazovnom sustavu potrebna dodatna podrška u učenju i/ili odrastanju. Prema Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi, NN 94/13. (pročišćeni tekst) učenici s teškoćama (Članak 65.) su: – učenici s teškoćama u razvoju, – učenici s teškoćama u učenju, problemima u ponašanju i emocionalnim problemima, – učenici s teškoćama uvjetovanim odgojnim, socijalnim, ekonomskim, kulturalnim i jezičnim čimbenicima. U Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju (NN 24/15) navode se skupine vrsta teškoća: 1. Oštećenja vida, 2. Oštećenja sluha, 3. Oštećenja jezično-govorne-glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju, 4. Oštećenja organa i organskih sustava, 5. Intelektualne teškoće, 6. Poremećaji u ponašanju i oštećenja mentalnog zdravlja, 7. Postojanje više vrsta teškoća u psihofizičkom razvoju.