



Matematika

za 2. razred srednje škole

Modul 4: Trigonometrija pravokutnog trokuta

Priručnik za nastavnike

Više informacija o fondovima EU-a možete pronaći na internetskim stranicama Ministarstva regionalnoga razvoja i fondova Europske unije: www.strukturnifondovi.hr

Ovaj priručnik izrađen je radi podizanja digitalne kompetencije korisnika u sklopu projekta e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot-projekt), koji sufinancira Europska unija iz europskih strukturnih i investicijskih fondova. Nositelj projekta je Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET. Sadržaj publikacije isključiva je odgovornost Hrvatske akademske i istraživačke mreže – CARNET.

Impresum

Ključni stručnjaci:

Autori:

Aleksandra Brmbota, Karolina Brleković, Marina Njerš, Sanja Loparić

Urednica:

Štefica Dumančić Poljski

Stručnjak za dizajn odgojno-obrazovnog procesa ili metodičko oblikovanje nastavnih sadržaja:

Toni Milun

Stručnjak za dizajn i izradu digitalnih sadržaja te dizajn korisničkog sučelja:

Željka Car

Neključni stručnjaci:

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje:

Jasmina Ivšac Pavliša, Maja Peretić

Stručnjak za pristupačnost:

Vedran Podobnik

Recenzenti:

Recenzent za metodičko oblikovanje sadržaja:

Nikola Koceić Bilan

Recenzent za inkluzivnu prilagodbu sadržaja:

Ana Parać Burčul

Izdanje:

1. izdanje

Lektorica:

Ivan Kojundžić

Priprema i prijelom:

Algebra d.o.o.

Podizvoditelj:

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu

Naručitelj i nakladnik:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža CARNET

Mjesto izdanja:

Zagreb

Više informacija:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET

Josipa Marohnića 5, 10000 Zagreb

tel.: +385 1 6661 500

www.carnet.hr



Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom

[Creative Commons Imenovanje -Nekomercijalno-Dijeli 3.0 Hrvatska.](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/hr/)

Sadržaj

Impresum	3
Uvodni dio priručnika	6
Kako koristiti priručnik	6
Što je DOS?	18
Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS	24
Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a	25
Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima	27
Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS	29
Suvremene nastavne metode i DOS	31
Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama	32
Modul 4:Trigonometrija pravokutnog trokuta	34
Ciljevi, ishodi, kompetencije	34
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja ovog modula DOS-a	35
Digitalni alati i dodatni sadržaji	35
4.1. Definicije trigonometrijskih vrijednosti šiljastog kuta	41
Ciljevi, ishodi, kompetencije	41
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	42
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	43
4.2.Trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova veličina 30°, 45° i 60°	46
Ciljevi, ishodi, kompetencije	46
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	47
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	48
4.3.Računanje trigonometrijskih vrijednosti šiljastog kuta u pravokutnom trokutu	49
Ciljevi, ishodi, kompetencije	49
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	50
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	52
4.4. Primjena trigonometrije na pravokutni trokut	54
Ciljevi, ishodi, kompetencije	54

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	55
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	56
4.5. Primjena trigonometrije u planimetriji	58
Ciljevi, ishodi, kompetencije	58
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	59
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	60
Aktivnosti za samostalno učenje	62
Ciljevi, ishodi, kompetencije	62
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	62
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	64
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	66
Ciljevi, ishodi, kompetencije	66
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice	67
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	67
Pojmovnik.....	68

Uvodni dio priručnika

Kako koristiti priručnik

Priručnik za primjenu DOS-a je prateći materijal uz digitalne obrazovne sadržaje (DOS) iz matematike za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred opće gimnazije (Matematika 7, Matematika 8, Matematika 1 i Matematika 2).

Sastoji se od dva bitno različita dijela: općeg dijela i dijela namijenjenog određenom razredu.

Prvi dio priručnika (prvih 7 poglavlja) priručnika daje uvod o digitalnim obrazovnim sadržajima i njihovoj ulozi u suvremenim metodama poučavanja. Ovaj dio je identičan za sve razrede.

Drugi dio priručnika daje preporuke nastavnicima za korištenje konkretnih jedinica DOS-a i multimedijalnih elemenata u odgojno-obrazovnom procesu, navodi dodatne digitalne alate i sadržaje koji će doprinijeti ostvarivanju odgojno-obrazovnih ishoda te daje smjernice i sadržaje za rad s učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (inkluzija).

Priručnik je dostupan u tri formata: PDF, ePub (format za elektroničke knjige, može se preuzeti i čitati na računalima i mobilnim uređajima) i OneNote (Microsoft OneNote 2016, digitalna bilježnica koja omogućuje na jednom mjestu održavanje bilješki i informacija s dodatnim prednostima; mogućnosti naprednog pretraživanja i umetanja multimedije).

U prvom poglavlju, koje je upravo pred Vama, navedene su upute kako koristiti priručnik na primjeru OneNote inačice.

OneNote inačica priručnika

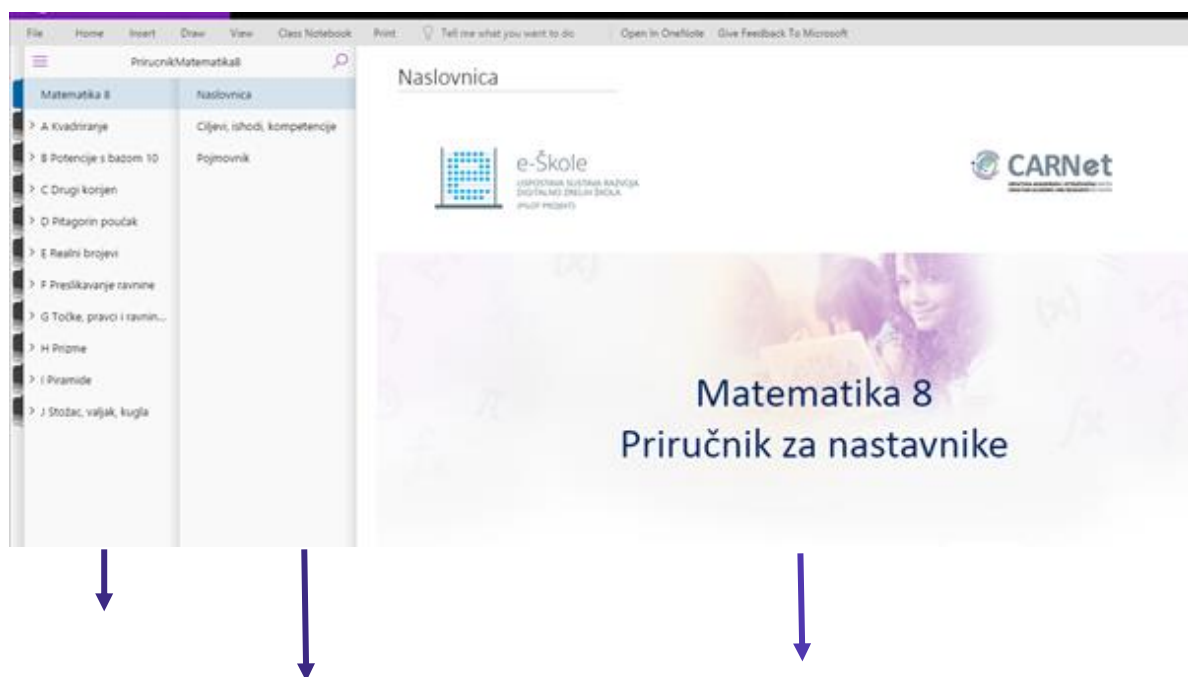
Osnovne značajke OneNote-a su:

- automatsko spremanje
- mogućnost pisanja na proizvoljnom mjestu svake stranice
- mogućnost ubacivanja svih vrsta sadržaja, dokumenata i poveznica
- mogućnost reorganiziranja i ponovnog korištenja stranica i odjeljaka
- pripadni moćni alati za označavanje i pretraživanje
- mogućnost spremanja poveznice na originalne sadržaje prilikom kopiranja
- brzo i pregledno kretanje kroz pojedine dijelove dokumenta.

OneNote inačica priručnika sadrži sve što i pdf inačica te dodatne stranice „Pomoćni interaktivni sadržaji“ na kojima su interaktivni i multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote. Tako pripremljene sadržaje učitelji i nastavnici mogu lako koristiti za nastavu te prema potrebi mijenjati i prilagoditi svojim potrebama.

U OneNote priručniku sadržaji su grupirani u odjeljke, sekcije i stranice unutar sekcija. Početni odjeljci sadrže poglavlja prvog, općeg dijela priručnika. Slijede odjeljci koji se odnose na konkretan DOS. Svaki DOS podijeljen je na module, a moduli na jedinice, što je detaljno opisano u sljedećem poglavlju.

Sadržaji koji se odnose na module konkretnog DOS-a nalaze se na stranicama odjeljka s naslovom modula, a sadržaji na razini jedinice se nalaze na stranicama sekcija s naslovima jedinica. Moduli su označeni slovima A, B, C, ..., a jedinice brojevima 1.1, 1.2 itd.



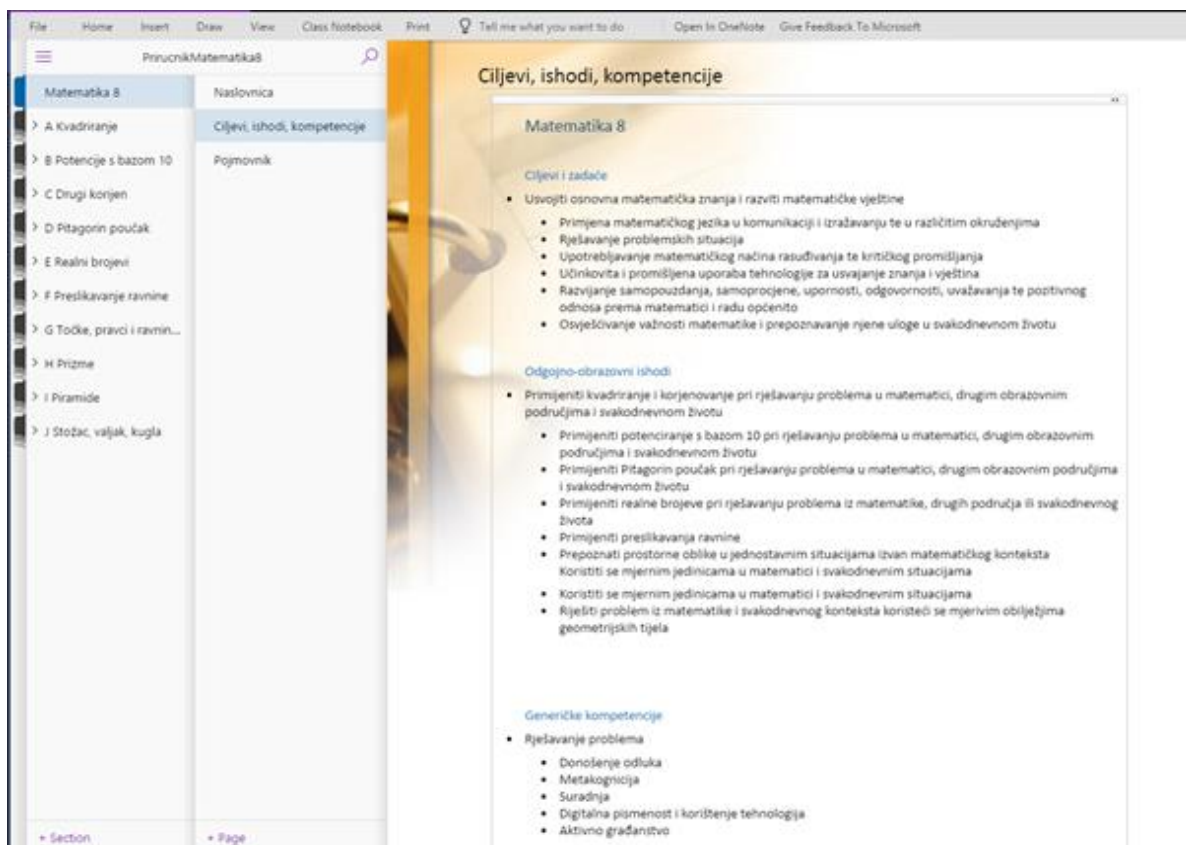
Odjeljci i sekcije

Stranice

Sadržaj stranice

Uvodni odjeljak (na slikama to je prvi odjeljak Matematika 8) ima stranice:

- **Naslovnica**
- **Ciljevi, ishodi, kompetencije**
 - Ovdje su navedeni ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini cjelovitog DOS-a prema kojima je izrađen DOS.
- **Pojmovnik**
 - U priručniku se nalazi pojmovnik ključnih pojmova prenesen iz konkretnog DOS-a.



Slijede odjeljci koje obrađuju pojedine module (označeni slovima A, B, C ...). Svaki modul ima uvodnu sekciju (1.0. u modulu A, 2.0. u modulu B ...) i sekcije po jedinicama (1.1., 1.2. ... u modulu A; 2.1., 2.2. u modulu B itd.)

Uvodna sekcija svakog modula sadrži sljedeće stranice (na ilustracijama koje slijede to je modul A *Kvadriranje*):

Ciljevi, ishodi, kompetencije

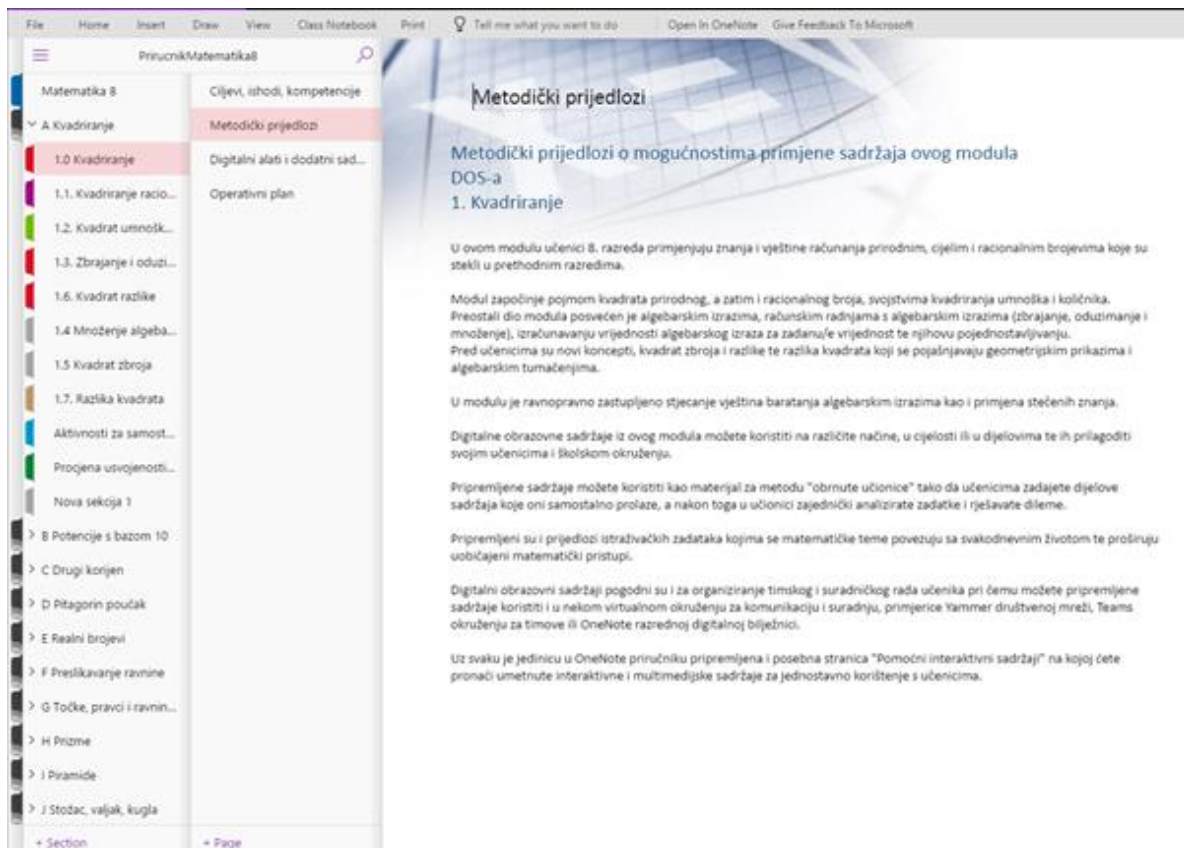
Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini modula.

The screenshot shows a digital textbook page in Microsoft OneNote. The page title is 'Priručnik Matematika 8'. The main content is titled 'Ciljevi, ishodi, kompetencije' (Objectives, Outcomes, Competencies) for 'DOS Matematika 8'. The specific chapter is '1. Kvadriranje' (Squaring). The page lists 'Ciljevi i zadaće' (Objectives and tasks), 'Odgovno-obrazovni ishodi' (Corresponding educational outcomes), and 'Generičke kompetencije' (Generic competencies). The left sidebar shows a table of contents for the textbook, with 'A. Kvadriranje' selected.

Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula. To je sažetak metodičkih prijedloga za korištenje jedinica ovog modula, odnosno preporuke koje su primjenjive na sve jedinice.

Neki metodički prijedlozi i preporuke identični su u više modula, no ta ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se isti u još nekom drugom modulu.



Digitalni alati i dodatni sadržaji

Informacije na ovoj stranici podijeljene su u tri grupe.

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

- Navedeni su digitalni alati koji su preporučeni u priručniku za korištenje u ovom modulu, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute.
- Većina preporučenih digitalnih alata spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

- Navedene su poveznice na sve sadržaje predložene u jedinicama modula kao pomoć u izvođenju nastave. Tako ih nastavnici mogu naći na jednom mjestu.

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnike

- Ovdje su predloženi izvori na kojima nastavnici sami mogu pronaći i odabrati sadržaje koji im mogu pomoći u izvođenju nastave. To su interaktivni sadržaji (animacije, simulacije...), video materijali, izvori na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te također stručni članci vezani uz područje matematike koje obrađuje modul.
- Veliki broj navedenih izvora spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul

sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

The screenshot shows a digital textbook interface for Mathematics 8. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. Section A, 'Kvadriranje', is expanded to show sub-sections 1.0 through 1.7. The main content area is titled 'Digitalni alati i dodatni sadržaji' and lists several digital tools: DOS Matematika 8, GeoGebra, LearningApps, Polynomials Calculator, Kahoot, and Sway. Each tool is accompanied by a brief description and a link for more information.

Operativni plan

To je popis jedinica unutar modula s predviđenim brojem sati za njihovu obradu.

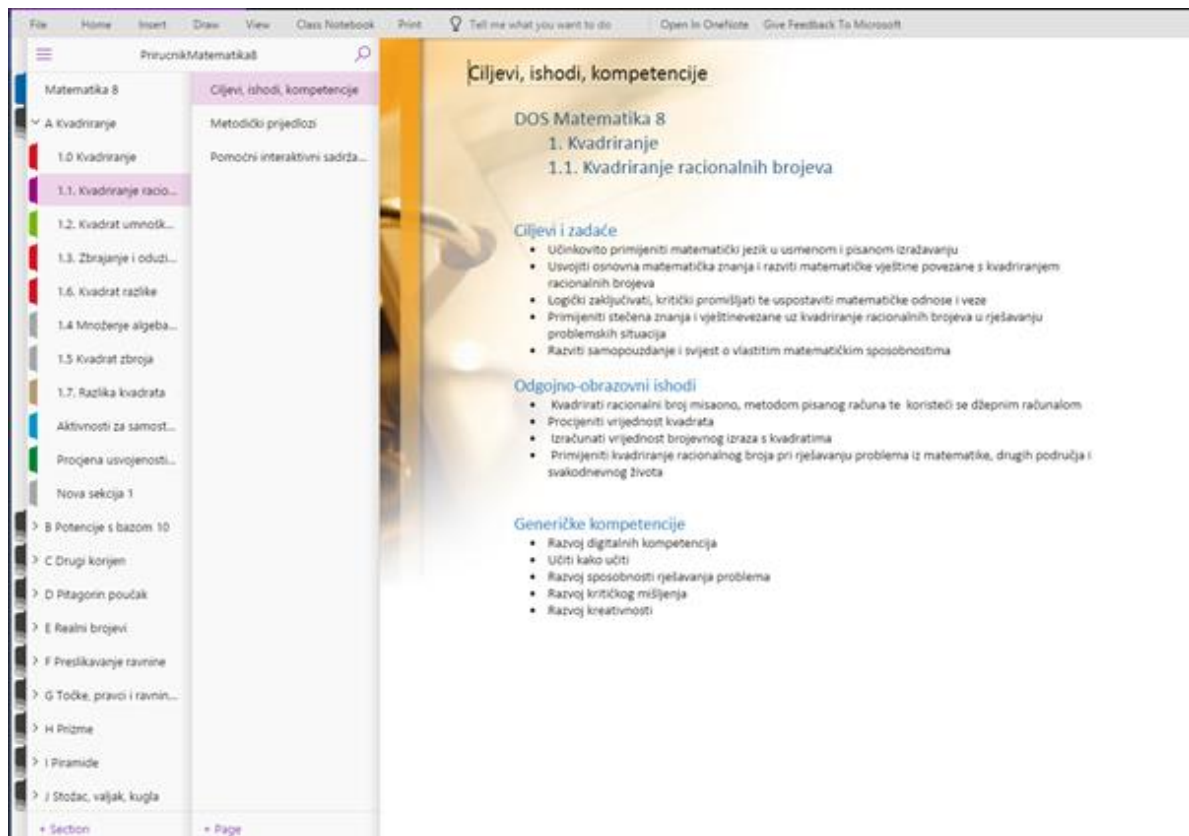
The screenshot shows a OneNote interface with a table of contents for 'Priručnik Matematika 8'. The table lists various sections and their hour counts. The 'Operativni plan' section is highlighted in red.

Modul	Jedinica DOS-a	Broj sati
1.	Kvadriranje	16 + 1
	1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva	3
	1.2. Kvadriranje umnoška i količnika	2
	1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	2
	1.4. Množenje algebarskih izraza	2
	1.5. Kvadrat zbroja	2
	1.6. Kvadrat razlike	2
	1.7. Razlika kvadrata	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

Sekcije uz svaku jedinicu modula (na ilustracijama to je jedinica *1.1 Kvadriranje racionalnih brojeva*) sadrže sljedeće stranice:

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije za konkretnu jedinicu. Prema njima je izrađen sadržaj jedinice.



Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja konkretne jedinice. Oni nisu pripreme za nastavnici za nastavni sat već prijedlozi nastavniku koje dijelove sadržaja može i na koji način koristiti u nastavi.

Pomoćni interaktivni sadržaji

Ovdje su interaktivni, multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote.

Sekcija "Metodički prijedlozi" podijeljena je na dva dijela:

(a) *Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice*

Započinje s općim uputama vezanim uz različite svrhe primjene jedinice (npr. obrada, ponavljanje ...), odnos prema ostalim jedinicama modula i eventualnu vezu s drugim modulima. Navedena je i preporuka koji se oblici učenja i poučavanja mogu primijeniti pri korištenju sadržaja jedinice.

Slijede prijedlozi primjene sadržaja jedinice:

- Uvod i motivacija
- Razrada sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak.

Ova podjela prati strukturu korištenu u DOS-u i tim redosljedom izdvojeni su dijelovi sadržaja koje je pogodno koristiti u nastavi. Redosljed nije sugestija organizacije nastavnog sata. Cjelovito osmišljavanje i priprema izvođenja nastave prepušteni su nastavniku, kao i izbor mjesta na kojima će uklopiti sadržaje jedinice DOS-a.

- Dodatni prijedlozi

Ovdje su navedeni dodatni prijedlozi koji mogu pomoći nastavniku u ostvarenju odgojno-obrazovnih ishoda predviđenih u jedinici. To su poveznice na digitalne sadržaje, ukazivanje na neka alternativna metodička rješenja i sl.

(b) *Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe*

- Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Svaka jedinica sadrži dijelove koji po složenosti ili sadržaju izlaze izvan okvira programa. Oni su na ovom mjestu u priručniku istaknuti, kao i prijedlozi nastavniku kako organizirati njihovo izvođenje i prezentaciju rezultata. Ponekad su u priručniku navedeni i prijedlozi zadataka/aktivnosti koji se ne nalaze u jedinici.

Aktivnosti za učenike koji žele znati više i za darovite učenike birane su kao projektni zadaci ili dodatne teme za samostalno istraživanje. Mogu se provoditi samostalno ili u manjim skupinama.

- Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje razradili su prijedloge i smjernice nastavnicima za svaku jedinicu.

The screenshot displays a digital textbook interface for 'Matematika 2'. The left sidebar shows a navigation menu with sections A through J, including '1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva'. The main content area is titled 'Metodički prijedlozi' and contains the following text:

Metodički prijedlozi

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

1. Kvadriranje

1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cjelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabran koncept površine kvadrata s duljinama stranica koje su prirodni brojevi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kvadrat prirodnog broja

Motivacijski je primjer poslužio za uvođenje pojma **kvadrata prirodnog broja**. Nakon toga je i definiran kvadrat nule. Kvadrat nule može se objasniti kao kvadrat kojemu je stranica duljine nula pa je i površina takva kvadrata jednaka nuli.

U nekoliko uvodnih primjera istaknute su važne činjenice o kvadratu prirodnog broja:

- Kvadrat je prirodnog broja prirodni broj.
- Od dva prirodna broja veći kvadrat ima onaj koji je veći.
- Postupak je kvadriranja broja različit od postupka množenja broja s dva.

Kvadrat racionalnog broja

Interaktivnim predloškom učenik **istražuje** postojanje kvadrata racionalnih brojeva. To čini postupno: prirodni brojevi s nulom, negativni cijeli brojevi, racionalni brojevi decimalnog zapisa, racionalni brojevi zapisa u obliku pravog razlomka.

Važni su naglasci u ovojme dijelu na sljedećem:

- zapis kvadrata racionalnog broja - upotreba zagrada za kvadriranje negativnih brojeva i razlomaka
- definicija kvadrata racionalnog broja
- kvadrat racionalnog broja veći ili jednak nuli
- jednakost kvadrata suprotnih racionalnih brojeva.

Važnost zagrada i upotreba zagrada

Istaknuta je i važnost **upotrebe zagrada** te njihov utjecaj na rezultat. Učenik to može provjeriti zadatcima u kojima su zadani razni položaji zagrada u odnosu na kvadriranje. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, a tek potom odgovoriti. Dva su tipa zadataka: točno/netočno i uparivanje.

Dilepno računalo

Kako bi se učenici znali služiti **dilepnim računalom** pri izračunavanju ili provjeri izračuna, ponuđena je 2D animacija koja im to pokazuje. Kvadrirati mogu na dva načina, množenjem broja sa samim sobom ili korištenjem tipke x^2 .

Procjena izmisa kvadrata racionalnog broja

Istraživanjem niza zadanih kvadrata pozitivnih racionalnih brojeva uočeno je ponašanje kvadrata brojeva većih od jednog cijelog i onih između nula i jedan.

Za pozitivne racionalne brojeve veće od jednog cijelog, zadan je problem iz svakodnevice – Teph s dječju sobu.

Jedan je od važnih koraka prihvatanja koncepta kvadrata racionalnog broja sposobnost smislene **procjene kvadrata racionalnog broja**. Procjena je uvedena primjerom **Pinkalidite**. Rješavanjem primjera pokazuje se postupak provođenja misaone ili računске procjene. Procjena, pomoću najbolje ponuđene, učenik može vježbati nizom zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom.

Kvadrat mješovitog broja

Poseban je primjer zadan za određivanje **kvadrata mješovitog broja** uz određivanje približne vrijednosti.

Istraživanje kvadrata prirodnih brojeva

Kako bi se **otkrio** je li neki prirodni broj kvadrat, treba koristiti postupak rastavljanja na proste faktore.

Dana su dva tipa zadataka: višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i točno/netočno. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek potom odgovoriti.

Važno je, također, snalažljivo ili **misaono određivanje** kvadrata nekih racionalnih brojeva pomicanjem decimalnog zarezka. Za uvježbavanje misaonog računanja nekih racionalnih brojeva, ponuđena su četiri zadatka.

Preračunavanje mjernih jedinica za površinu

Od ključne je važnosti **povezati** kvadriranje racionalnih brojeva te misaono/snalažljivo računanje s preračunavanjem kvadratnih mjernih jedinica. Trima je primjerima uz slikovnu podršku predstavljeno kako preračunavati kvadratne mjerna jedinice:

- o iz veće kvadratne mjerne jedinice u manju
- o iz manje kvadratne mjerne jedinice u veću.

U nivu zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom učenici mogu vježbati preračunavanje.

Redoslijed računskih operacija

Kako je kvadriranje računski radnja trećeg stupnja, potrebno je opisati **redoslijed računskih operacija** u zadatcima u kojima se pojavljuje kvadriranje, množenje/djeljenje i zbrajanje/oduzimanje racionalnih brojeva.

Za uvježbavanje izračuna izraza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva osmišljena je zabavna aplikacija na poveznici **kvadrat broja**. Kad učenik točno rješava zadatke, otvara se sličica. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti.

Osim te aplikacije, zadana su još dva zadatka uparivanja za izračunavanje računskih izraza s kvadratima.

Primjena

Dva primjera, od kojih jedan koristi 2D animaciju za objašnjenje postupka rješavanja, uvode učenika u niz zadataka **primjene naučenog** za rješavanje problemskih situacija iz matematike ili svakodnevice.

Ponuđeni su i posebno označeni zadatci **korrelacije**, koji u sebi sadrže i ishod primjene **postotnog računa**.

Zanimljivost

Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost** vezana za šahovska polja i promjer postolja šahovske figure pještaka. Ta je zanimljivost iskorištena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao **projektni** i **nagradni** zadatak za učenika.

The image shows a OneNote page titled 'Priručnik Matematika 8'. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is titled 'Metodički prijedlozi' and includes sub-sections: 'Zanimljivost', 'Završetak', 'Dodatni prijedlozi', and 'Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe'. The 'Metodički prijedlozi...' section contains a list of links and text providing teaching suggestions for students with specific needs.

Zanimljivost
Prije kraja, predstavljena je zanimljivost vezana za lahovske poja i promjer postoja lahovske figure pjesaka. Ta je zanimljivost iskorisćena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao projektni i nagradni zadatak za učenike.

Završetak
U završnom je dijelu dan osvrt na najvažnije ishode koje je učenik trebao ostvariti u ovoj jedinici.

Dodatni prijedlozi

- Motivacijski primjer može biti ideja za školski projekt Matematika u školskom vrtu. Prilikom kvadrati ne moraju biti jedan izvan drugog već jedan unutar drugog. Svaki razred može u svom dijelu zasaditi cvijeće, ljekovito bilje, itd.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

Pet načina za izračun kvadrata dvoznamenkastog broja:
<http://math-equation.com/methods-to-square-two-digit-numbers-in-seconds/>

Kako izračunati kvadrate velikih brojeva:
<http://wiredaboutmath.com/2007/11/04/how-to-square-large-numbers-quickly-part-1/>

Metode starih Veda za mentalno računanje kvadrata brojeva:
<http://brilliant.org/discussions/thread/vedic-maths-trick-to-find-squares-of-numbers-2/>

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da učenici koriste konkretne didaktičke materijale, dječno računalo i slično. Neka kvadriraju samo prirodne brojeve i taj kvadrat i prikazuju staganjem konkratna u obliku kvadrata.

Računalna igra:
<https://sites.google.com/site/ymvukovicmatematika/8-razred/8-1-kvadriranje-igra>
<https://www.mathlearningcenter.org/web-apps/goboard/>
<https://www.mathsfun.com/boards/goboard>

Za učenike s oštećenjem vida preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, lupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad ustrnu valja koristiti (tablica, šilo, štaci ekrana, itd.). U scenarijima valja odabrati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmenom ili predločnom s kratkom uputom na što učenik valja usmjeriti pozornost tijekom gledanja videopisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastave jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videopisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik govorne tehnologije, istu valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S izborom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stružnu podršku u vidu asistenta, preporuča se pomoć asistenta pri uređivanju zaslona tijekom prolaska nastavnom jedinicom i označavanju količina na brojevnom pravcu.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prvih zadataka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda. U radu s učenicima valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatak valja rastavljati na manje korake i usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videopisa. Učenici s intelektualnim teškoćama mogli bi dobiti prvi ishod učenja ove jedinice uz korištenje dječjeg računala, te četviti ishod – primjeniti kvadriranje racionalnih brojeva pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Kad god je to moguće, zadatak valja popratiti vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arsapac.org/>

Za učenike s poremećajima govorno-jezično-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranje usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, diagrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podcrtavanjem teksta. Valja voditi računa da im se pojednostave sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). U istaknutog definiciji kvadriranja potrebno je maknuti elekt odraz. Dopustiti im korištenje dječjeg računala pri rješavanju zadataka.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjenjena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Interaktivni sadržaji koji su umetnuti u OneNote navedeni su kao poveznice u popisu "Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS".

Opisani sadržaji identični su onima koji se nalaze u pdf inačici priručnika, razlika je djelomično u njihovom rasporedu.

Ukoliko vam treba pomoć u snalaženju s OneNoteom možete pročitati i ove kratke upute.



Hrvatski-ONENOTE
2016 WIN QUICK START

Što je DOS?

Što je DOS?

Pojam "digitalni obrazovni sadržaj" (DOS) je naziv za sadržaj namijenjen korištenju u obrazovanju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni u sklopu pilot projekta e-Škole namijenjeni su učenicima za samostalno učenje i samoprocijenu kod kuće i na nastavnom satu. Nastavnik će koristiti DOS zajedno s priručnikom kako bi obogatio svoj način poučavanja i primjenom novih strategija i metoda učeniku omogućio aktivno učenje.

Cilj DOS-a je poticati kod učenika aktivno učenje na inovativan, učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Nastavniku pak DOS omogućava ostvarivanje definiranih odgojno-obrazovnih ishoda uz primjenu raznolikih strategija, pristupa i metoda poučavanja.

U DOS-u su korištene sve prednosti digitalnih tehnologija poput interaktivnosti, nelinearnosti, multimedijalnosti, modularnosti i prilagodljivosti.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Struktura DOS-a

Digitalni obrazovni sadržaji iz matematike pokrivaju cjelokupni opseg trenutno važećeg kurikuluma/nastavnog programa određenog razreda i obuhvaća ukupni godišnji fond školskih sati predviđenih za matematiku.

Svaki DOS je podijeljen na jedinstvene samostalne cjeline – module (po deset u svakom razredu). Moduli koji čine cjeloviti DOS realizirani su kao zasebni paketi sadržaja koje je, osim kao dio cjelovitog DOS-a, moguće koristiti neovisno o drugim modulima istog DOS-a.

Svaki modul se sastoji od nekoliko jedinica, a svaka jedinica obuhvaća sadržaj učenja i poučavanja za čije provođenje je predviđeno jedan do tri školska sata. Jedinice su međusobno povezane i nadovezuju se jedna na drugu. Odabrani redoslijed jedinica je prijedlog autora, no ponekad su moguća i drugačija rješenja.

Jedinice kao dio modula

Svaka jedinica ima sljedeće dijelove:

- uvod i motivaciju: Na početku...
- razradu sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak: ...i na kraju.

Na početku su navedeni odgojno-obrazovni ishodi za tu jedinicu DOS-a.

ŠTO ĆU NAUČITI?

Matematika 1 > Brojevi > 1.1. Skupovi

1.1. Skupovi

Europska unija
Zajedno do boljeg EU

ŠTO ĆU NAUČITI?

- ✓ Definirati osnovne računske radnje sa skupovima
- ✓ Provesti osnovne računske radnje sa skupovima
- ✓ Rabiti matematički jezik vezan za skupove
- ✓ Riješiti jednostavnije problemske zadatke sa skupovima

Uvod i motivacija

Na početku...

Jedinice započinju motivacijskim primjerom.

Na početku...

Obujam jedne Kuće-kocke u Rotterdamu je 422 m^3 . Kolika je duljina plošne dijagonale?



Kubuswoningen, Rotterdam

Označimo duljinu stranice kocke s a . Obujam kocke je $V = a^3$.

Plošna dijagonala je $d = a\sqrt{2} = \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{2}$.

Možemo li ovaj izraz srediti, svesti na jedan korijen?

Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada sadržaja učenja i poučavanja načinjena je sukladno načelima konstruktivističke nastave matematike u kojem se od učenika očekuje da uočavaju, istražuju, proučavaju, opažaju, povezuju i zaključuju kako bi izgradili vlastito matematičko znanje.

Pri tome se koriste multimedijски elementi:

- ilustracije/fotografije
- 2D i 3D animacije
- video zapisi
- interakcije (elementi koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem).

Primjer 1.

Primjeri sadrže pitanja ili računске zadatke koji su detaljno pojašnjeni i riješeni.



Zadatak 1.

Rješenje

Zadaci su dani u obliku interakcija u kojima učenik dobiva povratnu informaciju o točnosti rješenja ili se rezultat i dijelovi postupka dobivaju pomoću tipke Rješenje.



Praktična vježba

U jedinicama se nalaze opisi praktičnog rada učenika. Često su popraćeni crtežima, animacijama ili video zapisom.



Povezani sadržaji

Korelacije s drugim predmetima posebno su istaknute kao bi učenicima skrenuli pažnju na njih i potaknuli ih da povezuju znanja usvojena u pojedinim predmetima. Možete ih koristiti kao ideju za međupredmetne teme pogodne za učničke projekte.



Projekt


Projekti i projektni zadaci su ponuđeni kao drugačiji pristup učenju. Kroz njih učenik kroz različite oblike rada uči i primjenjuje naučeno kako bi realizirao i ostvario ciljeve projekta. U radu na projektu i projektnim zadacima moguće je osmisliti zadatke za različite razine učničkog znanja tako da u njima mogu sudjelovati svi učenici.

U priručniku su navedeni prijedlozi i preporuke kako organizirati rad na projektu i koje upute dati učenicima.



Kutak za znatiželjne

U "Kutku za znatiželjne" nalaze se obogaćeni sadržaji koji su izvan okvira obaveznog programa/kurikuluma. Prvenstveno su namijenjeni darovitim učenicima. Sadržaji se obogaćuju tako da se ishodi iz obaveznog kurikuluma proširuju sadržajima koji se inače rijetko dotiču pa se uči šire ili se postojeći ishodi dopunjavaju složenijima pa se uči dublje. Neki od sadržaja predstavljaju akceleraciju jer se nalaze u obaveznom kurikulumu viših razreda.



Zanimljivost

Ruski se matematičar Nikolai Grigorievich Chebotaryov (1894. – 1947.) bavio algebrom polinoma. Hobi mu je bio faktorizacija izraza $x^n - 1$ za razne vrijednosti cijeloga broja n . Svoja je razmišljanja i rezultate bilježio na papir jer u vrijeme kada je živio, nije bilo računala koja nam danas olakšavaju račun.

Jedinice sadrže niz zanimljivosti. Možete ih koristiti kao motivaciju u bilo kojem dijelu nastavnog sata.

Završetak

...i na kraju

Na kraju svake jedinice nalazi se podsjetnik na najvažnije dijelove jedinice, zadatci za ponavljanje, prijedlozi za daljnje istraživanje, ideje za suradničko učenje, igre ili prijedlozi za projekte.

Matematika 1 > Koordinatni sustav u ravni > 5.5. Primjena koordinatnog sustava

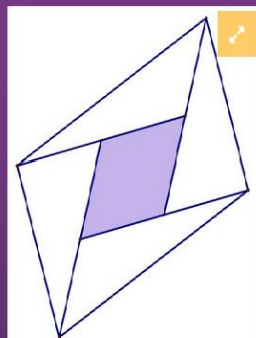
...i na kraju

Riješite ovaj geometrijski zadatak s pomoću analitičke geometrije.

Stranice romba produžite kao na skici za dužinu stranice romba. Spojite dobivene vrhove. Koliko je puta površina dobivenog četverokuta veća od površine romba?

Za početak ćemo zadati vrhove romba $A(2, 1)$, $B(7, 3)$, $C(9, 8)$ i $D(4, 6)$.

Pokušajte popočiti zaključak.



Rješenje

PROCIJENITE SVOJE ZNANJE



Rubrika *Procijenite svoje znanje* nalazi se na kraju odabranih jedinica. Sastoji se od niza konceptualnih pitanja i zadataka za učenje, vježbanje i samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Zadaci su oblikovani na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno;
- višestruki odabir s jednim točnim odgovorom;
- višestruki odabir s više točnih odgovora;
- unos točnog odgovora;
- uparivanje odgovora;
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, markera, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola);
- grupiranje elemenata;
- uređivanje poretka elemenata;
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora;
- umetanje riječi koje nedostaju upisom;
- unos rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Rubrika *Procijenite svoje znanje* namijenjena je učeniku za samostalni rad te mu služi kao alat za samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na razini jedne odnosno nekoliko jedinica. Učenik dobiva povratnu informaciju o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Aktivnosti za samostalno učenje

Matematika 1 > Brojevi > 1. Aktivnosti za samostalno učenje

1. Aktivnosti za samostalno učenje

U posebnoj jedinici *Aktivnosti za samostalno učenje* nalaze se aktivnosti namijenjene učenicima za samostalan rad koje pomažu u učenju i usvajanju odgojno-obrazovnih ishoda modula te aktivnosti koje učenicima nude da dodatno istraže teme vezane uz modul. Sadržavaju nekoliko vrsta zadataka, često s primjerima iz svakodnevnog života, u kojima su stopljena znanja i vještine usvojene u pojedinim jedinicama modula. Zadaci su različite razine složenosti te su neki namijenjeni svim učenicima, a neki učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima.

Jedinicom *Aktivnosti za samostalno učenje* možete se koristiti u cijelosti na nastavnom satu na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog ovim modulom ili u dijelovima koji dopunjavaju pojedine jedinice.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Matematika 1 > Linearna funkcija > Procjena znanja

Procjena znanja

Posebna jedinica *Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda* sadržava zadatke za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula i učenike uputite na nju na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog modulom.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula. Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Pojmovnik

U svim jedinicama DOS-a pojmovi koje se željelo istaknuti pisani su podebljanim slovima.

Najvažniji pojmovi navedeni su i u Pojmovniku. Klik na pojam vodi na početak jedinice u kojoj je definiran.

Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS

Nastava je organizirana, cilju usmjerena odgojno-obrazovna djelatnost. Odnos triju čimbenika nastave: učenika, nastavnika i nastavnih sadržaja opisuje didaktički trokut. Pritom su učenik i nastavnik subjekti nastavnog procesa, a nastavni sadržaji (sadržaji učenja) su predmet nastave. Naglašavanje važnosti pojedinog čimbenika nastave označavaju sintagme kao nastava orijentirana na učenika, nastavnika ili nastavne sadržaje.

DOS kao nastavni sadržaj namijenjen je prvenstveno učeniku s ciljem poticanja aktivnog učenja na učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Stoga je u didaktičkom trokutu učenik - nastavnik - DOS naglašena važnost učenika i međudjelovanje učenika i nastavnog sadržaja (u našem slučaju DOS-a). Uloga nastavnika kao nužnog subjekta nastavnog procesa u ovom trokutu i njegovo međudjelovanje s učenikom i DOS-om još pojačavaju orijentiranost nastave na učenika.

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima, prikladan je za korištenje na nizu različitih platformi od mobilnih uređaja do stolnih računala, uključuje primjenu multimedijских elemenata, omogućava različite pristupe učenju i poučavanju. Mogućnost samoprocjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda i praćenje vlastitog napretka daje učeniku smjernice za daljnje učenje odnosno vraća ga na jedinice DOS-a čiji ishodi nisu u potpunosti usvojeni.

DOS slijedi suvremena nastavna načela:

- poticanje cjelovitog razvoja i dobrobiti učenika;
- povezanost sa životnim iskustvima, očekivanjima i usvojenim znanjima učenika;
- aktivna uloga učenika u učenju;
- izbornost i individualizacija;
- usmjerenost prema suradnji;
- osiguravanje poticajnog i sigurnog okruženja;
- relevantnost za sadašnji život;
- zanimljivost kao osnova pozitivne motivacije;
- poticanje inkluzije i uvažavanje različitosti;
- vertikalna povezanost sa sadržajima koji prethode i koji se nastavljaju te horizontalna povezanost s ostalim predmetima, međupredmetnim temama i modulima;
- odgovarajući omjer širine i dubine znanja i vještina.

Time DOS proširuje okvire didaktičkog trokuta i njegovom implementacijom nastavni proces postaje didaktički mnogokut.

Učenici uče u okruženju koje omogućuje konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te aktivnom i iskustvenom učenju usmjerenom prema pitanjima i istraživanju.

Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a

Današnji učenici, bitno više od prijašnjih generacija, odrastaju okruženi multimedijama, izloženi brzom protoku i dostupnosti informacija. Nove tehnologije sastavni su dio svakodnevnog života i nužno imaju utjecaj i na nastavni proces, kao što je već navedeno u prethodnom poglavlju.

Multimedijским elementima omogućuje se prezentacija obrazovnih sadržaja kombinacijom slike, zvuka i teksta te uključivanje interaktivnih elemenata koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem. Sve to doprinosi privlačenju pozornosti učenika, zainteresiranosti i motivaciji te razumijevanju sadržaja i primjeni stečenih znanja u novim situacijama.

Multimedijски i interaktivni elementi DOS-a

Multimedijски elementi DOS-a uključuju:

- zvučni zapis
- fotografije/ilustracije
- video zapis
- 2D i 3D animacije.

Ovo su elementi niske razine interaktivnosti, pri čemu interaktivnost uključuje pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa.

- Interaktivni elementi srednje razine interaktivnosti uključuju:
- pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom aktivnošću
- obrazac za ispunjavanje
- označavanje odgovora
- unos teksta, formula ili audio zapisa
- povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja (engl. zoom in) i sl.

Nalaze se u standardnim zadacima za učenje, ponavljanje i samoprovjeru odgojno-obrazovnih ishoda kao što su npr. da/ne pitalice, višestruki odgovori, povlačenje na sliku, uparivanje, grupiranje elemenata itd.

- Elementi visoke razine interaktivnosti uključuju:
- didaktične igre
- simulacije s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima
- mogućnost dobivanja povratnih informacija
- 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom, i sl.

Značajna uloga multimedijских elemenata u DOS-u je upravo interaktivnost. Interaktivni elementi omogućuju aktivno sudjelovanje učenika u nastavnom procesu. Kroz manipulaciju određenih elemenata učenici mogu uočavati pravilnosti, postavljati i provjeravati hipoteze te metodom nepotpune indukcije donositi opće zaključke. Interaktivni elementi visoke razine omogućuju uvođenje eksperimenta u nastavu matematike.

Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima

Znanje je oduvijek bilo jedan od osnovnih instrumenata razvoja društvenih zajednica i uspješnih nacionalnih gospodarstava. U suvremenim uvjetima, osobito globalizacijskim, novostvorena znanja kao rezultat istraživanja i inovacije, postaju ne samo temelj već i ključni čimbenik razvoja nekog društva. Za uspješnu tranziciju prema društvu utemeljenom na znanju uz tradicionalan pristup, nužni su novi pristupi obrazovanju i poučavanju.

Sve se više raspravlja o tzv. cjeloživotnom učenju, odnosno o aktivnosti učenja tijekom života, s ciljem unapređivanja znanja, vještina i sposobnosti unutar osobne, građanske, društvene i poslovne perspektive.

Osim formalnog obrazovanja u obrazovnim institucijama poput škola, veleučilišta i fakulteta, sve se veća pozornost pridaje neformalnom obrazovanju putem dodatne edukacije na tečajevima i seminarima te informalnom obrazovanju koje pojedinac stječe vlastitim radom, komunikacijom, čitanjem, razvijanjem vještina, iskustava i znanja.

Uz koncept cjeloživotnog učenja najčešće se vezuju ciljevi ekonomske prirode, primjerice postizanje veće konkurentnosti na tržištu rada. Međutim, cjeloživotno učenje usmjereno je prema osobi i njenim individualnim sposobnostima, poboljšanju njenog ponašanja, raspolaganju informacijama, povećanju znanja, razumijevanju, novim stavovima. Koncept cjeloživotnog učenja, razvijen u šezdesetim godinama prošlog stoljeća, odgovor je na problem neusklađenosti između obrazovanja mladih i odraslih osoba.

Da bi mogli ostvariti koncept cjeloživotnog učenja, do kraja obaveznog obrazovanja treba razviti određene kompetencije koje predstavljaju temelj za daljnje učenje.

Tradicionalni pristupi učenju i poučavanju dugo su bili obilježeni razredno-satnim i predmetno-satnim sustavom te frontalnom nastavom što ne može zadovoljiti zahtjeve koncepta cjeloživotnog učenja.

Nastavni proces treba omogućiti:

- uvođenje novih oblika učenja
- istraživačko i eksperimentalno poučavanje
- ispitivanje i procjenu različito postavljenih ishoda učenja
- doprinos općem sustavu obrazovanja
- doprinos razvoju svakog učenika prema njegovim sposobnostima.

DOS je razvijen na tragu ovih zahtjeva. Suvremena nastavna tehnologija ne negira tradicionalne pristupe nastavi već se na njima temelji i proširuje broj i značaj didaktičkih elemenata nastave sagledavajući ih u novim odnosima (didaktički mnogokut).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja u jedinicama DOS-a prati tradicionalnu metodiku poučavanja matematike.

U uvodu se opaža/uvodi problem pri čemu se u najvećoj mogućoj mjeri koriste primjeri iz svakodnevnog života. Nakon toga se, ovisno o problemu, upotrebljavaju različite znanstvene metode: analiziranje, sintetiziranje, apstrahiranje, induciranje, deduciranje, generaliziranje, specijaliziranje ili upotreba analogija. Da bi se u potpunosti usvojio sadržaj dan je niz primjera i zadataka s rješenjima. Sistematizacija i povezivanje sadržaja te procjena znanja, također su sastavni dio DOS-a. Samoprocjena daje učeniku samostalnost pri učenju, ali zahtjeva i odgovornost te smjernice za daljnje učenje.

Multimedijski elementi doprinose motivaciji, boljem razumijevanju sadržaja i aktivnom sudjelovanju učenika u nastavi.

U DOS-u se nastavnici susreću s digitalnim alatima i raznim digitalnim sadržajima. Radi lakše implementacije digitalnih tehnologija u nastavu matematike u ovaj priručnik je uključen popis digitalnih alata, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute. Navedeni su dodatni materijali i poveznice na sadržaje koji mogu pomoći u izvođenju nastave uz DOS te poveznice na izvore gdje nastavnici sami mogu pronaći i odabrati odgovarajuće sadržaje (animacije, simulacije, video materijale, izvore na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te stručne članke vezane uz područje matematike koje obrađuje modul).

To je pomoć nastavniku u uvođenju novih oblika učenja.

Implementacija digitalnih tehnologija u nastavu matematike dodatno motivira učenike i nastavu čini maštovitom i atraktivnom. Digitalni alati i sadržaji imaju značajnu ulogu u provođenju mjerenja i obradi rezultata, a simulacije zorno predočuju procese koje iz različitih razloga inače nismo u mogućnosti tako jasno vidjeti.

Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS

Motivacija je unutarnja snaga koja pokreće čovjeka na aktivnost i usmjerava ga k ostvarenju određenog cilja.

Motiviranje učenika za nastavu obuhvaća sve što potiče na učenje, usmjerava ga, i potiče osobni interes za određeni predmet ili područje te povećava osobnu razinu postignuća.

Motivacija u nastavi sastavni je dio uvodnog dijela nastavnog sata pri uvođenju i predstavljanju problema, no može biti prisutna u svim stadijima nastavnog sata: pri obradi, vježbanju ili ponavljanju nastavnih sadržaja.

Većina jedinica DOS-a započinje motivacijskim primjerom. Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

U razradi sadržaja naći ćete zanimljivosti koje možete koristiti kao motivacijske elemente u bilo kojem dijelu sata.

Interaktivnost i elementi igre također motiviraju učenike.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svakom modulu DOS-a osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda pojedinog modula. Samoprocjenom i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska.

Na kraju nekih jedinica je nekoliko konceptualnih pitanja i zadataka kojima se ostvaruje svrha ovakvih procjena. Dodatno, u posebnoj jedinici (Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda) možete pronaći više interaktivnih zadataka za provjeru usvojenosti svih odgojno-obrazovnih ishoda cijeloga modula.

Zadaci koji su sastavni dio procjene oblikovani su na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno
- višestruki odabir s više točnih odgovora
- odabir jednog točnog odgovora (uključujući i matematičke simbole i jednostavne formule)
- uparivanje odgovora
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola)
- grupiranje (razvrstavanje) elemenata
- uređivanje poretka elemenata
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora

- umetanje riječi koje nedostaju upisom
- numeričko umetanje (mogućnost zadavanja intervala brojeva u kojem se nalazi rješenje)
- povlačenje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora
- povlačenje rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Prilikom rješavanja zadataka kod kojih se očekuje od učenika upisivanje riječi koja nedostaje, obrazovni sadržaj neće, kao točno, prihvatiti rješenje koje je matematički točno, ako je riječ pogrešno napisana (pravopisna pogreška). Ova opaska nije unesena u obrazovne sadržaje kako se pažnja učenika ne bi skrenula s matematike na pravopis, no u takvim situacijama bit će potrebna pomoć nastavnika.

Suvremene nastavne metode i DOS

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima i različite pristupe učenju i poučavanju.

U školskom okruženju DOS je moguće koristiti za rad u učionici opće namjene. Poželjno je da učionice budu opremljene prijenosnim ili stolnim računalima, interaktivnom pločom ili pametnim ekranom i sl.

Osobitost DOS-a je mogućnost njegova korištenja na raznim uređajima (mobilni telefoni, tableti, prijenosna i stolna računala) te je pogodan i za rad izvan školskog okruženja.

Kroz aktivnosti za učenje, način prezentacije sadržaja i elemente za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda DOS stavlja težište na promicanje suvremenih nastavnih metoda, na strategije i pristupe kao što su rješavanje problema, istraživačka i projektna nastava i suradničko učenje te razvoj kritičkog mišljenja, sposobnosti rješavanje problema i donošenja odluka, metakogniciju, digitalnu pismenost i aktivno građanstvo.

U skladu s prirodom nastave matematike i matematike kao znanstvenog područja, DOS osobito snažan naglasak stavlja na aktivnosti koje potiču iskustveno učenje, projektno učenje i učenje kroz istraživanje. DOS sadrži interaktivne elemente u kojima učenici imaju mogućnost mijenjanja vrijednosti različitih parametara te na temelju rezultata uočavaju pravilnosti, postavljaju i provjeravaju hipoteze, a metodom nepotpune indukcije donose opće zaključke.

Multimedijski i interaktivni elementi omogućuju aktivno i iskustveno učenje usmjereno prema pitanjima, problemima i istraživanjima, konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te razvijanje učenikovih kompetencija za snalaženje u novim situacijama.

Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama

Kao što je na početku priručnika navedeno, metodičko-didaktički prijedlozi za učenike s posebnim obrazovnim potrebama koji uključuju darovite učenike kao i učenike s različitim teškoćama slijede svaku nastavnu jedinicu kao i aktivnosti za samostalno učenje. Inkluzivni pristup u procesu obrazovanja podrazumijeva učenje o različitosti od strane drugih kao i jedan podržavajući i ravnopravni odnos. U nas se već niz godina njeguje inkluzivni pristup u smislu uključenosti učenika s teškoćama u sustav obrazovanja na način da su uvažene njihove individualne potrebe putem uvođenja različitih prilagodbi i osiguravanja podrške.

Učenici s teškoćama su heterogena skupina pa tako zadatak koji je težak jednom učeniku s disleksijom neće biti težak drugome učeniku s istom teškoćom. Kako bi im se osigurala primjerena podrška prilikom obrazovanja, važno je prepoznavati te razumjeti njihova obilježja i poznavati osnovne vrste prilagodbi. Timski rad u okviru kojega surađuju predmetni nastavnici, stručni tim škole, pomoćnici i roditelji bi trebao iznjedrati različite mogućnosti prilagodbe za što učinkovitije usvajanje sadržaja iz matematike i fizike za svakog učenika ponaosob. Metodičko-didaktički prijedlozi koji se odnose na učenike s teškoćama su u početnim modulima i jedinicama napisani na način da obuhvate temeljne smjernice za svu djecu s teškoća te su kroz daljnje jedinice razrađeni specifično u odnosu na sadržaj same jedinice kao i na obilježja određene teškoće.

Primjerice, u matematici za osmi razred, u nastavnoj jedinici 1.2. koja se odnosi na uređene parove nastavnicima je sugerirano da obrate pažnju na jezično složenije zadatke koje valja pojednostaviti i popratiti vizualnim primjerima kako za učenike koji se školuju po prilagođenom programu tako i za učenike s disleksijom i/ili diskalkulijom:

PriručnikMatematika7

PriručnikMatematika7

imaju stručnu pomoć asistenta, preporučuje se da asistent pomogne pri uvećanju zaslona u obradi nastave jedinice i u označavanju koeficijenta na brojevnom pravcu. Pojedine zadatke valja jezično prilagoditi (ili skratiti i popratiti slikama (grafičkim simbolima: <https://www.arasaas.org/>). Zadatak Serpinj gradom može se predstaviti učenicima na sljedeći način:

Luna i Nikola nastaju se kod (20,4, 8,14), prolaze će do (20,22, 13,27). Razgledat će (29,4, 17,26), (36,62, 22,52), (18,13, 23,2), (23,8, 27,52) te na kraju (19,21, 30,15).

a) U kojem se gradu nalaze Luna i Nikola?

b) Imenuj ustanovu ispred koje su se našli i park pokraj te ustanove.

c) Na kojem trgu su pojeili sladoled?

d) Na kerti pronađimo i imenujmo znamenitosti koje su posjetili.

e) Ako ih baka želi odvesti na (9,02, 2,07), što bi tamo Luna i Nikola mogli raditi?

U prijedlozima se nastavnike podsjeća na uporabu funkcionalnosti koje su ugrađene u DOS-ove, a mogu olakšati praćenje nastave učenicima sa specifičnim teškoćama učenja kao i onima koji imaju teškoće vizualne obrade (promjena fonta, boje pozadine, uvećanje zaslona). Nadalje, ostvarene su poveznice između samoga gradiva i obilježja teškoća koje mogu probuditi učenikov interes za nastavne sadržaje, na primjeru iz fizike (sedmi razred, jedinice 1.5 i 1.7):

„Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se povezati masu tijela i mjerne jedinice s interesima učenika koji su često iznimno izraženi ili atipični u svim zadacima u kojima je to moguće. Primjerice, ako učenik voli kuhanje, može ostalim učenicima demonstrirati svoj omiljeni recept kao i mase pojedinih sastojaka.“

„Uvijek je važno uzeti u obzir moguću senzoričku preosjetljivost učenika s poremećajem iz spektra autizma na određene podražaje te u skladu s tim prilagoditi nastavnu jedinicu (miris svijeće s aromom vanilije).“

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće nisu zamišljeni na način da osiguravaju prilagođeni materijal za poučavanje niti svojevrсни „recept“, već nastavnike podsjećaju na prilagodbu načina poučavanja i one segmente nastavne jedinice koje bi trebalo dodatno pojasniti, ponoviti, pojednostaviti, predstaviti na drugačiji način ili na razinu složenosti zadataka od kojih valja odabrati one jednostavnije. U prijedlozima je naglašena važnost uporabe pomagala koja olakšavaju učenje te svih aspekata digitalne tehnologije.

Inkluzivni pristup podrazumijeva uvažavanje različitosti koje je izrazito važno razviti kao vrijednost kod učenika tipičnoga razvoja zbog čega se, uz ostale prijedloge, preporuča provoditi što više vršnjačke suradnje (primjerice u aktivnostima za slobodno učenje).

Modul 4: Trigonometrija pravokutnog trokuta

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Spoznavanje osnovnih matematičkih znanja o trigonometriji šiljastog kuta pravokutnog trokuta
- Povezivanje omjera stranica pravokutnog trokuta s trigonometrijskim pojmovima
- Rješavanje pravokutnog trokuta uporabom trigonometrijskih omjera
- Modeliranje problemskih situacija primjenom trigonometrije pravokutnog trokuta
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti trigonometrijskih omjera za rješavanje pravokutnog trokuta

Odgojno-obrazovni ishodi

- Definirati trigonometrijske vrijednosti šiljastog kuta u pravokutnom trokutu i uočiti veze među njima
- Odrediti trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova veličina 30° , 45° i 60°
- Izračunati trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova različitih mjera
- Izračunati nepoznate veličine u pravokutnom trokutu koristeći trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova
- Primijeniti trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova pri računanju nepoznatih veličina geometrijskih likova
- Upotrijebiti trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova na svakodnevne problemske situacije
- Povezati matematiku s vlastitim iskustvom, drugim područjima i svakodnevnim životom u relevantnim kontekstima

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Provođenje zamisli i djelovanje
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Samovrednovanje

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja ovog modula DOS-a

U ovom se modulu učenici drugog razreda susreću s omjerima stranica pravokutnog trokuta. U prvom su razredu naučili definiciju i poučke o sličnosti, a sada će to primijeniti na pravokutni trokut. Iz uvjeta da su stranice sličnih trokuta proporcionalne dolazimo do nove spoznaje. Omjeri stranica sličnih pravokutnih trokuta su konstantni ako ne mijenjamo šiljasti kut. U skladu s tim definiraju se trigonometrijske vrijednosti šiljastog kuta pravokutnog trokuta kao omjeri stranica pravokutnog trokuta. Uočavaju se osnovne veze između trigonometrijskih vrijednosti šiljastih kutova. Kako nam je pravokutni trokut sveprisutan, i u matematici i u ostalim područjima svakodnevnog života, trigonometrija postaje nezaobilazan alat za njegovo rješavanje. Pri rješavanju tih problema veliku ulogu može imati suvremena tehnologija. Zato je važno da se učenici upoznaju kako i gdje upotrijebiti tehnologiju.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete upotrijebiti na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima, te ih prilagoditi učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete iskoristiti kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koji oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dvojbe.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

U sklopu jedinica možete istraživati trigonometriju pravokutnog trokuta u različitim disciplinama kao što su astronomija, fizika, građevina, arhitektura i kroz povijesni razvoj.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskog i suradničkog rada učenika pri čemu možete pripremljene sadržaje upotrijebiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice Yammer društvenoj mreži, Padlet, Teams okruženju za timove, OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici (Office 365) te Google disku.

Uz svaku jedinicu je u OneNote priručniku pripremljena posebna stranica Pomoćni interaktivni sadržaji na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavnu uporabu s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

U modulu Trigonometrija pravokutnog trokuta za uporabu predlažemo alate iz [e-laboratorija](#):

GeoGebra

GGB je računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorena koda, dostupan na [hrvatskom jeziku](#). Više o GGB-u možete pročitati na stranicama [e-laboratorija](#).

[Mala škola GeoGebre](#) nalazi se u bazi materijala autora Damira Belavića.

Upoznajte se s virtualnim razredom, odnosno [grupama](#) u GeoGebri (upute su na engleskom jeziku), koji možete sastaviti i zadavati zadaću učenicima u internetskom okruženju, ograničiti im vrijeme predaje zadaće te pratiti tijek izrade.

Preporučujemo tekst na hrvatskom jeziku autora Š. Šuljića u [Miš-u br. 87.](#): *Virtualni razredi na sustavu GeoGebra* (GeoGebrine grupe). Tekst je dostupan i na [GGB-inim stranicama Aleksandre-Marije Vuković](#).

Svi GGB-ovi apleti koji su se koristili u ovome modulu nalaze se u GGB-inu e-udžbeniku Matematika 2 u poglavlju [Trigonometrija pravokutnog trokuta](#).

Možete se koristiti e-udžbenicima za [ponavljanje trigonometrijskih omjera](#), autorice Željke Dijanić, [Trigonometrija pravokutnog trokuta](#), autora Igora Vidovića i <http://free-pu.t-com.hr/simes/trigonometrija/> autora Šime Šuljića.

Plickers

Ovo je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Učenici trebaju kartice koje im nastavnici mogu isprintati, a nastavnik računalo, pametni telefon, projektor i internetsku vezu. Učenici odgovaraju, a odgovor se bilježi. Aplikacija radi i odlične statistike koje su vidljive za razdoblje koje korisnik odabere.

Upute za uporabu možete pronaći na: [Plickers - A Step by Step Tutorial](#)

Plickers predlažemo za kratke provjere na početku i na kraju sata, za provjeru usvojenosti novih pojmova i podsjećanje na nove pojmove. Za pitanja se mogu koristiti i pitanja iz jedinica.

Više pročitajte na poveznici [e-laboratorij](#).

Kahoot

Ovo je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah nakon završetka kviza. Kahoot je besplatan za uporabu. Sadržava veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i koristiti se njima, preraditi ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.

Više o Kahootu pročitajte na poveznici [e-laboratorij](#) ili pogledajte u videouputama.

Socrative

Ovo je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za učenike u isto vrijeme. Preporučujemo za ponavljanje gradiva. Vrlo je sličan spomenutom kvizu Kahoot. Jednostavan je za uporabu te učenicima može poslužiti za sastavljanje vlastitih kvizova. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu. Više o Socrativeu pročitajte na poveznici [e-laboratorij](#) ili pogledajte u videouputama.

[Socrative Tutorial 2015 NEW](#)

Padlet

Padlet je internetski alat namijenjen suradnji. Alat se koristi kao prazan papir, tj. online zid na kojem možete dodavati svoje ideje, recenzije, obavijesti, informacije, učitavati slike i dokumente, a možete i drugim sudionicima omogućiti sve navedeno. Odlikuje ga jednostavnost uporabe, dostupnost na različitim uređajima, prilagođenost potrebama korisnika i raznovrsna namjena. U ovom ga modulu možete upotrijebiti za ponavljanje pojmova, upisivanje primjera i rješavanje zadanih zadataka. Njime se može koristiti svaki učenik (ako ima računalo ili tablet), a ako nemate dovoljan broj računala, učenici se mogu podijeliti u skupine i zajednički popunjavati zadani padlet na dostupnim računalima. Više o radu s Padletom možete pročitati u [e-laboratoriju](#). Pogledajte kratke upute u programu Slideshare.

Primjena alata Padlet u obrazovanju

Coggle

Coggle je digitalni alat namijenjen izradi umnih mapa. Prednost tog alata je jednostavnost i minimalizam. Coggle alatom možete brzo, jednostavno i pregledno izraditi željenu umnu mapu. U ovom ga modulu možete upotrijebiti za ponavljanje pojmova i formula po jedinicama ili na kraju za cijeli modul. O načinu uporabe možete pročitati u [e-laboratoriju](#) ili u videu [Coggle Introduction](#).

Popplet

[Popplet](#) je jednostavan digitalni alat za vizualizaciju i organizaciju ideja ili informacija u obliku umne mape pri čemu je važna suradnja. Za razliku od Coglea, ovdje možete zajedno s učenicima napraviti umnu mapu, odnosno podijeliti sadržaje koje su naučili kao ponavljanje gradiva na kraju ili na početku sata. Uputu o načinu rada imate i na sljedećem videu.

[How to Make a Popplet, a Mind Mapping Tool](#)

Google disk

Google Disk besplatan je društveni programski Web 2.0 alat. Omogućuje sljedeće funkcionalnosti: jednostavno stvaranje novih dokumenata na mreži, dodavanje postojećih dokumenata, organizaciju u datoteke, dijeljenje dokumenata i istodobni rad više korisnika na jednom dokumentu u stvarnom vremenu. Prednost je Google diska što su dokumenti dostupni

u bilo koje vrijeme i s bilo kojeg računala spojenog na internet. Ovdje predlažemo da se koristite Googleovom Prezentacijom za ponavljanje gradiva koju istodobno može pripremati više učenika, koristiti se njome te prezentirati u internetskom okruženju. Više o uporabi možete pročitati u [e-laboratoriju](#) ili u sljedećem videu.

[Google disk](#)

Office 365

[Office 365](#) je sustav koji je *desktop* alate za izradu sadržaja (Word, Excel, PowerPoint), koji se najviše koriste, preselio u oblak, čime je omogućio pristup svim dokumentima u bilo koje vrijeme i s bilo kojeg uređaja spojenog na internet. Office 365 omogućuje jednostavno stvaranje novih dokumenata u oblaku, dodavanje i organizaciju postojećih datoteka, dijeljenje dokumenata te komunikaciju i suradnju s drugim korisnicima. Uz spomenute i već dobro poznate alate "klasičnog" Microsoft Office paketa, sustav je obogaćen mnogobrojnim različitim alatima koji omogućuju veću produktivnost u poslovnim okruženjima te u nastavnom procesu. Svim učenicima, učiteljima i nastavnicima osnovnih i srednjih škola omogućen je besplatan pristup sustavu Office 365 uporabom svojeg elektroničkog identiteta u sustavu AAI@EduHr. Više o tom alatu pročitajte u [e-laboratoriju](#) ili pogledajte video.

[Saving teachers time with Office 365](#)

Džepno računalo

Na svakom računalu, te na većini tableta i pametnih mobitela postoje razne aplikacije koje simuliraju rad džepnog računala. U ovom je modulu učenicima potrebno koristiti se nekima od njih ili džepnim računalom. Objašnjena kako upotrebljavati džepno računalo za izračunavanje trigonometrijskih vrijednosti šiljastih kutova te kako odrediti vrijednosti kutova za poznate trigonometrijske vrijednosti, dana su koristeći se Windowsovima džepnim računalom (kalkulatorom).

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

Scenariji poučavanja

Pri realizaciji modula *Trigonometrija pravokutnog trokuta* mogu vam pomoći [scenariji poučavanja](#) razvijeni u projektu "e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot projekt)":

- [Mjerim, gledam, gradim](#)
- [Ponavljanje je majka znanja](#)
- [Problemski zadatci bez problema.](#)

Phet Interactive Simulation

PhET je projekt Sveučilišta u Coloradu koji je usmjeren na stvaranje korisnih simulacija za učenje fizike, kemije, biologije i matematike i one su slobodno dostupne. Pogledajte što nude iz

matematike. Simulacije su animirane, interaktivne i napravljene kao u igračem okruženju tako da s njima učenici lako uče zadanu temu istraživanja.

U simulacijama **PhET** ističe vezu između stvarnih pojava i osnovne znanosti te nastoji učiniti dostupnima učenicima vizualne i konceptualne modele stručnjaka.

PhET koristi istraživački pristup u svom dizajnu i uključuje spoznaje iz prethodnih istraživanja i vlastitih testiranja radi stvaranja simulacija koje podupiru sudjelovanje učenika.

Ono što je najzanimljivije, veliki broj simulacija preveden je na hrvatski jezik.

Možda bi vas zanimalo i ove teme

- Komplet videoa Tonija Miluna

[Definicije trigonometrijskih vrijednosti šilj. kuta \(2S1P\)](#)

[Vrijednosti trigonometrijskih funkcija 30°, 45°, 60° \(2S1P\)](#)

[Računanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija \(2S1P\)](#)

[Primjene na pravokutni trokut](#)

- Još jedan video o upoznavanju s trigonometrijom pravokutnog trokuta
- [Introduction to Trigonometric Functions Using Triangles](#)
- Preporučujemo zanimljivo poučavanje kvadratne funkcije na [Khan Academy](#).
- Džepno računalo (kalkulator) za kvadratne funkcije nudi [Math Is Fun](#).
- Isprobajte američki portal [Classzone: Skijanje niz padinu](#).
- Svakako nađite vremena za nekoliko minuta igranja [Mini golfa](#) nakon što učenici nauče definicije trigonometrijskih omjera.

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

Pojam obrnute učionice:

http://www.carnet.hr/upload/javniweb/images/static3/91307/File/Google_Drive_Prirucnik.pdf.

Dodatne sadržaje možete pronaći na GO-LAB platformi. GO-LAB je virtualni laboratorij pogodan za istraživanje. Sadržava mnoge matematičke sadržaje. Što je GO-LAB pročitajte na [e - laboratorij](#).

Operativni plan

	Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
4.	Trigonometrija pravokutnog trokuta		14 + 1
		4.1. Definicije trigonometrijskih vrijednost šiljastog kuta	3
		4.2. Trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova veličina 30° , 45° i 60°	2
		4.3. Računanje trigonometrijskih vrijednosti šiljastog kuta u pravokutnom trokutu	3
		4.4. Primjena trigonometrije na pravokutni trokut	3
		4.5. Primjena trigonometrije u planimetriji	3
		Aktivnosti za samostalno učenje	1
		Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

4.1. Definicije trigonometrijskih vrijednosti šiljastog kuta



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Proširivanje znanja o pravokutnom trokutu
- Svladavanje postupka traženja trigonometrijskih omjera
- Primjenjivanje matematičkog jezika u usmenome i pisanome izražavanju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Povezati omjere stranica i kutove u pravokutnom trokutu
- Prepoznati priležecu i nasuprotnu katetu
- Iskazati definiciju sinusa, kosinusa, tangensa i kotangensa šiljastog kuta u pravokutnom trokutu kao omjer stranica trokuta

Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički ili projektni rad učenika. Isto tako se može iskoristiti kao materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

U uvodu je motivacijski pogled prema nebu te zavirivanje u egipatske piramide gdje tražimo pravokutni trokut. Učenike pripremamo za računanje nepoznatih elemenata pravokutnog trokuta i pokušavamo osvijestiti važnost poznavanja računa s pravokutnim trokutom.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ponavljanje – pravokutni trokut, sličnost i sukladnost

Uz kratki interaktivni kviz učenici se prisjete definicije i poučaka o sličnim te poslije i sukladnim trokutima, koji nam trebaju za definiranje trigonometrijskih omjera (a poslije i konstruiranje pravokutnog trokuta). Predlažemo da najprije sami prođete interaktivne kvizove kako bi učenike mogli uputiti u moguće odgovore (riječima ili brojkom). U [OneNote metodičkom priručniku](#) nalazi se GeoGebrina animacija sličnih trokuta. Neka uz vašu pomoć učenici zaključče iz apleta kako su omjeri stranica proizvoljnih sličnih pravokutnih trokuta uvijek isti (slični trokuti imaju isti kut). Važno je istaknuti da se omjeri stranica mijenjaju tek s promjenom šiljastog kuta. U sličnom apletu autora Igora Vidovića mogu se mijenjati i kutovi kako bi učenici predočili kada se događa promjena vrijednosti omjera. Aplet potražite u [OneNote metodičkom priručniku](#).

Definiranje trigonometrijskih vrijednosti šiljastog kuta

S pomoću [apleta](#) i ponuđenih omjera svakom omjeru stranica pridružite jedno "trigonometrijsko" ime. Nakon definiranja sinusa, kosinusa i tangensa, kotangens definirajte kao recipročan razlomak omjera tangensa (mogu se spomenuti i ostali recipročni omjeri sekans i kosekans). S pomoću kviza učenici će zaključiti koja je veza između trigonometrijskih izraza komplementarnih kutova. Neka učenici dobro uvježbaju vezu stranica i kutova na raznim zadacima. Ponudite im GeoGebrin aplet autorice Željke Dijanić koji možete pronaći u [OneNote metodičkom priručniku](#).

Prije nastavka računanja s danim omjerima predlažemo jedan motivacijski video o važnosti proučavanja trigonometrije (primjena u zrakoplovstvu) te interaktivno istraživanje primjene trigonometrijskih omjera na [LearnAlberta portalu](#), kanadski portal Alberta Education.

Pravokutni trokut – zadatci

Osim analitičkih zadataka sa zadanom stranicom i jednim trigonometrijskim omjerom, učenicima je ponuđen i postupak konstrukcije tako zadanoga pravokutnog trokuta. Što nam je minimalno potrebno da bismo znali konstruirati zadani kut, a čime je jednoznačno određen pravokutni trokut? Svakako se prisjetite konstrukcija iz prvog razreda (s pomoću ravnala i šestara).

Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a dan je primjer primjene pravokutnog trokuta sa sjenom tijela obasjanog suncem, odnosno uveden je pojam gnomona na koji se nastavljaju dodatni sadržaji. Proverite s učenicima vide li pravokutni trokut na slici.

Dodatni prijedlozi

U ovoj su jedinici ponuđeni i neki projekti, to jest istraživanja o pojmovima koji se spominju u kontekstu pravokutnog trokuta: *Ljetni trokut* na nebu koji čine zvijezde Vega, Altair i Deneb; položaj piramida u Egiptu; gnomonika – učenje o sunčanim satovima; obelisk u Vatikanu kao gnomon. Pokušajte neka od njih provesti, pogotovo s učenicima kojima matematika nije jača strana nego se bolje snalaze u povijesti, geografiji, astronomiji. Iskoristite i učenike koji će sve napraviti samo da ne sjede u školskoj klupi (izrada sunčanog sata). Izbor videa za provedbu projekata potražite u [OneNote metodičkom priručniku](#).

Ponudite učenicima vježbicu pravila trigonometrijskih omjera na konkretnim vrijednostima na portalu [MathsFun](#).

Za dodatno samostalno ponavljanje definicija trigonometrijskih vrijednosti mogu se učenicima predložiti [videa Tonija Miluna](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima koji žele znati više ponuđeni su zadatci s konstrukcijom kuta/trokuta, odnosno uočavanje da je omjer katete i hipotenuze uvijek pozitivan i manji od 1. To je uglavnom ponavljanje prvog razreda te uvod u sljedeću jedinicu. Sa zainteresiranijim učenicima izvedite neke od projekata s naglaskom na matematički dio projekta.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek treba imati na umu da su oni heterogena skupina i da odabir prilagodbi treba temeljiti na individualnim obilježjima učenika.

Prije ove nastavne cjeline treba ponoviti pojmove i formule koji su se prethodno učili (istaknuti ih na vidljivome mjestu u učionici) te uvodno predstaviti pojmove s kojima će se učenici prvi put sresti u ovom poglavlju (vrste trokuta, katete, hipotenuza, sinus, kosinus, tangens i kotangens).

Za sve vizualne prikaze trokuta učenicima s oštećenjem vida potrebno je osigurati potrebnu pomoć i prilagoditi učionički prostor. Isto vrijedi i za prikaze videozapisa, koje je potrebno usporavati i komentirati. Za učenike s oštećenjem sluha potrebno je pripremiti pisani materijal koji će pratiti video, ali i pisani materijal s ključnim dijelovima nastavne jedinice. Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se primjena vizualnih sredstava; npr. sadržaj jedinice se unaprijed najavi slikama ili natuknicama, kao i svaka nova aktivnost unutar jedinice (npr. gledanje videozapisa).

Matematičke simbole koji će se javljati unutar ove nastavne jedinice potrebno je dodatno ili čak unaprijed objasniti i, ako je potrebno (ako će se učestalo javljati u zadacima), izdvojiti ih na istaknutome mjestu u učionici (npr. za sukladne trokute).

Piri izradi skica posebno treba obratiti pozornost na učenike s motoričkim teškoćama kojima treba osigurati potporu pomoćnika. Također im je potrebno dati više vremena te paziti pri prelasku na novi zadatak je li učenik dovršio prethodni.

Zadaci dopunjavanja rečenica trebali bi biti popraćeni slikama (dakle da učenik na osnovi slike pokuša donijeti zaključak; zadatak 1. b; može se staviti slika s kvadratima, tako je lakše razumljivo; javlja se još takvih rečenica koje mogu biti uz sliku). Uz to, trebali bi biti prije objašnjeni pa se tek onda može očekivati da ih učenici s teškoćama mogu uspješno dopuniti. Za učenike s motoričkim teškoćama preporučuje se da rečenicu zapisuju u bilježnicu ako im predviđeni prostor neće biti dovoljan za upisati traženu riječ (ako se služe olovkom) i pritom treba pripaziti da im se osigura dovoljno vremena.

Zadatak 1 d) – naglasiti riječ ZBROJ

U cjelini se u zadacima i primjerima javljaju termini: slično – sukladno (na njih obratiti posebnu pozornost), komplementarno, proporcionalno, suplementarno, koeficijent sličnosti, razmjerni... takve riječi su jezično zahtjevne i potrebno ih je učenicima s teškoćama dodatno objasniti uz što više vizualnih prikaza. Tek kad se učenici s teškoćama sigurno budu mogli služiti tim riječima, moći će uspješno rješavati zadatke.

Sličnost trokuta (koeficijent sličnosti) javlja se u prvom dijelu cjeline, a tek je poslije objašnjena. Učenicima s teškoćama treba odmah objasniti što znači da su trokuti slični. Tri elementa za označavanje trokuta i pripadajuće kratice s objašnjenjima potrebno je dobro istaknuti u učionici ili na neki drugi način omogućiti učenicima da njima imaju pristup cijelo vrijeme. Prijedlog je da

naprave svoj memento u kojem će biti i sve formule koje se koriste: površina trokuta, opseg trokuta, tangens, kotangens, sinus i kosinus, ali da uz omjer stranica piše i objašnjenje kao u ovom primjeru:

Sinus kuta (SIN) = nasuprotna kateta/hipotenuza i zato je:

$$\sin \alpha = a/c \quad \sin \beta = b/c.$$

Nakon objašnjenja učenicima s teškoćama je uputno davati više primjera kao što je zadatak 4. (posebno pod a), ali u početku ne upotrebljavati druge oznake za stranice i kutove nego standardne (α , β , stranice a i b). Svakako ne treba inzistirati na rješavanju svih zadataka, posebno onih složenijih. Pri rješavanju zadataka uvijek treba naznačiti svaki korak i prema potrebi dodatno objasniti.

Kod učenika s poremećajem iz spektra autizma važno je prepoznati znakove zasićenja ili nepoželjnih ponašanja te planirati spriječiti ih u suradnji sa stručnim timom. Također je potrebno prikupiti podatke o mogućoj senzoričkoj pre- (pod)osjetljivosti u skladu s kojom valja prilagođavati nastavne alate.

4.2. Trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova veličina 30° , 45° i 60°



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Svladavanje postupka dobivanja trigonometrijskih vrijednosti šiljastog kuta pravokutnog trokuta
- Primjenjivanje tabličnih vrijednosti trigonometrijskih omjera u rješavanju zadataka

Odgojno-obrazovni ishodi

- Odrediti trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova veličina 30° , 45° i 60°
- Računati s trigonometrijskim vrijednostima šiljastih kutova veličina 30° , 45° i 60°

Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Samovrednovanje
- Rješavanje problema
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički ili projektni rad učenika. Isto tako se može iskoristiti kao materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

U uvodu pripremamo učenike da je osim trigonometrijskih omjera potrebno naučiti i izračunati kut pravokutnog trokuta, ali i iz zadanog kuta trigonometrijsku vrijednost.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Trigonometrijske vrijednosti kutova veličina 30°, 45° i 60°

S pomoću kviza ponovite s učenicima pravokutni i jednakostraničan trokut te kvadrat. Iz istaknutih pravokutnih trokuta učenici bi sami trebali ispisati trigonometrijske vrijednosti za kutove od 30°, 45° i 60°. Neka prepisu tablicu rezultata u bilježnicu, ali isto tako mogu za zadaću napraviti tablicu za pano te ju naučiti napamet.

Korelacija

Napravljena je poveznica s *Krugom i kružnicom*, gradivom prvog razreda. Ponovite tangencijalni četverokut i formulu za površinu trapeza. Neka bolji učenici pokušaju riješiti zadatak.

Primjena u zadacima

Pri rješavanju zadataka s tabličnim vrijednostima svakako treba upozoriti učenike da paze na kvadrat u trigonometrijskim vrijednostima. Treba razlikovati $\sin^2 \alpha = (\sin \alpha)^2 \neq \sin \alpha^2$.

Završetak

Na kraju je najava iduće jedinice, ali i poveznica na [nekoliko zadataka](#) te videa autora Tonija Miluna za ponavljanje trigonometrijskih tabličnih vrijednosti koje možete pronaći i u [OneNote metodičkom priručniku](#). Kratka procjena znanja provjerava definicije trigonometrijskih omjera, prepoznavanje u trokutu s obzirom na dani kut te poznavanje trigonometrijskih vrijednosti za kutove 30°, 45° i 60° potrebnih za daljnje praćenje ovog modula.

Dodatni prijedlozi

Svakako pokažite učenicima mnemoničko pravilo lijeve ruke za pamćenje trigonometrijskih vrijednosti kutova 30°, 45° i 60°. Primjer pravila za pamćenje u videu (na engleskom jeziku) potražite u [OneNote metodičkom priručniku](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Od ovih se učenika očekuje da riješe zadatak s tangencijalnim četverokutom nakon definiranja trigonometrijskih vrijednosti šiljastog kuta od 60° . Na temelju stečenog znanja, bolji bi učenici samostalno trebali riješiti zadatak 8., iako se već u idućim jedinicama od svih učenika očekuje da to znaju riješiti. Ovdje je boljim učenicima ponuđeno da pokušaju sami donijeti zaključak o nekim tvrdnjama i identitetima koji će se poslije dokazivati. Svakako bi trebali doći do općih formula za visinu romba i trokuta.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Potrebno je prije nastavne jedinice opet proći sve pojmove koje su učenici dotad učili, a bit će spomenuti (vrste trokuta, komplementarnost, sukladnost, geometrijski likovi koji će biti u primjerima zadataka). Valja imati na umu da je djeci s teškoćama teško prisjećati se ili samostalno izvlačiti formule za površine i opsege. To im treba uvijek biti dostupno (prijedlog: memento). Također, zadatci u kojima se očekuje da se prisjete prethodnih znanja nisu primjereni (primjerice u dopuni rečenica); bolje je prvo usmeno ponoviti, a tek nakon toga tražiti da samostalno rješavaju takve primjere.

Pri crtanju skica te pisanju i rješavanju razlomaka potrebno je učenicima s motoričkim teškoćama osigurati pomoć. Također im je potrebno dati više vremena za rješavanje zadataka i paziti pri prelasku na novi zadatak, prethodni treba biti riješen.

Tijekom prikaza slika i videozapisa prema potrebi prilagoditi prostor, svjetlinu i mjesto sjedenja za učenike s oštećenjem vida. Učenici s oštećenjem sluha trebaju unaprijed na papiru imati pripremljene ključne dijelove videozapisa i nastavne jedinice.

Zadatak 4 pod c) – usmeno dodatno objasniti korake i naglašavati ključne pojmove, primjerice:

- Zbroj svih kutova bilo kojeg trokuta je 180° .
- Komplementarni kutovi su oni čiji je zbroj 90° .
- Kod pravokutnog trokuta jedan kut (pravi kut) iznosi 90 , a ostala dva ($\sin\alpha$ i $\sin\beta$) su komplementarni jer njihov zbroj mora biti 90 .

Tablica s vrijednostima \sin , \cos , tg , ctg za kutove od 30 , 45 i 60 stupnjeva učenicima s teškoćama treba biti stalno dostupna (memento).

Ne treba inzistirati na rješavanju složenijih zadataka nego samo onih reprezentativnih koji će im omogućiti razumijevanje pojmova i odnosa kutova i stranica.

4.3. Računanje trigonometrijskih vrijednosti šiljastog kuta u pravokutnom trokutu



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvajanje postupka određivanja trigonometrijskih vrijednosti kutova i određivanja kutova iz poznatih trigonometrijskih vrijednosti
- Spoznavanje veze između trigonometrijskih vrijednosti šiljastih kutova u pravokutnom trokutu
- Primjenjivanje matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju pri opisu grafa kvadratne funkcije
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za ispitivanje svojstava kvadratne funkcije

Odgojno-obrazovni ishodi

- Računati s mjerama kuta
- Odrediti trigonometrijske vrijednosti šiljastog kuta koristeći se džepnim računalom
- Odrediti mjeru šiljastog kuta iz poznate trigonometrijske vrijednosti koristeći se džepnim računalom
- Definirati trigonometrijske identitete
- Primijeniti trigonometrijske identitete pri određivanju nepoznate trigonometrijske vrijednosti šiljastog kuta

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Istraživanje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Samovrednovanje

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički, projektni rad učenika te kao radni materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

Kao motivacijski primjer dan je pravokutni trokut u kojem treba izračunati duljine kateta za zadanu hipotenuzu i jedan šiljasti kut. Ovaj je put riječ o kutu od 30° , čije su trigonometrijske vrijednosti određene u prethodnoj jedinici. Također se ponavljaju definicije trigonometrijskih vrijednosti kutova u pravokutnom trokutu. Nakon određenih vrijednosti kateta ispisane su sve trigonometrijske vrijednosti za oba kuta tog trokuta. Bojama su istaknute jednake trigonometrijske vrijednosti komplementarnih kutova. Osim tablice, jednakosti trigonometrijskih vrijednosti komplementarnih kutova mogu se dobro uočiti s pomoću dvaju apleta u kojima se ispisuju vrijednosti sinusa i kosinusa komplementarnih kutova na nekoliko različitih pravokutnih trokuta.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Komplementarni kutovi

Svojstvo jednakosti trigonometrijskih vrijednosti komplementarnih kutova pokazano je na dva načina. U tablici su dane sve trigonometrijske vrijednosti kutova iz početnog primjera te su bojama istaknute jednake trigonometrijske vrijednosti. Osim tablice, jednakosti trigonometrijskih vrijednosti komplementarnih kutova se mogu dobro uočiti s pomoću dvaju apleta u kojima se ispisuju vrijednosti sinusa i kosinusa komplementarnih kutova na nekoliko različitih pravokutnih trokuta.

Trigonometrijske vrijednosti šiljastog kuta

U prvom apletu se učenici upućuju na praćenje vrijednosti sinusa i kosinusa kutova u pravokutnom trokutu. Trebali bi uočiti da su vrijednosti uvijek pozitivne i manje od nula. Potpitanja ih navode i na zaključivanje zašto je to tako u našim primjerima, kakve su vrijednosti kateta i hipotenuze. Drugi aplet upućuje na praćenje vrijednosti tangensa i kotangensa te na

zaključivanje da će te vrijednosti u šiljastim kutovima uvijek biti pozitivne. U svim ovim zaključcima važno je istaknuti da to vrijedi za šiljaste kutove, tj. kutove u pravokutnom trokutu.

Osnovni trigonometrijski identiteti

Treći je aplet zamišljen za istraživanje osnovnog trigonometrijskog identiteta: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$. Mijenjajući kutove u pravokutnom trokutu učenici uočavaju da ta jednakost vrijedi bez obzira na veličinu kuta α . Taj je identitet također dokazan s pomoću pitagorinog poučka. Ovdje je važno učenicima istaknuti razliku između istraživanja i dokaza. U prvoj fazi, istražujući s pomoću apleta, osnovni trigonometrijski identitet se dao naslutiti. Ali to nije dokaz, jamstvo, da taj identitet vrijedi uvijek. Četvrti aplet služi za istraživanje veze između sinusa, kosinusa, tangensa i kotangensa. Dobivaju se jednakosti: $\operatorname{tga} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $\operatorname{ctga} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $\operatorname{ctga} = \frac{1}{\operatorname{tga}}$, $\operatorname{tga} * \operatorname{ctga} = 1$. Te jednakosti nisu dokazane, ali se učenici upućuju da ih sami dokažu koristeći se definicijama trigonometrijskih vrijednosti na pravokutnom trokutu.

Upotreba spomenutih identiteta pokazana je na jednom primjeru. Poželjno je učenike uputiti da riješe još zadatka upotrebom tih identiteta.

Računanje trigonometrijskih vrijednosti kutova

Primjer s nestalim komadićem čokolade može biti dobar poticaj za potrebu računanja trigonometrijskih vrijednosti kutova koji su različiti od 30° , 45° i 60° . Potreba se može uočiti i na primjeru sličnom početnom.

Postupci računanja trigonometrijskih vrijednosti objašnjeni su za različite vrste džepnih računala (kalkulatora) te vizualno predočeni na džepnom računalu koji je uvršten u operativni sustav Windows. Preporučujemo da učenici pomno prouče postupak računanja trigonometrijskih vrijednosti i što detaljnije upoznaju svoje džepno računalo kako bi se učinkovito mogli koristiti njime u jedinicama koje slijede. I postupak računanja kutova iz poznatih trigonometrijskih vrijednosti je opširno objašnjen.

Završetak

Za kraj je napravljena sistematizacija jedinice s pomoću nekoliko teoretskih pitanja i dvaju zadataka u kojima se upotrebljava džepno računalo.

Dodatni prijedlozi

Za dodatni rad možete se koristiti sljedećim sadržajima na hrvatskom jeziku:

- [Kako računati trigonometrijske vrijednosti s pomoću džepnog računala \(kalkulatora\)](#)
- [Radni listovi sa zadatcima](#) nastavnika Roberta Gortana
- [Moje instrukcije](#) prikazuju osnovne trigonometrijske identitete i njihovu primjenu
- [Dokazi osnovnih trigonometrijskih identiteta](#) i nekoliko zadataka.

Sadržaji na engleskom jeziku su:

- [upute za računanje trigonometrijskih vrijednosti](#) u Excelu
- [Kako upotrebljavati znanstveno džepno računalo \(kalkulator\)](#) za određivanje trigonometrijskih vrijednosti
- [Khan academy](#) video o načinu računanja inverza trigonometrijskih vrijednosti
- [Rapid calculator](#) za određivanje trigonometrijskih vrijednosti.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

S darovitim učenicima možete istražiti kako izračunati trigonometrijske vrijednosti bez džepnog računala. U tu svrhu mogu poslužiti logaritamske tablice, ali postupak se može svesti i na osnovne kutove 30° , 45° i 60° . Detalje možete potražiti na mrežnoj stranici [MathStackexchange](#). Darovite učenike se može potaknuti na istraživanje [kako džepno računalo računa trigonometrijske vrijednosti](#). Također ih se može uputiti na [još neke trigonometrijske vrijednosti i vezu među njima](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama predlažemo da se poslužite GeoGebrinim apletima – uz korištenje mogućnosti povećanja i podebljanja crta, te dodatno isticanje za slabovidne učenike.

Za učenike s ADHD-om možete izraditi mini MEMO kojim se mogu služiti tijekom rada. Učenici mogu izraditi plakat s osnovnim trigonometrijskim identitetima.

Za ovu cjelinu treba uzeti u obzir sve prethodno navedeno:

- vizualne prikaze tablica, slika i videozapisa kod učenika s oštećenjem vida i učenika s oštećenjem sluha
- za samostalno crtanje skica kod učenika s motoričkim teškoćama
- za objašnjenja izražena dugim, složenim rečenicama koja treba dodatno usmeno objasniti, objasniti nepoznate riječi (posebno za učenike sa specifičnim teškoćama učenja; primjer prefiksno/postfiksno/analogno) i istaknuti ključne riječi
- dopunu rečenica kad se treba prisjetiti prethodnih znanja (bolje se prvo prisjetiti pa onda neka učenici samostalno dopunjuju rečenice).

Potrebno je ponoviti intervale i sve pripadajuće simbole, prisjetiti se rješavanja sustava nejednadžbi i svih ostalih termina/formula koje se javljaju u ovoj cjelini.

Također je potrebno dodatno objasniti osnovni trigonometrijski identitet.

Pri objašnjenju uporabe džepnog računala ne smije se zaboraviti da će učenici s teškoćama to sporije usvajati (treba pratiti prikaz, računalo i pamtni oznake i korake), zato im treba dati više vremena i poticati ih da pitaju za bilo koji korak koji nisu shvatili. Učenici s motoričkim teškoćama i s oštećenjem vida mogu imati teškoće pri uporabi džepnog računala i zato im je potrebno osigurati potporu ili pomoć pomoćnika.

Za ovu nastavnu jedinicu treba imati na umu da s učenicima s teškoćama obrađujete samo jednostavne primjere zadataka koji su reprezentativni i koji su potrebni da bi se utvrdilo teorijsko znanje. Ne treba inzistirati na tomu da tomu da rješavaju ostale zadatke.

U pitanjima koja slijede nakon Trigonometrijske vrijednosti šiljastog kuta bilo bi dobro provjeriti jesu li potrebna dodatna objašnjenja (primjerice, zašto vrijednosti ne mogu biti negativne itd.). Sve donesene zaključke, odnose među kutovima i formule opet treba istaknuti na vidljivome mjestu učenicima s teškoćama tako da im stalno budu dostupni (prijedlog: memento). U pretvaranju minuta i sekunda u stupnjeve, i obrnuto, korake u primjeru je bolje popisati jedan ispod drugog (nakon znaka jednakosti) nego sve u jedan red. Tako će biti vizualno uočljiviji i razumljiviji.

4.4. Primjena trigonometrije na pravokutni trokut



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenome i pisanome izražavanju
- Spoznati vezu između definicija trigonometrijskih omjera i prepoznavanja elemenata različito označenih pravokutnih trokuta
- Naučiti primijeniti trigonometriju u realnim situacijama
- Učinkovito i promišljeno upotrebljavati tehnologiju za provjeru rješenja

Odgojno-obrazovni ishodi

- Iskazati trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova za različito označene pravokutne trokute
- Predložiti primjerene postupke primjene trigonometrije prema zadanim uvjetima
- Primijeniti trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova u pravokutnom trokutu pri određivanju nepoznatih veličina pravokutnog trokuta

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje

- Digitalna pismenost i sigurna uporaba IKT-a

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički, projektni rad učenika te kao radni materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

Kao **motivacijski primjer** možete iskoristiti ilustraciju na početku jedinice. Raspravite s učenicima vide li što i kako se može izračunati. Isto tako im možete zadati da sami za zadaću potraže različite ilustracije ili sami izrade fotografije na kojima oni vide pravokutne trokute. Mogu li smisliti problem u kojem ćemo znati kutove, a tražiti jednu stranicu. Kada bi nam trigonometrija mogla zatrebati? Je li nam metar, kada nešto treba odmjeriti, uvijek dovoljan?

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ponovimo

Da bismo trigonometriju pravokutnog trokuta mogli primijeniti na različito označenim pravokutnim trokutima, potrebno je dobro znati definicije trigonometrijskih omjera. Za početak pustite animaciju, a zatim zaigrajte igru kojom ćete ponoviti, ali i podignuti koncentraciju učenika. Igra se sastoji od ponavljanja definicija. Vi odredite prvog učenika i trigonometrijski omjer, on kaže prvu riječ i sljedećeg učenika, taj sljedeći ponovi prvu i doda drugu riječ definicije te odredi trećeg učenika... sve dok netko ne prekine niz ili ne dođete do kraja definicije. Probajte! Uopće nije lako. Ali bude smjeha i koncentracija je na najvišoj razini.

Određivanje trigonometrijskih omjera kod različito označenih pravokutnih trokuta

Nakon ponavljanja spremni smo za primjenu onoga što smo ponovili. Možete učenicima iz jedinice pokazati sliku i zatražiti da u bilježnicu napišu rješenja. Nakon toga im i pokažite rješenja, pa neka prekontroliraju. Zajednički utvrdite koliko su griješili. Ako je pogreška previše, iskoristite aplikaciju i još vježbajte. Možete organizirati i natjecanje po skupinama tko će brže i točnije napisati što više omjera.

Rješavanje pravokutnog trokuta

Nacrtajte pravokutan trokut sa standardnim oznakama. Što znamo o pravokutnom trokutu? Što vrijedi za stranice? Što vrijedi za kutove? Zapišimo Pitagorin poučak i zbroj dvaju kutova koji nisu pravi.

S učenicima zajednički analizirajmo sva četiri slučaja koja se mogu pojaviti. Učenicima ne treba davati gotove formule, treba ih navesti da sami zaključe za svaki slučaj i zapišu. Vježbamo na

zadanom primjeru i zadacima. Zajedno gledamo video Tonija Miluna u kojem rješava jedan zadatak. Učenici na svojim tabletima ili pametnim telefonima mogu riješiti interakciju i provjeriti koliko su shvatili gradivo.

Primjena trigonometrijskih omjera na pravokutan trokut u svakodnevnim situacijama

U uvodu smo vidjeli da se trigonometrija pojavljuje u svakodnevnim situacijama. Ipak nije baš jednostavno uočiti pravokutan trokut, dobro nacrtati skicu. Zadajte učenicima da sami definiraju kako bi riješili jedan takav problem. Na kraju ispravite njihove zapise. Dobar plan je pola posla. Učenicima predstavite navedene primjere određivanja visine oblaka i njihala (što o tome znaju iz fizike). Riješite zadatak o skijaškome dizalu.

Povijest

Tko je prvi zapisao tablice s trigonometrijskim omjerima? Neka istraže tko ih je prvi uveo u džepna računala. Donesite trigonometrijske tablice. Kako se s njima radilo? I to danas pripada povijesti.

Završetak

Kao završetak teme iskoristite astronomiju i razvoj trigonometrije. Riješite i ovaj primjer s paralaksom, a za domaću zadaću neka riješe malu provjeru na kraju.

Dodatni prijedlozi/korelacija

Za uvježbavanje se svakako preporučuje riješiti zadatke iz ovog područja s prošlih ispita Državne mature. Uz to, možete upotrijebiti sljedeće dostupne materijale:

- [Osnove trigonometrije s realnim situacijama - materijal na engleskom jeziku](#)
- [Kalkulator - za uvježbavanje i provjeru](#)
- [Primjena trigonometrije na pravokutan trokut - engleski jezik](#)
- [Kako naučiti trigonometriju?](#)
- Niz poveznica na interaktivne sadržaje možete potražiti u [OneNote metodičkom priručniku](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici koji žele znati više neka opširnije istraže problem iz [astronomije](#) te izrade prezentaciju s primjerima za cijeli razred.

Zadajte im dodatne zadatke sa [stranice](#) i neka riješe [problem](#).

Izdvojite zadatke s Državnih matura i [dodatne probleme](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima zadajte da izrade kartice s mogućim situacijama kod pravokutnog trokuta. Kartice mogu imati kod sebe pri rješavanju zadataka. Slike trokuta zumirajte tako da se svi elementi dobro vide.

Svakako iskoristite interaktivne sadržaje u [OneNote metodičkom priručniku](#).

I u ovoj cjelini treba imati na umu:

- da djeca s motoričkim teškoćama teško mogu skicirati zadatak, u takvim im je zadacima potrebno osigurati više vremena i/ili potporu pomoćnika
- da pri gledanju videozapisa i prikaza slika treba voditi računa o učenicima s oštećenjem vida (potrebno im je prilagoditi mjesto sjedenja i rasvjetu)
- da se učenicima s oštećenjem sluha pripremi predložak uz videozapis na kojem je napisan tekst koji će ostali učenici slušati
- da se učenicima s motoričkim teškoćama omogući više vremena u zadacima uparivanja te se ne smije zaboraviti da mogu imati teškoća s pokretanjem videozapisa.

U usmenoj najavi nastavne jedinice uvijek je dobro ponoviti pojmove koji će se u toj cjelini javljati. Učenicima s oštećenjem sluha uputno je dati pisani materijal s ključnim pojmovima i dijelovima nastavne jedinice.

Primjer 1. – učenicima s teškoćama treba dopustiti da imaju formule pokraj sebe (formule nisu samo izražene simbolima nego i pratećim tekstom: $\sin\alpha = \text{nasuprotna}/\text{hipotenuza}$) i dati im više vremena jer trebaju pratiti sadržaj i oznake na trokutu i zatim se vraćati na zadatak.

Rješavanje pravokutnog trokuta – u tekstu koji slijedi nakon ovog podnaslova potrebno je istaknuti ključne pojmove/izraze (Pitagorin poučak i trigonometrijske omjere zadanog kuta) kako bi bili vizualno uočljiviji. Četiri bi slučaja također bilo bolje vizualno istaknuti.

Učenici s motoričkim teškoćama te učenici s diskalkulijom trebali bi se držati samo osnovnih zadataka koji su primjeri takva četiri slučaja. U primjerima u kojima se javlja ctg^{-1} i tg^{-1} treba djecu s teškoćama podsjetiti na pravila potencija. U primjeru 2. potrebno je usmeno ponoviti računanje stupnjeva u minutama i sekundama.

Primjena u svakodnevnim situacijama (i sve što se u nastavnoj jedinici javlja nakon toga) može biti prezahtjevna djeci s teškoćama. Ne očekuje se da primjere takvih zadataka rješavaju samostalno, učenici se eventualno mogu potaknuti da se usmeno uključe dok netko drugi rješava zadatak.

4.5. Primjena trigonometrije u planimetriji



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Proširivanje znanja o trigonometriji pravokutnog trokuta
- Grafičko prikazivanje problema i prepoznavanje pravokutnog trokuta
- Primjenjivanje trigonometrijskih vrijednosti za rješavanje problema

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati pravokutne trokute u zadanom geometrijskom liku
- Prikazati problem grafički
- Predložiti primjerene postupke primjene trigonometrijskih vrijednosti šiljastog kuta prema zadanim uvjetima
- Primijeniti trigonometrijske vrijednosti šiljastog kuta pri određivanju nepoznatih veličina u zadanom geometrijskom liku

Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Samostalno učenje
- Donošenje odluka
- Suradnja
- Rješavanje problema
- Samovrednovanje

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Učenicima možete zadati da malo istraže podrijetlo trigonometrije i tko je sudjelovao u njezinu razvoju. Na početku sata neka iznesu svoja saznanja. Razgovarajte o tome kako se trigonometrija pravokutnog trokuta pojavljuje u raznim zanimanjima. Vide li oni način na koji se primjenjuje? Imamo li uvijek jasnu situaciju ili pravokutni trokut na koji možemo primijeniti trigonometrijske omjere ili ih treba pronaći? Upravo to i jest cilj lekcije – prepoznati pravokutne trokute u različitim geometrijskim likovima i trigonometrijske omjere primijeniti na pronalazak traženih veličina.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Jednakokrčan trokut

Jedan od jednostavnijih geometrijskih likova na kojima možemo primijeniti trigonometrijske omjere je jednakokrčni trokut. Spuštanjem jedne od visina dijelimo taj trokut na dva pravokutna. Jednakokrčan trokut određen je dvama svojim elementima, ostale elemente možemo izračunati. Riješite primjer. Važno je inzistirati na skici na kojoj je obvezno istaknuti poznate elemente. Neka učenici sami riješe zadatak. Slijedi BINGO. Neka učenici nacrtaju tablicu s četiri polja i upišu brojeve od 1 do 10. Zatim im napišite rješenja zadataka koje ćete im dati za rješavanje. Svako rješenje ima svoj broj, a rješenja uz brojeve upisuju u tablicu. Sada ima zadajete deset zadataka koji nisu napisani istim redom kao rješenja. Oni sami biraju redoslijed rješavanja. Sreća i znanje onome tko prvi otkrije sva četiri zadatka čija je rješenja odabrao može donijeti nagradu.

Pravokutnik, paralelogram, romb i trapez

Za početak treba ponoviti osnovna svojstva ovih geometrijskih likova kako bismo olakšali rješavanje i zaključivanje. Pogledajte video u kojem Toni Milun izvodi formulu za površinu paralelograma ako su poznate stranice i kut među stranicama. Riješite navedene zadatke i primjere. Uvježbavajte postupak prepoznavanja pravokutnog trokuta i pronalaska procedure za rad.

Za kraj

Osim u navedenim likovima, trigonometrijom se koristimo i u krugu i kružnici te u pravilnim mnogokutima. Riješite primjer sa satelitom i Zemljom. Pronađite još podataka o različitim vrstama satelita i njihovoj udaljenosti od Zemlje, primjeni i broju. Koliko ih treba? Za posljednji

zadatak ponovite poučak o središnjem i obodnom kutu. Za kraj u razredu riješite mali kviz kako bi učenici saznali koliko su zaista svladali gradivo. Zadajte zadaću proporcionalno broju grešaka.

Završetak

Na samom kraju poželjno je ponoviti sve, tj. složiti malu umnu mapu upotrebljavajući što više slika. O tome kako izraditi umne mape pogledajte na [linku](#).

Dodatni prijedlozi

Za dodatni rad koristite se materijalima sa stranica:

- [Toni Milun-primjena u planimetriji riješeni zadatci](#)
- [Primjena trigonometrije](#)
- [O trigonometriji i primjeni.](#)

Na kraju nastavne jedinice, prije rješavanja zadataka za samoprovjeru, može se provesti kviz, primjerice Kahoot kviz ili Socrative kviz, kako bi se unijelo malo dinamike i natjecateljskog duha, a ujedno ponovile osnovne činjenice. Više o kvizovima možete pročitati na [e-laboratoriju](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo istraživanje interneta i pronalaženje složenijih zadataka. Predlažemo da se pri rješavanju iskoriste zadatci koji su bili na [Državnim maturama](#) ili na [natjecanjima](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da se koristite GeoGebrom. Učenike naučite kako će se koristiti GeoGebrom za zornije predočavanje problema.

Uvodni tekst ove nastavne jedinice za djecu sa specifičnim teškoćama učenja može biti jezično zahtjevan. Treba ga usmeno objasniti i provjeriti razumijevanje svih riječi.

Jednakokrčan trokut – treba potaknuti djecu da se prisjete koji je to trokut te pojmova *krak* i *osnovica*. Pri crtanju skice u ovom, a i svakom sljedećem zadatku treba paziti da učenici s motoričkim teškoćama dobiju potporu pomoćnika. U tekstu primjera 1. zbog razlomaka treba povećati prored. Opisani koraci za rješavanje zadatka bili bi lakše razumljivi kada bi bili popisani

jedan ispod drugog (jer su vizualno uočljiviji). Također, računanje visine iz Pitagorina poučka bolje je objasniti korak po korak (dakle prvo napisati općepoznatu formulu, onda objasniti zašto sad upotrebljavamo oznaku v i tek tada izlučiti v).

Pravokutnik, paralelogram, romb i trapez – bilo bi dobro da ispod svakoga navedenoga geometrijskog lika bude i njegova „slika“ kako ga crtamo na papiru uz slike iz „stvarnog života“. Tako bi se lakše shvatile formule i definicije. Za paralelogram bi bilo dobro napisati i formulu za opseg (bez obzira na to što se iz teksta može zaključiti da je ista kao i za pravokutnik).

I u ovom poglavlju ne treba inzistirati na tomu da učenici s teškoćama rješavaju sve zadatke. Ovakvi su zadatci za učenike sa specifičnim teškoćama učenja teški jer treba upotrijebiti mnoštvo matematičkih oznaka, pratiti skicu i vraćati se na zadatak te znati i odabrati formulu. Za djecu s motoričkim teškoćama je teško skicirati zadatak i zato im treba dati više vremena i osigurati dodatnu pomoć. Od učenika se može tražiti da samostalno riješe jedan ili dva reprezentativna zadatka i da ih se više usmeno uključi u rješavanje (uz vođenje) nego da samostalno rješavaju u bilježnicu.

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Spoznavanje osnovnih matematičkih znanja o trigonometriji šiljastog kuta pravokutnog trokuta
- Povezivanje omjera stranica pravokutnog trokuta s trigonometrijskim pojmovima
- Rješavanje pravokutnog trokuta uporabom trigonometrijskih omjera
- Modeliranje problemskih situacija primjenom trigonometrije pravokutnog trokuta
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvježavanje važnosti trigonometrijskih omjera za rješavanje pravokutnog trokuta
- Istražiti i proširiti stečena znanja o trigonometriji

Odgojno-obrazovni ishodi

- Definirati trigonometrijske vrijednosti šiljastog kuta u pravokutnom trokutu i uočiti veze među njima
- Odrediti trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova od 30° , 45° i 60°
- Izračunati trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova različitih mjera
- Izračunati nepoznate veličine u pravokutnom trokutu koristeći trigonometrijske vrijednosti kutova
- Primijeniti trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova pri računanju nepoznatih veličina u geometrijskim likovima

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Provođenje zamisli i djelovanje
- Istraživačke vještine
- Interakcija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj sati: minimalno 1 sat

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadatci i primjeri koji omogućavaju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijских sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu znanja u novom kontekstu.

Uvod

U uvodnom je dijelu učenicima predstavljena uporaba trigonometrije pri mjerenju zgrada, planina, te u građevini i arhitekturi kao uvod u projektne aktivnosti koje rade sami.

Projekt

Učenicima se predlaže da sami izaberu neku građevinu u svojem životnom okruženju i pokušaju pronaći visinu građevine na nekoliko načina:

- koristeći se Talesovom metodom
- s pomoću ručno izrađenog klinometra
- s pomoću šestara, libele, infracrvene zrake i kutomjera
- s pomoću kutomjera.

Upute koje su predložene možete proširiti li zadati svoje upute. Dobro je da učenici rade u skupinama ili parovima kako bi se naučili surađivati i dijeliti poslove. Mora biti jasno da svako od njih treba napraviti jedan dio projekta i u izlaganju se to treba vidjeti.

Svakako su dobrodošle dodatne ideje o mjerenju visine.

Korelacija

Uvijek ima onih koji su više za rad uz udžbenik, Internet ili dodatnu literaturu. Njima možete zadati istraživanje vezano za trigonometriju u videoigricama, navigaciji, forenzici (mogu izmisliti slučaj koji treba riješiti i pokazati kako bi ga riješili) ili pogledati epizodu serije Zakon brojeva (matematika u službi rješavanja zločina) i poigrati se pripremljenim [radnim materijalima](#).

Eratostenov pokus

U aktivnostima je napravljena poveznica s astronomijom koju također učenici mogu provesti. Preporučuje se da provedu [Eratostenov pokus](#) kao razred ili pojedinačno.

Završni dio

U završnom dijelu je prijedlog za one koji žele znati više, a to je povezivanje trigonometrije i geometrijskih tijela kroz animaciju u 3D-u i interakciju. Učenici koji mogu i žele trebaju izvesti formule za visine piramide, visinu bočne stranice piramide, izraditi model, mjeriti kutove, računati, pa usporediti.

Matematika je svuda oko nas, pa i u Pravilnicima koji propisuju izgradnju rampi za invalide. Dan je izvadak iz Pravilnika koji učenici trebaju provjeriti u stvarnosti, mjeriti, slikati, računati i sl.

A za sam kraj slatka matematička čarolija.

Prijedloga je puno, trebate izabrati s učenicima i svaka skupina izraditi svoj mali projekt koji će izložiti.

Dodatni prijedlozi

Za dodatno uvježbavanje i razumijevanje sadržaja ovog modula predlažemo:

- [Primjena trigonometrije](#)
- [Zanimljivosti o trigonometriji](#)
- [Poslovi u kojima se koristi trigonometrija.](#)

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime ujedno od vršnjaka dobivaju povratnu informaciju o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Izmjenjuju se "obični", interaktivni te kontekstualni zadatci tako da se promjenom dinamike dulje zadržava pozornost učenika na sadržajima, čime se potiču i ustrajnost i samostalnost u radu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Uputite učenike na zadatke s natjecanja dostupne na stranicama profesorice [Antonije Horvatek](#).

Za one koji žele više tu je materijal [Kako mjeriti Zemljinu površinu](#).

Pogledajte kako se u mehanici i šumarstvu koristi trigonometrija: [Kutovi i polumjeri prohodnosti skidera s vitlom](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama predlažemo da se učenici uključe u skupine za izradu projekata te da se zadaju zadaće koje oni mogu riješiti.

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala i/ili sadržaja. Prilagodbe treba odabirati na temelju specifičnih obilježja učenika s teškoćama u razvoju ili specifičnim teškoćama učenja.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- ponoviti ili pojednostavniti upute

- jezično prilagoditi složenije zadatke
- koristiti se vizualnom podrškom: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisak, izrađivati plakate/scheme
- razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- povećati razmak između redova
- formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- omogućiti uporabu džepnog računala
- voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta s obzirom na specifičnosti učenika
- omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- uporaba različitih alata koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s teškoćama rabi asistivnu tehnologiju, potrebno ju je uvrstiti i u aktivnosti za slobodno učenje.

Pojedini postupci primjenjuju se kod određene skupine učenika s teškoćama:

- povezati zadatke sa specifičnim interesima učenika kako bi se osigurala motiviranost, najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti, koristiti se dostupnim aplikacijama (poremećaj iz spektra autizma)
- smanjiti zahtjeve za pisanje ili prepisivanje s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenucima zasićenosti, uporaba podsjetnika (poremećaj pozornosti)
- upotrijebiti font sans serif (ili Verdanu, Dyslexiu), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno u dodatnim materijalima (specifične teškoće učenja)
- predstaviti zadatak usmenim putem, omogućiti uporabu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu prema izvoru zvuka (oštećenje sluha).

U osmišljavanju prilagodbi uvijek valja raditi timski i neprestance surađivati sa stručnim timom škole, pomagačem i roditeljima. Svim je učenicima s teškoćama važno osigurati da aktivno sudjeluju u radu. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u skupinama gdje će učenik imati prigodu surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima skupine). To se može uvrstiti u aktivnosti za samostalno učenje koje su predviđene za učenike tipičnoga razvoja (npr. opisani suparnički rad u skupinama, primjerice o temi poslovi koji koriste trigonometriju).

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Spoznavanje osnovnih matematičkih znanja o trigonometriji šiljastog kuta pravokutnog trokuta
- Povezivanje omjera stranica pravokutnog trokuta s trigonometrijskim pojmovima
- Rješavanje pravokutnog trokuta uporabom trigonometrijskih omjera
- Modeliranje problemskih situacija primjenom trigonometrije pravokutnog trokuta
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti trigonometrijskih omjera za rješavanje pravokutnog trokuta

Odgojno-obrazovni ishodi

- Definirati trigonometrijske vrijednosti šiljastog kuta u pravokutnom trokutu i uočiti veze među njima
- Odrediti trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova veličina 30° , 45° i 60°
- Izračunati trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova različitih mjera
- Izračunati nepoznate veličine u pravokutnom trokutu koristeći trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova
- Primijeniti trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova pri računanju nepoznatih veličina geometrijskih likova
- Upotrijebiti trigonometrijske vrijednosti šiljastih kutova na svakodnevne problemske situacije
- Povezati matematiku s vlastitim iskustvom, drugim područjima i svakodnevnim životom u relevantnim kontekstima

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Provođenje zamisli i djelovanje
- Suradnja
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Samovrednovanje

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju 2. modula, Polinom drugog stupnja i njegov graf osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stajališta radi ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informaciju koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina kako bi pratio svoj napredak.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha takvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska (formativna), a ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućuje provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukcija, primjena i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je napisao te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama predložimo da im se predoče razni interaktivni sadržaji iz ovog modula, ali i s interneta, koji su objašnjeni u ovom [OneNote Metodičkom priručniku](#).

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predložimo samostalno istraživanje teme. Također bismo preporučili učenicima da riješe zadatke vezane za ovu temu koji su se pojavljivali na [natjecanjima](#) te one koji su bili na [Državnoj maturi](#) prijašnjih godina.

Pojmovnik

Izvor: CARNET-ova Dokumentacija za nadmetanje: NABAVA USLUGA IZRADE OTVORENIH DIGITALNIH OBRAZOVNIH SADRŽAJA

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj (cjeloviti DOS)

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj je obrazovni sadržaj u digitalnom obliku koji pokriva cjelokupni kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred. Jedan cjeloviti DOS obuhvaća cjelokupni godišnji fond školskih sati za kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred, prema postojećem nastavnom planu te dodatne sate za samostalno učenje i vrednovanje kod kuće.

Darovita djeca

Darovita djeca su ona djeca koja posjeduju sklop osobina, visoko natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visokoga stupnja kreativnosti i motivacije koji im omogućava razvijanje izvanrednih kompetencija i dosljedno postizanje izrazito natprosječnoga postignuća i/ili uratka u jednome ili u više područja. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika*, 2016.)

Digitalni obrazovni materijal

Digitalni obrazovni materijal je bilo kakav obrazovni materijal u digitalnom formatu neovisno o obliku (e-udžbenik, dio e-udžbenika, e-knjiga, cjeloviti multimedijalni materijali, obrazovna igra, digitalizirana verzija tiskanih obrazovnih materijala, on-line tečaj i dr.) i kontekstu za koji je izrađen (za primjenu u formalnom, neformalnom ili informalnom obrazovnom kontekstu).

Jedan digitalni obrazovni materijal je materijal koji sadržajno pokriva najmanje 5 nastavnih sati u potpunosti i podrazumijeva metodičko oblikovanje.

Jedan digitalni obrazovni materijal NIJE samo jedan izolirani grafički ili multimedijalni prikaz, niti prezentacija u digitalnom formatu. Nadalje, jedan digitalni obrazovni materijal NIJE tekstualni dokument (npr. word dokument) ili pdf verzija tekstualnog dokumenta koji ne podrazumijeva metodičko oblikovanje te sadržajno ne pokriva najmanje 5 nastavnih sati.

Digitalni obrazovni sadržaj (DOS)

Digitalni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu. DOS je namijenjen prvenstveno učenicima za učenje, provjeru znanja i korištenje na nastavnom satu. Sekundarno, DOS je namijenjen i učenicima za samostalno učenje i rad kod kuće te, zajedno s pripadajućim priručnikom, nastavnicima za poučavanje.

Interakcija

Interakcija je multimedijalni element ugrađen u sadržaj čija interaktivnost podrazumijeva pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa, akcije kao što su pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom komandom, obrazac za ispunjavanje, označavanje odgovora, unos teksta, formula ili audio zapisa, povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja, didaktična igra, simulacija s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima, mogućnost dobivanja povratnih informacija, interaktivna infografika, interaktivni video, žiroskopski prikaz, 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom i sl.

E-pristupačnost

E-pristupačnost je nadilaženje prepreka i poteškoća na koje osobe nailaze kada pokušavaju pristupiti proizvodima i uslugama koji se zasnivaju na informacijskim i komunikacijskim tehnologijama (Europska komisija, 2005.)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija) je uvažavanje različitosti i specifičnosti svakog pojedinca kroz odgoj i obrazovanje koji odgovara na različite odgojno-obrazovne potrebe sve djece i svih učenika, a temelji se na uključivanju i ravnopravnom sudjelovanju svih u odgojno-obrazovnom procesu. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje i prilagodbu iskustava učenja te vrednovanje postignuća djece i učenika s teškoćama*, 2016.)

Jedinica DOS-a

Jedinica DOS-a obuhvaća dio, cijelu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta metodički obrađenih tako da obuhvaćaju sadržaj učenja i poučavanja predviđen za provođenje od jednog do tri školska sata. Jedinicu DOS-a čine sljedeći obavezni dijelovi: Uvod i motivacija, Razrada sadržaja učenja i poučavanja i Završetak.

Kognitivne razine postignuća

Kognitivne razine postignuća obuhvaćaju razinu reprodukcije znanja, primjene znanja i rješavanje problema. Reprodukcijska razina znanja kao najniža kognitivna razina postignuća obuhvaća razumijevanje gradiva (imenovanje, definiranje, ponavljanje, izvješćivanje, razmatranje, prepoznavanje, izražavanje, opisivanje). Viša kognitivna razina postignuća je primjena znanja koja podrazumijeva konceptualno razumijevanje gradiva (raspravljavanje, primjena, tumačenje, prikazivanje, izvođenje, razlikovanje). Rješavanje problema je najviša kognitivna razina postignuća koja podrazumijeva sposobnost analize, sinteze i vrednovanja gradiva (uspoređivanje, razlučivanje, predlaganje, uređivanje, organiziranje, kreiranje, klasificiranje, povezivanje, prosuđivanje, izabiranje, rangiranje, procjenjivanje, vrednovanje, kombiniranje, predviđanje).

Modul DOS-a

Jedan modul DOS-a obuhvaća smisleno povezan sadržaj učenja i poučavanja koji obuhvaća određeni broj jedinica DOS-a, koje obuhvaćaju jednu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta.

Multimedijalni element

Multimedijalni element je zvučni zapis, fotografije, ilustracije, video zapis ili 2D i 3D animacije.

Nastavni sadržaj

Nastavni sadržaj je konkretna građa i zadatci (aktivnosti) za usvajanje i razvijanje odgojnih i obrazovnih znanja, vještina i navika kojima se ostvaruje određeni odgojno-obrazovni ishod ili skup odgojno-obrazovnih ishoda.

Objavljeni obrazovni sadržaj

Objavljeni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju u obrazovne svrhe objavljen u tiskanom ili digitalnom formatu uz pozitivnu stručnu recenziju ili pozitivnu evaluaciju od strane korisnika sadržaja.

Obrazovni sadržaj

Obrazovni sadržaj je sadržaj, tiskanog ili digitalnog tipa, razvijen s primarnom namjenom korištenja u obrazovne svrhe, bilo u nastavi ili izvan nje, za formalno, neformalno ili informalno obrazovanje.

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja)

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja) je jasni iskaz očekivanja od učenika (što učenici znaju, mogu učiniti i koje stavove/vrijednosti imaju razvijene) na kraju nekog dijela učenja i poučavanja. Ovisno o razini na kojoj je izražen, neki odgojno-obrazovni ishod može se odnositi na razdoblje od jednog nastavnog sata, tematske cjeline, cijele godine ili ciklusa učenja i poučavanja nekog nastavnog predmeta ili međupredmetne teme. Ishodi mogu biti određeni kao znanja, vještine i/ili stavovi/vrijednosti.

Osoba s invaliditetom

Osoba s invaliditetom je osobe koja ima dugotrajna tjelesna, mentalna, intelektualna ili osjetilna oštećenja, koja u međudjelovanju s različitim preprekama mogu sprečavati njihovo puno i učinkovito sudjelovanje u društvu na ravnopravnoj osnovi s drugima (Konvencija o pravima osoba s invaliditetom, 2006). Prema istoj konvenciji, invaliditet nije samo oštećenje koje osoba ima, nego je rezultat interakcije oštećenja osobe (koje nije samo tjelesno oštećenje kao najvidljivije) i okoline iz čega proizlazi da društvo neprilagođenošću stvara invaliditet, ali ga kroz tehničke prilagodbe prostora, osiguranje pomagala i drugih oblika podrške može i ukloniti. U kontekstu digitalnih obrazovnih sadržaja prilagodbe se odnose na primjenu principa univerzalnog dizajna i poštivanje standarda e-pristupačnosti pri izradi materijala.

Otvoreni obrazovni sadržaj

Otvoreni obrazovni sadržaj je sadržaj slobodno dostupan za korištenje, doradu i izmjenu od trećih strana bez dodatne naknade.

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja / Repozitorij digitalnih nastavnih materijala

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja/Repozitorij digitalnih nastavnih materijala je repozitorij digitalnih nastavnih materijala izrađen u sklopu pilot projekta e-Škole.

Suvremena pedagoška metoda

Suvremena pedagoška metoda je metoda koja potiče aktivan rad učenika kroz projektni i timski rad, rješavanje problema, učenje putem otkrivanja, stvaralačko učenje te poticanje kritičkog razmišljanja.

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama je daroviti učenik/dijete ili učenik/dijete s teškoćama u razvoju.

Učenici/djeca s teškoćama

Učenik/dijete s teškoćama je dijete/učenik kojemu je u odgojno-obrazovnom sustavu potrebna dodatna podrška u učenju i/ili odrastanju. Prema Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi, NN 94/13. (pročišćeni tekst) učenici s teškoćama (Članak 65.) su: – učenici s teškoćama u razvoju, – učenici s teškoćama u učenju, problemima u ponašanju i emocionalnim problemima, – učenici s teškoćama uvjetovanim odgojnim, socijalnim, ekonomskim, kulturalnim i jezičnim čimbenicima. U Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju (NN 24/15) navode se skupine vrsta teškoća: 1. Oštećenja vida, 2. Oštećenja sluha, 3. Oštećenja jezično-govorne-glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju, 4. Oštećenja organa i organskih sustava, 5. Intelektualne teškoće, 6. Poremećaji u ponašanju i oštećenja mentalnog zdravlja, 7. Postojanje više vrsta teškoća u psihofizičkom razvoju.