



Matematika

za 7. razred osnovne škole

Modul 5: Vjerojatnost slučajnog događaja

Priručnik za nastavnike



Projekt je sufinancirala Europska unija iz Europskog socijalnog fonda.

Više informacija o fondovima EU-a možete pronaći na internetskim stranicama Ministarstva regionalnoga razvoja i fondova Europske unije: www.strukturfondovi.hr

Ovaj priručnik izrađen je radi podizanja digitalne kompetencije korisnika u sklopu projekta e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot-projekt), koji sufinancira Europska unija iz europskih strukturnih i investicijskih fondova. Nositelj projekta je Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET. Sadržaj publikacije isključiva je odgovornost Hrvatske akademske i istraživačke mreže – CARNET.

Impresum

Ključni stručnjaci:

Autori:

Maja Balat, Minja Stepić

Urednica:

Štefica Dumančić Poljski

**Stručnjak za dizajn odgojno-obrazovnog procesa
ili metodičko oblikovanje nastavnih sadržaja:**

Toni Milun

**Stručnjak za dizajn i izradu digitalnih
sadržaja te dizajn korisničkog sučelja:**
Željka Car

Neključni stručnjaci:

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje:

Jasmina Ivšac Pavliša, Maja Peretić

Stručnjak za pristupačnost:

Vedran Podobnik

Recenzenti:**Recenzent za metodičko oblikovanje sadržaja:**

Ljerka Jukić Matić

Recenzent za inkluzivnu prilagodbu sadržaja:

Katarina Pavičić Dokoza

Izdanje:

1. izdanje

Lektorica:

Snježana Ercegovac

Priprema i prijelom:

Algebra d.o.o.

Podizvoditelj:

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu

Naručitelj i nakladnik:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža CARNET

Mjesto izdanja:

Zagreb

Više informacija:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET

Josipa Marohnića 5, 10000 Zagreb

tel.: +385 1 6661 500

www.carnet.hr



Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom

[Creative Commons Imenovanje -Nekomercijalno-Dijeli 3.0 Hrvatska.](http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/hr/)

Sadržaj

Impresum	3
Uvodni dio priručnika	6
Kako koristiti priručnik	6
Što je DOS?.....	18
Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS.....	24
Didaktička uloga multimedijskih i interaktivnih elemenata DOS-a.....	25
Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima	27
Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS	29
Suvremene nastavne metode i DOS	31
Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama.....	32
Modul 5: Vjerojatnost slučajnog događaja	34
Ciljevi, ishodi, kompetencije	34
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula	34
Digitalni alati i dodatni sadržaji	35
5.1. Pojam vjerojatnosti slučajnog događaja	37
Ciljevi, ishodi, kompetencije	37
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice.....	38
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	40
5.2. Računanje vjerojatnosti slučajnog događaja	42
Ciljevi, ishodi, kompetencije	42
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice.....	43
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	44
5.3. Primjena vjerojatnosti slučajnog događaja	46
Ciljevi, ishodi, kompetencije	46
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice.....	47
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	49
Aktivnosti za samostalno učenje	51
Ciljevi, ishodi, kompetencije	51

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice.....	51
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	54
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.....	56
Ciljevi, ishodi, kompetencije	56
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice.....	56
Pojmovnik.....	58

Uvodni dio priručnika

Kako koristiti priručnik

Priručnik za primjenu DOS-a je prateći materijal uz digitalne obrazovne sadržaje (DOS) iz matematike za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred opće gimnazije (Matematika 7, Matematika 8, Matematika 1 i Matematika 2).

Sastoji se od dva bitno različita dijela: općeg dijela i dijela namijenjenog određenom razredu.

Prvi dio priručnika (prvih 7 poglavlja) priručnika daje uvod o digitalnim obrazovnim sadržajima i njihovoj ulozi u suvremenim metodama poučavanja. Ovaj dio je identičan za sve razrede.

Drugi dio priručnika daje preporuke nastavnicima za korištenje konkretnih jedinica DOS-a i multimedijalnih elemenata u odgojno-obrazovnom procesu, navodi dodatne digitalne alate i sadržaje koji će doprinijeti ostvarivanju odgojno-obrazovnih ishoda te daje smjernice i sadržaje za rad s učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (inkluzija).

Priručnik je dostupan u tri formata: PDF, ePub (format za elektroničke knjige, može se preuzeti i čitati na računalima i mobilnim uređajima) i OneNote (Microsoft OneNote 2016, digitalna bilježnica koja omogućuje na jednom mjestu održavanje bilješki i informacija s dodatnim prednostima; mogućnosti naprednog pretraživanja i umetanja multimedije).

U prvom poglavlju, koje je upravo pred Vama, navedene su upute kako koristiti priručnik na primjeru OneNote inačice.

OneNote inačica priručnika

Osnovne značajke OneNote-a su:

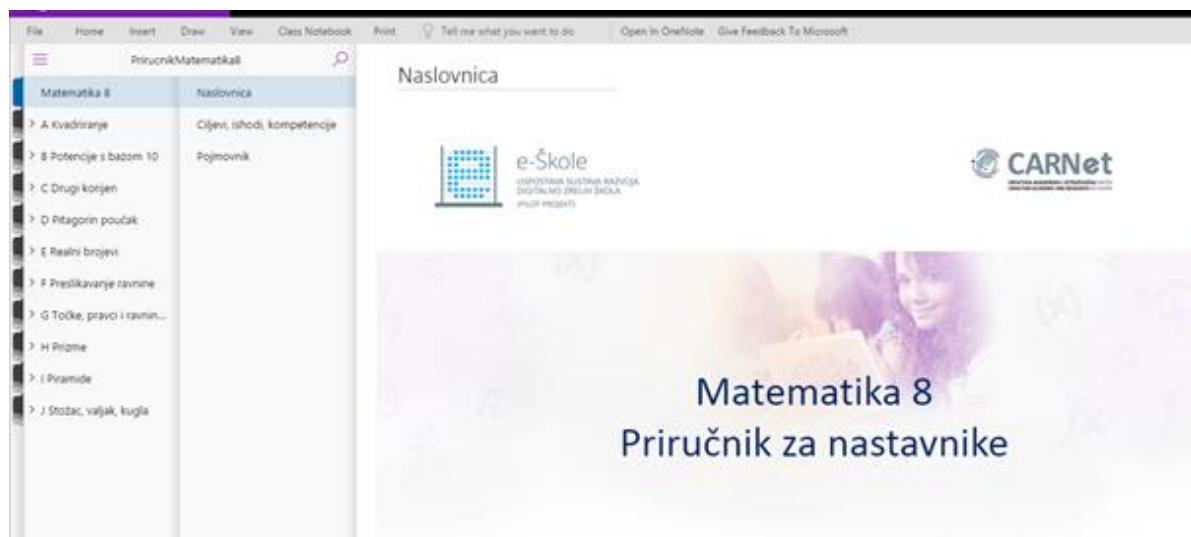
- automatsko spremanje
- mogućnost pisanja na proizvolnjom mjestu svake stranice
- mogućnost ubacivanja svih vrsta sadržaja, dokumenata i poveznica
- mogućnost reorganiziranja i ponovnog korištenja stranica i odjeljaka
- pripadni moći alati za označavanje i pretraživanje
- mogućnost spremanja poveznice na originalne sadržaje prilikom kopiranja
- brzo i pregledno kretanje kroz pojedine dijelove dokumenta.

OneNote inačica priručnika sadrži sve što i pdf inačica te dodatne stranice „Pomoći interaktivni sadržaji“ na kojima su interaktivni i multimedijiški sadržaji umetnuti u OneNote. Tako pripremljene sadržaje učitelji i nastavnici mogu lako koristiti za nastavu te prema potrebi mijenjati i prilagoditi svojim potrebama.

U OneNote priručniku sadržaji su grupirani u odjeljke, sekcije i stranice unutar sekcija. Početni odjeljci sadrže poglavlja prvog, općeg dijela priručnika. Slijede odjeljci koji se odnose na

konkretni DOS. Svaki DOS podijeljen je na module, a moduli na jedinice, što je detaljno opisano u sljedećem poglavlju.

Sadržaji koji se odnose na module konkretnog DOS-a nalaze se na stranicama odjeljka s naslovom modula, a sadržaji na razini jedinice se nalaze na stranicama sekcijskih naslovnica. Moduli su označeni slovima A, B, C, ..., a jedinice brojevima 1.1, 1.2 itd.



Odjeljci i sekcije

Stranice

Sadržaj stranice

Uvodni odjeljak (na slikama to je prvi odjeljak Matematika 8) ima stranice:

- **Naslovnica**
- **Ciljevi, ishodi, kompetencije**

Ovdje su navedeni ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini cijelog DOS-a prema kojima je izrađen DOS.
- **Pojmovnik**

U priručniku se nalazi pojmovnik ključnih pojmoveva prenesen iz konkretnog DOS-a.

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Matematika 8

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
 - Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izrađavanju te u različitim okruženjima
 - Rješavanje problemskih situacija
 - Upotrebljavanje matematičkog načina rasudavanja te kritičkog promišljanja
 - Utinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
 - Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te poptivnog odnosa prema matematici i radu općenito
 - Osjećavanje važnosti matematike i prepoznavanje njenе uloge u svakodnevnom životu

Odgojno-obrazovni ishodi

- Primjeniti kvadriranje i korjenovanje pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
 - Primjeniti potenciranje s bazom 10 pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
 - Primjeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
 - Primjeniti realne brojeve pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života
 - Primjeniti preslikavanja ravnine
 - Prepozнатi prostorne oblike u jednostavnim situacijama izvan matematičkog konteksta Koristi se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
 - Koristi se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
 - Rješiti problem iz matematike i svakodnevnog konteksta koristeći se mjerivim obilježjima geometrijskih tijela

Generičke kompetencije

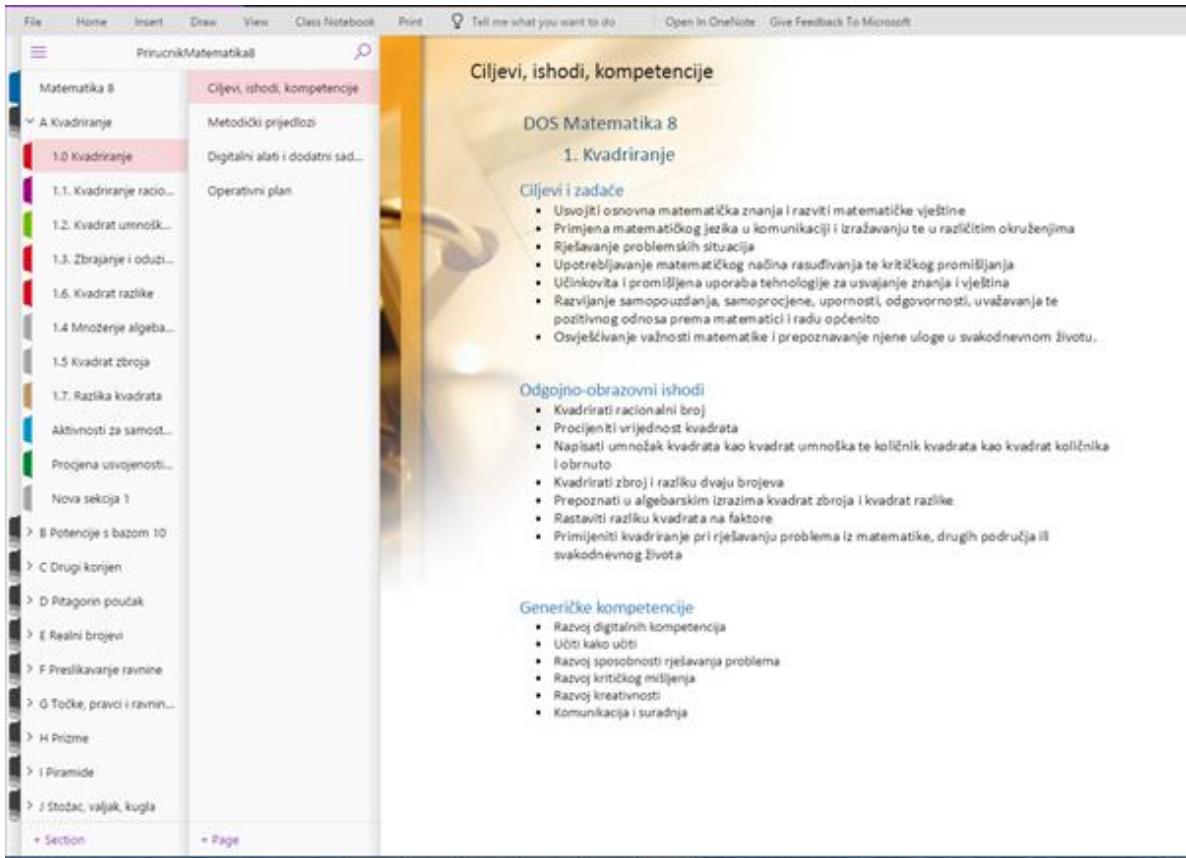
- Rješavanje problema
 - Donošenje odluka
 - Metakognicija
 - Suradnja
 - Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
 - Aktivno građanstvo

Slijede odjeljci koje obrađuju pojedine module (označeni slovima A, B, C ...). Svaki modul ima uvodnu sekciju (1.0. u modulu A, 2.0. u modulu B ...) i sekcije po jedinicama (1.1., 1.2. ... u modulu A; 2.1., 2.2. u modulu B itd.)

Uvodna sekcija svakog modula sadrži sljedeće stranice (na ilustracijama koje slijede to je modul *A Kvadriranje*):

CILJEVI, ISHODI, KOMPETENCIJE

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini modula.



Ciljevi, ishodi, kompetencije

DOS Matematika 8

1. Kvadriranje

Ciljevi i zadaće

- Usoviti i osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasudjivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovitija i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvježavanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

Odgojno-obrazovni ishodi

- Kvadrirati racionalni broj
- Procijeniti vrijednost kvadrata
- Napisati umnošak kvadrata kao kvadrat umnoška te količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto
- Kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva
- Prepoznati u algebarskim izrazima kvadrat zbroja i kvadrat razlike
- Rastaviti razliku kvadrata na faktore
- Primijeniti kvadriranje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

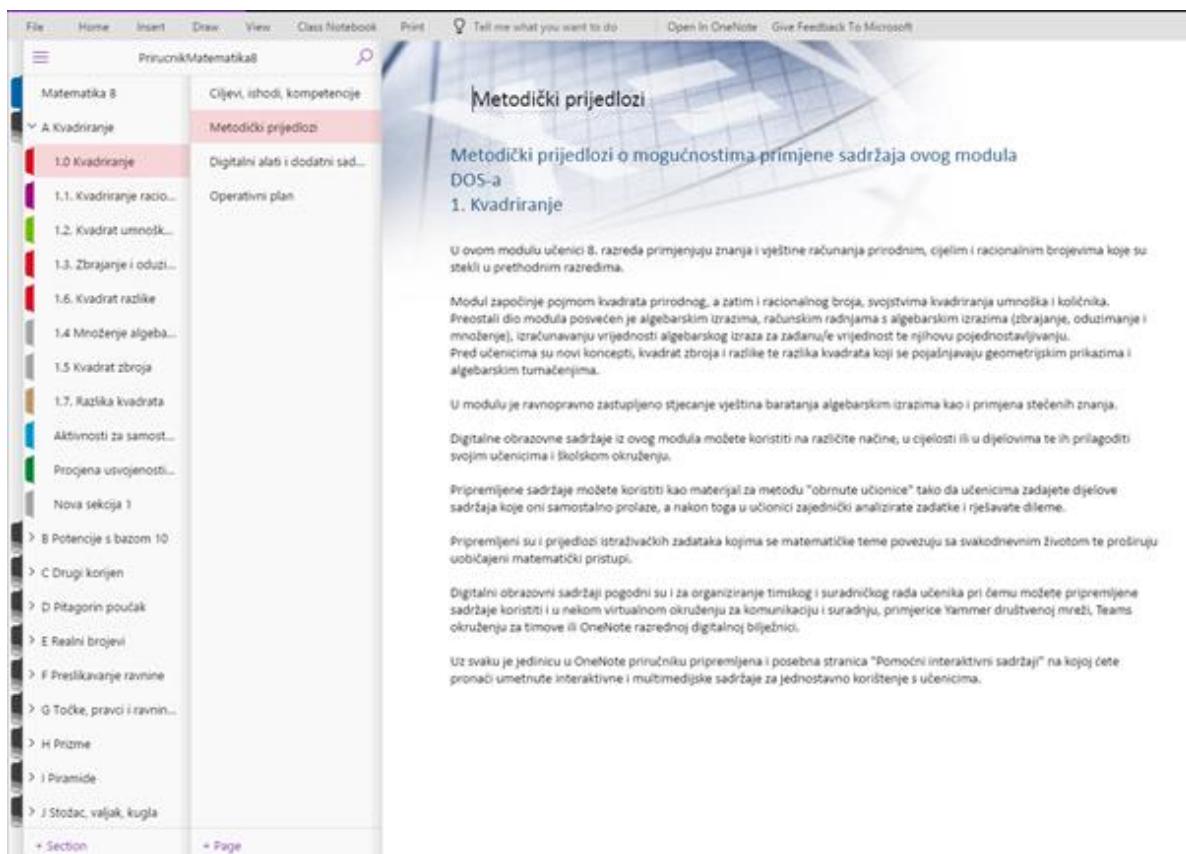
Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

METODIČKI PRIJEDLOZI

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula. To je sažetak metodičkih prijedloga za korištenje jedinica ovog modula, odnosno preporuke koje su primjenljive na sve jedinice.

Neki metodički prijedlozi i preporuke identični su u više modula, no ta ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se isti u još nekom drugom modulu.



DIGITALNI ALATI I DODATNI SADRŽAJI

Informacije na ovoj stranici podijeljene su u tri grupe.

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

- Navedeni su digitalni alati koji su preporučeni u priručniku za korištenje u ovom modulu, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute.
- Većina preporučenih digitalnih alata spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

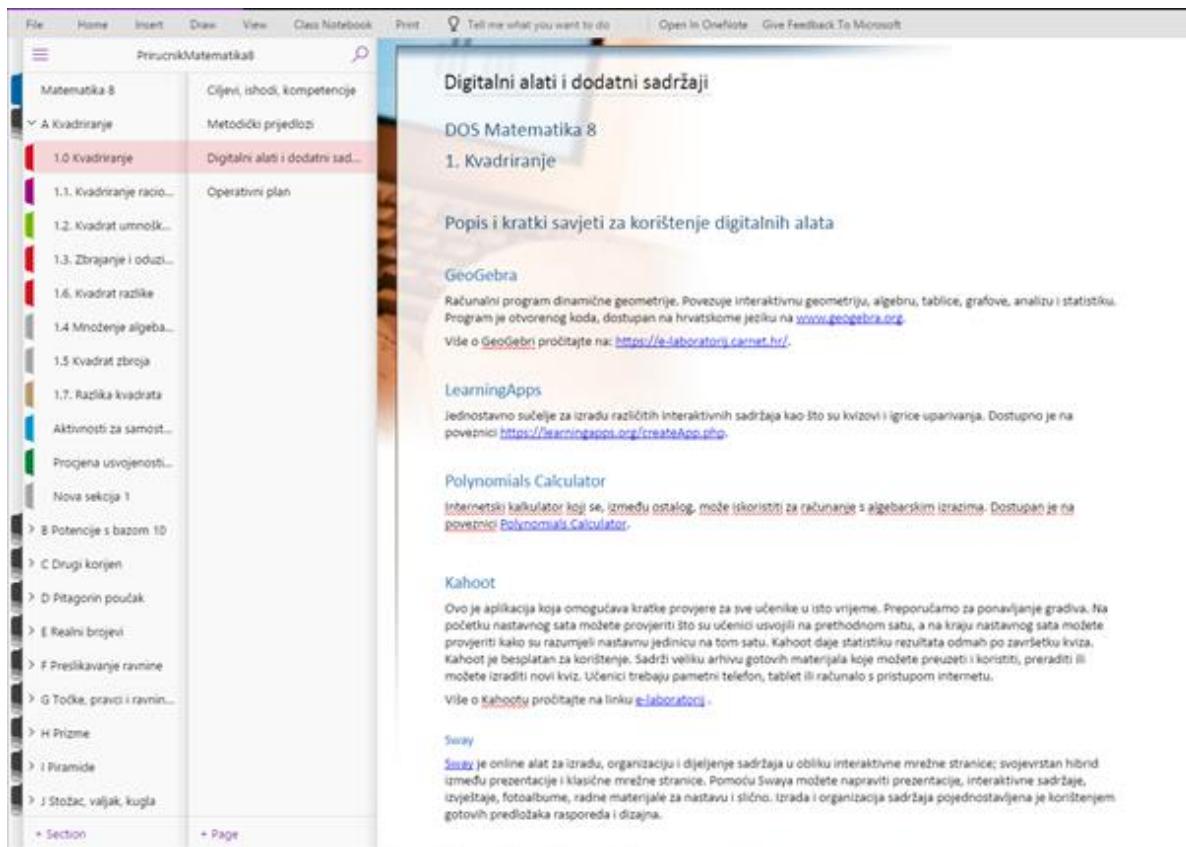
Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

- Navedene su poveznice na sve sadržaje predložene u jedinicama modula kao pomoć u izvođenju nastave. Tako ih nastavnici mogu naći na jednom mjestu.

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnike

- Ovdje su predloženi izvori na kojima nastavnici sami mogu pronaći i odabrati sadržaje koji im mogu pomoći u izvođenju nastave. To su interaktivni sadržaji (animacije, simulacije...), video materijali, izvori na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te također stručni članci vezani uz područje matematike koje obrađuje modul.
- Veliki broj navedenih izvora spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul

sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.



Digitalni alati i dodatni sadržaji

DOS Matematika 8

1. Kvadriranje

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

GeoGebra

Računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorenog koda, dostupan na hrvatskome jeziku na www.geogebra.org.
Više o **GeoGebri** pročitajte na: <https://elaboratori.carnet.hr/>.

LearningApps

Jednostavno sručje za izradu različitih interaktivnih sadržaja kao što su kvizovi i igre uparanja. Dostupno je na [poveznici](https://learningapps.org/createApp.php) <https://learningapps.org/createApp.php>.

Polynomials Calculator

Internetski kalkulator koji se, između ostalog, može koristiti za računanje s algebračkim izrazima. Dostupan je na [poveznici](https://polynomialcalculator.com) [PolynomialCalculator](https://polynomialcalculator.com).

Kahoot

Ovo je aplikacija koja omogućava kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučamo za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah po završetku kviza. Kahoot je besplatan za korištenje. Sadrži veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i koristiti, preraditi ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.
Više o **Kahootu** pročitajte na linku [elaboratori](https://elaboratori.carnet.hr/).

Sway

Sway je online alat za izradu, organizaciju i dijeljenje sadržaja u obliku interaktivne mrežne stranice; svojevrstan hibrid između prezentacija i klasične mrežne stranice. Pomoći **Swayu** možete napraviti prezentacije, interaktivne sadržaje, izvještaje, fotoalbume, radne materijale za nastavu i slično. Izrada i organizacija sadržaja pojednostavljena je korištenjem gotovih predlošaka rasporeda i dizajna.

OPERATIVNI PLAN

To je popis jedinica unutar modula s predviđenim brojem sati za njihovu obradu.

Operativni plan

9. svibnja 2017. 19:20

DOS Matematika 8

1. Kvadriranje

Modul	Jedinica DOS-a	Broj sati
1. Kvadriranje	1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva	3
	1.2. Kvadriranje umnoška i količnika	2
	1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	2
	1.4. Množenje algebarskih izraza	2
	1.5. Kvadrat zbroja	2
	1.6. Kvadrat razlike	2
	1.7. Razlika kvadrata	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

Sekcije uz svaku jedinicu modula (na ilustracijama to je jedinica *1.1 Kvadriranje racionalnih brojeva*) sadrže sljedeće stranice:

CILJEVI, ISHODI, KOMPETENCIJE

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije za konkretnu jedinicu. Prema njima je izrađen sadržaj jedinice.

METODIČKI PRIJEDLOZI

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja konkretne jedinice. Oni nisu pripreme za nastavni za nastavni sat već prijedlozi nastavniku koje dijelove sadržaja može i na koji način koristiti u nastavi.

POMOĆNI INTERAKTIVNI SADRŽAJI

Ovdje su interaktivni, multimedijijski sadržaji umetnuti u OneNote.

Sekcija "Metodički prijedlozi" podijeljena je na dva dijela:

(a) Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Započinje s općim uputama vezanim uz različite svrhe primjene jedinice (npr. obrada, ponavljanje ...), odnos prema ostalim jedinicama modula i eventualnu vezu s drugim modulima. Navedena je i preporuka koji se oblici učenja i poučavanja mogu primjeniti pri korištenju sadržaja jedinice.

Slijede prijedlozi primjene sadržaja jedinice:

- Uvod i motivacija
- Razrada sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak.

Ova podjela prati strukturu korištenu u DOS-u i tim redoslijedom izdvojeni su dijelovi sadržaja koje je pogodno koristiti u nastavi. Redoslijed nije sugestija organizacije nastavnog sata. Cjelovito osmišljavanje i priprema izvođenja nastave prepušteni su nastavniku, kao i izbor mjesta na kojima će uklopiti sadržaje jedinice DOS-a.

- Dodatni prijedlozi

Ovdje su navedeni dodatni prijedlozi koji mogu pomoći nastavniku u ostvarenju odgojno-obrazovnih ishoda predviđenih u jedinici. To su poveznice na digitalne sadržaje, ukazivanje na neka alternativna metodička rješenja i sl.

(b) Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

- Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Svaka jedinica sadrži dijelove koji po složenosti ili sadržaju izlaze izvan okvira programa. Oni su na ovom mjestu u priručniku istaknuti, kao i prijedlozi nastavniku kako organizirati njihovo izvođenje i prezentaciju rezultata. Ponekad su u priručniku navedeni i prijedlozi zadatka/aktivnosti koji se ne nalaze u jedinici.

Aktivnosti za učenike koji žele znati više i za darovite učenike birane su kao projektni zadaci ili dodatne teme za samostalno istraživanje. Mogu se provoditi samostalno ili u manjim skupinama.

- Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje razradili su prijedloge i smjernice nastavnicima za svaku jedinicu.

File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open In OneNote Give Feedback To Microsoft

Priručnik Matematika 8

- A Kvadriranje**
 - 1.0 Kvadriranje**
 - 1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva**
 - 1.2. Kvadrat umnoška
 - 1.3. Zbrajanje i oduzimanje kvadrata
 - 1.6. Kvadrat radikala
 - 1.4 Množenje algebarskih izraza
 - 1.5 Kvadrat zbroja
 - 1.7. Radikla kvadrata
- Aktivnosti za samostudente
- Procjena uvojenosti
- Nova sekcija 1
- B Potencije s bazom 10
- C Drugi korijen
- D Pitagorin poučak
- E Realni brojevi
- F Prelikavanje ravnine
- G Točke, pravci i ravnine
- H Prizme
- I Piramide
- J Stotić, valjak, kugla

File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open In OneNote Give Feedback To Microsoft

Metodički prijedlozi

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

1. Kvadriranje

1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Planirani broj nastavnih sati: 3 sata

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica podnje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrađa sadržaj učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za motivaciju je izabran koncept površine kvadrata s duljinama stranica koje su prirodni brojevi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kvadrat prirodnog broja

Motivacijski je primjer poslužio za uvođenje pojma **kvadrata prirodnog broja**. Nakon toga je definiran kvadrat nule, kvadrat nule može se objasniti kao kvadrat kojem je stranica duljine nula pa je i površina takva kvadrata jednaka nuli.

U nekoliko uvođnih primjera istaknute su važne činjenice o kvadratu prirodnog broja:

- Kvadrat je prirodnog broja prirodnji broj.
- Od dva prirodnih broja veći kvadrat ima-onaj koji je veći.
- Postupak je kvadriranje broja različit od postupka množenja broja s dva.

Kvadrat racionalnog broja

Interaktivnim predloškom učenik istražuje postojanje kvadrata racionalnih brojeva.

To čini postupac: prirodni brojevi s nulom, negativni cijeli brojevi, racionalni brojevi decimalnog zapisa, racionalni brojevi zapisa u obliku pravog razlomka.

Važni su naglašeni u ovome dijelu na sljedećem:

- zapis kvadrata racionalnog broja - upotreba zagrade za kvadriranje negativnih brojeva i razlomaka
- definicija kvadrata racionalnog broja
- kvadrat racionalnog broja veći ili jednak nuli
- jednakost kvadrata suprotnih racionalnih brojeva.

Važnost zagrade i upotreba zagrade

Istaknuta je i važnost **upotrebe zagrade** te njihov utjecaj na rezultat. Učenik to može provjeriti zadatima u kojima su zadani razni položaji zagrade u odnosu na kvadriranje. Očekuje se da će učenik prvo rješiti zadatak, a tek potom odgovoriti. Dva su tipa zadataka: točno/netočno i uparanje.

Djelepno računanje

Kako bi se učenici znali služiti djelepim računalom pri izračunavanju ili projektni izračuna, ponuđena je 2D animacija koja im to pokazuje. Kvadrati mogu na dva načina, množenjem broja sa samim sobom ili koritenjem tipke \times^2 .

Procjena izmoga kvadrata racionalnog broja

Istraživanjem niza zadanih kvadrata pozitivnih racionalnih brojeva učeno je ponašanje kvadrata brojeva većih od jednog cijelog i onih između nula i jedan.

Za pozitivne racionalne brojeve veće od jednog cijelog, zadan je problem iz svakodnevice – *Teplih za dječju sobu*.

Jedan je od važnih koraka privlačenja koncepta kvadrata racionalnog broja sposobnost smislenje procjene kvadrata racionalnog broja. Procjena je uvedena primjerom Ponirobiti. Rješavanjem primjera pokazuje se postupak provođenja misaone ili računske procjene. Procjena, pomoći najbolje ponuđene, učenik može vježbati u iznim zadatku višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom.

Kvadrat mješovitog broja

Poseban je primjer zadani za određivanje kvadrata mješovitog broja uz određivanje približne vrijednosti.

Istraživanje kvadrata prirodnih brojeva

Kako bi se otkrilo je li neki prirodnji broj kvadrat, treba koristiti postupak rastavljanja na proste faktore.

Dana su dva tipa zadataka: višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i točno/netočno. Očekuje se da će učenik prvo rješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek potom odgovoriti.

Važno je, takođe, snalažljivo ili misaono određivanje kvadrata nekih racionalnih brojeva pomicanjem decimalnog zareza.

Za uvođenje mješavog računanja nekih racionalnih brojeva, ponuđena su četiri zadatka.

Praćenje izmjenjivanje mjernih jedinica za površinu

Od ključne je važnosti povezati kvadriranje racionalnih brojeva sa mješavim/snalažljivim računanjem s preračunavanjem kvadratnih mjernih jedinica. Trina je primjera uz slikovnu podršku predstavljeno kako preračunavati kvadratne mjerne jedinice:

- iz veće kvadratne mjerne jedinice u manju
- iz manje kvadratne mjerne jedinice u veću.

U nizu zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom učenici mogu vježbati preračunavanje.

Redoslijed računske operacija

Kako je kvadriranje računska radnja trećeg stupnja, potrebno je opisati redoslijed računske operacija u zadatcima u kojima se pojavljuje kvadriranje, množenje/dijeljenje i zbrajanje/oduzimanje racionalnih brojeva.

Za uvođenje računa izraza s kvadriranjem, množenjem/dijeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva osmisljena je zabavna aplikacija na poveznici [Kvadrat.brga](#). Kad učenik točno rješava zadatke, otvara se sličica. Očekuje se da će učenik prvo rješiti zadatci, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti.

Osim te aplikacije, zadana su još dva zadatka uparanja za izračunavanje računskih izraza s kvadratinima.

Primjena

Dva primjera, od kojih jedan koristi 2D animaciju za objašnjenje postupka rješavanja, uvođe učenika u niz zadatka primjene naučenog za rješavanje problemskih situacija iz matematike ili svakodnevice.

Ponuđeni su i posebno označeni zadaci **korelacijski**, koji u sebi sadrže i ishod primjene postotnog računa.

Zanimljivost

Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost vezana za šahovska polja** i primjer postolja šahovske figure pjesaka. Ta je zanimljivost iskoristena i za zadatak. Zadatak može biti osmisljen i kao projektni i nagradni zadatak za učenike.

Matematika 7 / Uvodni dio priručnika
Priručnik za nastavnike

15

Priručnik Matematika

Matematika 8

A. Kvadriranje

- 1.0 Kvadriranje
- 1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva
- 1.2. Kvadrat umnoška
- 1.3. Zbrajanje i oduzimanje kvadrata
- 1.6. Kvadrat razlike
- 1.4. Množenje algebarskih izraza
- 1.5. Kvadrat zbroja
- 1.7. Radika kvadrata
- Aktivnosti za samostudij
- Procjena usvojenosti
- Nova sekcija 1
- > B Potencije s bazom 10
- > C Drugi korijen
- > D Pitagorin poučak
- > E Realni brojevi
- > F Prelikavanje ravnine
- > G Točke, pravci i ravnine
- > H Prizme
- > I Pramide
- > J Strošac, valjak, kugla

Metodički prijedlozi

Pomoći interaktivni sadržaji...

Zanimljivost
Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost** vezana za lajkovska polja i promjer postolja lajkovske figure pjeslaka. Ta je zanimljivost iskoristena i za zadatak. Zadatak može biti osmislijen i kao projektni i nagradni zadatak za učenike.

Zavjetak
U završnom je dijelu dan ovaj na najvažnije ishode koje je učenik trebao ostvariti u ovoj jedinici.

Dodatni prijedlozi

- Motivacijski primer može biti ideja za školsko projekt Matematika u školskom vrtu. Pritom kvadrati ne moraju biti jedan izvan drugog već jedan unutar drugog. Svaki razred može u svom dijelu zasadići cvijeće, ljevkovo bilje, itd.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

Pet načina za izračun kvadrata dvoznamenastog broja:
<http://mathseivation.com/methods-to-square-two-digit-numbers-in-seconds/>

Kako izračunati kvadrate velikih brojeva:
<http://wildeaboutmath.com/2007/11/04/how-to-square-large-numbers-quickly-part-1/>

Metode starih Veda za mentalno računanje kvadrata brojeva:
<https://brilliant.org/discussions/thread/vedic-maths-trick-to-find-squares-of-numbers-2/>

Priručnik Matematika

Matematika 8

A. Kvadriranje

- 1.0 Kvadriranje
- 1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva
- 1.2. Kvadrat umnoška
- 1.3. Zbrajanje i oduzimanje kvadrata
- 1.6. Kvadrat razlike
- 1.4. Množenje algebarskih izraza
- 1.5. Kvadrat zbroja
- 1.7. Radika kvadrata
- Aktivnosti za samostudij
- Procjena usvojenosti
- Nova sekcija 1
- > B Potencije s bazom 10
- > C Drugi korijen
- > D Pitagorin poučak
- > E Realni brojevi
- > F Prelikavanje ravnine
- > G Točke, pravci i ravnine
- > H Prizme
- > I Pramide
- > J Strošac, valjak, kugla

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako sile sadržaje ove jedinice prilagoditi učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da učenici koriste konkretnie didaktičke materijale, direktno računalno i sliko. Neka kvadriraju samo prirodne brojeve i taj kvadrat i prikazuju slaganjem konkreta u obliku kvadrata.

Razumljiva igra:
<https://sites.google.com/site/jensukovicamatematika/9-zajednic-8-kvadriranje-igra>
<https://www.mathlearningcenter.org/web-access/genbauer/>
<https://www.mathsforfun.com/square-root.html>

Za učenike s otjecenjem vrsti preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klipku s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagaju koja učenici oklađuju rad ustanu valja koristiti (tablica, billo, čitaci ekran, rdj.). U scenariju valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapisi kao što su videozapisi koji je dobiti unaprijed napisati i/ili poprimiti uzmend ili predložicima s kratkim uputom na što učenik valja unutrišnjost tijekom gledanja videouru.

Za učenike s otjecenjem slaha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će prati ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videocazisa u okviru koje se također sajavajući pripremi predizak na kojem se nalazi tekst koji će ostati učenici slušati. Potrebno je uvesti u obzir da će učenici s otjecenjem slaha imati teškoću s razumevanjem definicija i upute zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama učenja.

Za učenike s poremećajima glasovno-jezične-govorne komunikacije nije potrebno prilagodavati nastavne materijale ni pojednostavljivati zadatke. Važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom.

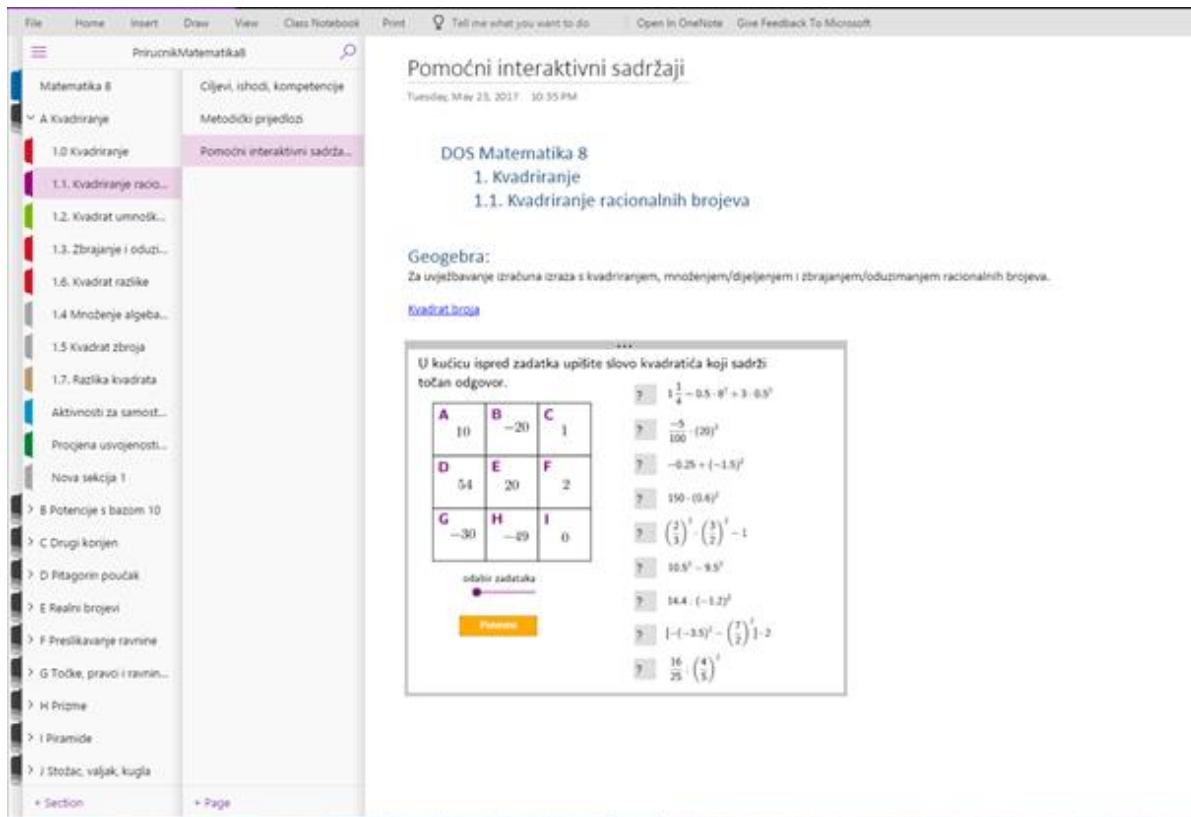
Za učenike s motoričkim teškoćama preporuča se prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenici školju. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može rješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava tri zadatka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usmjereni i uspešni odgojno-obrazovni ishod. U radu s učenikom valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće vidjeti, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatak valja razvijati na manje korake i usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videocazisa. Učenici s intelektualnim teškoćama mogli bi dobiti prvi ihod učenja ove jedinice uz koristenje djelepog radnicala, te četvrti ihod – primjenu kvadriranje racionalnih brojeva pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Kad god je to moguće, zadatci valja poprimiti vizuelnim podsticima, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simboli je moguće preuzeti iz nekomeđunarodne galerije simbola: <http://www.iconspedia.org/>

Za učenike s poremećajima glasovno-jezične-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno micanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani putopis. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i način odgovaranja uzmend putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te u potpunosti jedan od ponudjenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala sajavajući povezati radnacki između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podebljanim fontom. Valja voditi računa da im se pojednostavljene sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). U istaknutoj definiciji kvadriranje potrebno je malinski efekt održati. Dopustiti im koristenje djelepog radnicala pri rješavanju zadataka.

Za učenike s poremećajima u ponašanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice valja ponavljati učenika za sva primjenjena ponavljanja, ali ga ne treba kritizirati i usporavati s drugima ako je došlo do neprimjerjenih ponavljanja.

Interaktivni sadržaji koji su umetnuti u OneNote navedeni su kao poveznice u popisu "Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS".



Pomoćni interaktivni sadržaji

Tuesday, May 23, 2017 10:55 PM

DOS Matematika 8

1. Kvadriranje

1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Geogebra:

Za uvećavanje izračuna izraza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva.

Kvadrat broja

U kućištu ispred zadatka upišite slovo kvadratiča koji sadrži točan odgovor.

A	B	C
10	-20	1
D	E	F
54	20	2
G	H	I
-30	-49	0

odabir zadatka

Rešenje

- $\frac{1}{4} - 0,5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 0,5^2$
- $\frac{-5}{100} \cdot (29)^2$
- $-6,25 + (-1,5)^2$
- $150 \cdot (0,4)^2$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1$
- $10 \cdot 5^2 - 9 \cdot 5^2$
- $14,4 \cdot (-1,2)^2$
- $[-(-3,5)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)] \cdot 2$
- $\frac{16}{25} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2$

Opisani sadržaji identični su onima koji se nalaze u pdf inačici priručnika, razlika je djelomično u njihovom rasporedu.

Ukoliko vam treba pomoći u snalaženju s OneNoteom možete pročitati i ove kratke upute.



Hrvatski-ONENOTE
2016 WIN QUICK STA

Što je DOS?

Što je DOS?

Pojam "digitalni obrazovni sadržaj" (DOS) je naziv za sadržaj namijenjen korištenju u obrazovanju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni u sklopu pilot projekta e-Škole namijenjeni su učenicima za samostalno učenje i samoprocijenu kod kuće i na nastavnom satu. Nastavnik će koristiti DOS zajedno s priručnikom kako bi obogatio svoj način poučavanja i primjenom novih strategija i metoda učeniku omogućio aktivno učenje.

Cilj DOS-a je poticati kod učenika aktivno učenje na inovativan, učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Nastavniku pak DOS omogućava ostvarivanje definiranih odgojno-obrazovnih ishoda uz primjenu raznolikih strategija, pristupa i metoda poučavanja.

U DOS-u su korištene sve prednosti digitalnih tehnologija poput interaktivnosti, nelinearnosti, multimedijalnosti, modularnosti i prilagodljivosti.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Struktura DOS-a

Digitalni obrazovni sadržaji iz matematike pokrivaju cjelokupni opseg trenutačno važećeg kurikuluma/nastavnog programa određenog razreda i obuhvaća ukupni godišnji fond školskih sati predviđenih za matematiku.

Svaki DOS je podijeljen na jedinstvene samostalne cjeline – module (po deset u svakom razredu). Moduli koji čine cjeloviti DOS realizirani su kao zasebni paketi sadržaja koje je, osim kao dio cjelovitog DOS-a, moguće koristiti neovisno o drugim modulima istog DOS-a.

Svaki modul se sastoji od nekoliko jedinica, a svaka jedinica obuhvaća sadržaj učenja i poučavanja za čije provođenje je predviđeno jedan do tri školska sata. Jedinice su međusobno povezane i nadovezuju se jedna na drugu. Odabrani redoslijed jedinica je prijedlog autora, no ponekad su moguća i drugačija rješenja.

Jedinice kao dio modula

Svaka jedinica ima sljedeće dijelove:

- uvod i motivaciju: Na početku...
- razradu sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak: ...i na kraju.

Na početku su navedeni odgojno-obrazovni ishodi za tu jedinicu DOS-a.

ŠTO ĆU NAUČITI?

Matematika 1 > Brojevi > 1.1. Skupovi

1.1. Skupovi

Europska unija
Zajedno do fondova EU

ŠTO ĆU NAUČITI?

- ✓ Definirati osnovne računske radnje sa skupovima
- ✓ Provesti osnovne računske radnje sa skupovima
- ✓ Rabiti matematički jezik vezan za skupove
- ✓ Riješiti jednostavnije problemske zadatke sa skupovima

Uvod i motivacija



Jedinice započinju motivacijskim primjerom.

Na početku...

Obujam jedne Kuće-kocke u Rotterdamu je 422 m^3 . Kolika je duljina plošne dijagonale?



Kubuswoningen, Rotterdam

Označimo duljinu stranice kocke s a . Obujam kocke je $V = a^3$.

Plošna dijagonala je $d = a\sqrt{2} = \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{2}$.

Možemo li ovaj izraz srediti, svesti na jedan korijen?

Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada sadržaja učenja i poučavanja načinjena je sukladno načelima konstruktivističke nastave matematike u kojem se od učenika očekuje da uočavaju, istražuju, proučavaju, opažaju, povezuju i zaključuju kako bi izgradili vlastito matematičko znanje.

Pri tome se koriste multimediji elementi:

- ilustracije/fotografije
- 2D i 3D animacije
- video zapisi
- interakcije (elementi koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem).

Primjer 1.

Primjeri sadrže pitanja ili računske zadatke koji su detaljno pojašnjeni i riješeni.



Zadatak 1.

Rješenje

Zadaci su dani u obliku interakcija u kojima učenik dobiva povratnu informaciju o točnosti rješenja ili se rezultat i dijelovi postupka dobivaju pomoću tipke Rješenje.



Praktična vježba

U jedinicama se nalaze opisi praktičnog rada učenika. Često su popraćeni crtežima, animacijama ili video zapisom.



Povezani sadržaji

Korelacije s drugim predmetima posebno su istaknute kao bi učenicima skrenuli pažnju na njih i potaknuli ih da povezuju znanja usvojena u pojedinim predmetima. Možete ih koristiti kao ideju za međupredmetne teme pogodne za učeničke projekte.



Projekt

Projekti i projektni zadaci su ponuđeni kao drugačiji pristup učenju. Kroz njih učenik kroz različite oblike rada uči i primjenjuje naučeno kako bi realizirao i ostvario ciljeve projekta. U radu na projektu i projektnim zadacima moguće je osmisliti zadatke za različite razine učeničkog znanja tako da u njima mogu sudjelovati svi učenici.

U priručniku su navedeni prijedlozi i preporuke kako organizirati rad na projektu i koje upute dati učenicima.



Kutak za znatiželjne

U "Kutku za znatiželjne" nalaze se obogaćeni sadržaji koji su izvan okvira obaveznog programa/kurikuluma. Prvenstveno su namijenjeni darovitim učenicima. Sadržaji se obogaćuju tako da se ishodi iz obaveznog kurikuluma proširuju sadržajima koji se inače rijetko dotiču pa se uči šire ili se postojeći ishodi dopunjavaju složenijima pa se uči dublje. Neki od sadržaja predstavljaju akceleraciju jer se nalaze u obaveznom kurikulumu viših razreda.



Zanimljivost

Ruski se matematičar Nikolaj Grigorjevič Čeboťarjov (1894. – 1947.) bavio algebrrom polinoma. Hobi mu je bio faktorizacija izraza $x^n - 1$ za razne vrijednosti cijelog broja n . Svoja je razmišljanja i rezultate bilježio na papir jer u vrijeme kada je živio, nije bilo računala koja nam danas olakšavaju račun.

Jedinice sadrže niz zanimljivosti. Možete ih koristiti kao motivaciju u bilo kojem dijelu nastavnog sata.

Završetak

...i na kraju

Na kraju svake jedinice nalazi se podsjetnik na najvažnije dijelove jedinice, zadatci za ponavljanje, prijedlozi za daljnje istraživanje, ideje za suradničko učenje, igre ili prijedlozi za projekte.

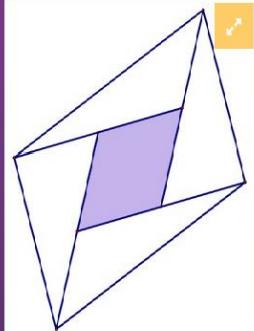
Matematika 1 > Koordinatni sustav u ravnini > 5.5. Primjena koordinatnog sustava

...i na kraju

Riješite ovaj geometrijski zadatak s pomoću analitičke geometrije.
Stranice romba produžite kao na skici za duljinu stranice romba. Spojite dobvene vrhove. Kako je puta površina dobivenog četverokuta veća od površine romba?

Za početak ćemo zadati vrhove romba $A(2, 1), B(7, 3), C(9, 8)$ i $D(4, 6)$.

Pokušajte popotpiti zaključak.



Rješenje

PROCIJENITE SVOJE ZNANJE



Rubrika *Procijenite svoje znanje* nalazi se na kraju odabranih jedinica. Sastoji se od niza konceptualnih pitanja i zadataka za učenje, vježbanje i samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Zadaci su oblikovani na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno;
- višestruki odabir s jednim točnim odgovorom;
- višestruki odabir s više točnih odgovora;
- unos točnog odgovora;
- uparivanje odgovora;
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, markera, slike, dijelova ili cijelih formula i simbola);
- grupiranje elemenata;
- uređivanje poretku elemenata;
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora;
- umetanje riječi koje nedostaju upisom;
- unos rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Rubrika *Procijenite svoje znanje* namijenjena je učeniku za samostalni rad te mu služi kao alat za samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na razini jedne odnosno nekoliko jedinica. Učenik dobiva povratnu informaciju o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Aktivnosti za samostalno učenje

Matematika 1 > Brojevi

1. Aktivnosti za samostalno učenje

1. Aktivnosti za samostalno učenje

U posebnoj jedinici *Aktivnosti za samostalno učenje* nalaze se aktivnosti namijenjene učenicima za samostalan rad koje pomažu u učenju i usvajanju odgojno-obrazovnih ishoda modula te aktivnosti koje učenicima nude da dodatno istraže teme vezane uz modul. Sadržavaju nekoliko vrsta zadataka, često s primjerima iz svakodnevnog života, u kojima su stopljena znanja i vještine usvojene u pojedinim jedinicama modula. Zadaci su različite razine složenosti te su neki namijenjeni svim učenicima, a neki učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima.

Jedinicom *Aktivnosti za samostalno učenje* možete se koristiti u cijelosti na nastavnom satu na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog ovim modulom ili u dijelovima koji dopunjavaju pojedine jedinice.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Matematika 1 >

Linearna funkcija

Procjena znanja

Procjena znanja

Posebna jedinica *Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda* sadržava zadatke za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula i učenike uputite na nju na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog modulom.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula. Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Pojmovnik

U svim jedinicama DOS-a pojmovi koje se željelo istaknuti pisani su podebljanim slovima.

Najvažniji pojmovi navedeni su i u Pojmovniku. Klik na pojam vodi na početak jedinice u kojoj je definiran.

Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS

Nastava je organizirana, cilju usmjerenja odgojno-obrazovna djelatnost. Odnos triju čimbenika nastave: učenika, nastavnika i nastavnih sadržaja opisuje didaktički trokut. Pritom su učenik i nastavnik subjekti nastavnog procesa, a nastavni sadržaji (sadržaji učenja) su predmet nastave. Naglašavanje važnosti pojedinog čimbenika nastave označavaju sintagme kao nastava orijentirana na učenika, nastavnika ili nastavne sadržaje.

DOS kao nastavni sadržaj namijenjen je prvenstveno učeniku s ciljem poticanja aktivnog učenja na učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Stoga je u didaktičkom trokutu učenik - nastavnik - DOS naglašena važnost učenika i međudjelovanje učenika i nastavnog sadržaja (u našem slučaju DOS-a). Uloga nastavnika kao nužnog subjekta nastavnog procesa u ovom trokutu i njegovo međudjelovanje s učenikom i DOS-om još pojačavaju orijentiranost nastave na učenika.

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima, prikidan je za korištenje na nizu različitih platformi od mobilnih uređaja do stolnih računala, uključuje primjenu multimedijskih elemenata, omogućava različite pristupe učenju i poučavanju. Mogućnost samoprocjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda i praćenje vlastitog napretka daje učeniku smjernice za daljnje učenje odnosno vraća ga na jedinice DOS-a čiji ishodi nisu u potpunosti usvojeni.

DOS slijedi suvremena nastavna načela:

- poticanje cjelovitog razvoja i dobrobiti učenika;
- povezanost sa životnim iskustvima, očekivanjima i usvojenim znanjima učenika;
- aktivna uloga učenika u učenju;
- izbornost i individualizacija;
- usmjerenost prema suradnji;
- osiguravanje poticajnog i sigurnog okruženja;
- relevantnost za sadašnji život;
- zanimljivost kao osnova pozitivne motivacije;
- poticanje inkluzije i uvažavanje različitosti;
- vertikalna povezanost sa sadržajima koji prethode i koji se nastavljaju te horizontalna povezanost s ostalim predmetima, međupredmetnim temama i modulima;
- odgovarajući omjer širine i dubine znanja i vještina.

Time DOS proširuje okvire didaktičkog trokuta i njegovom implementacijom nastavni proces postaje didaktički mnogokut.

Učenici uče u okruženju koje omogućuje konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te aktivnom i iskustvenom učenju usmjerrenom prema pitanjima i istraživanju.

Didaktička uloga multimedijskih i interaktivnih elemenata DOS-a

Današnji učenici, bitno više od prijašnjih generacija, odrastaju okruženi multimedijama, izloženi brzom protoku i dostupnosti informacija. Nove tehnologije sastavni su dio svakodnevnog života i nužno imaju utjecaj i na nastavni proces, kao što je već navedeno u prethodnom poglavlju.

Multimedijskim elementima omogućuje se prezentacija obrazovnih sadržaja kombinacijom slike, zvuka i teksta te uključivanje interaktivnih elemenata koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem. Sve to doprinosi privlačenju pozornosti učenika, zainteresiranosti i motivaciji te razumijevanju sadržaja i primjeni stečenih znanja u novim situacijama.

Multimedijski i interaktivni elementi DOS-a

Multimedijski elementi DOS-a uključuju:

- zvučni zapis
- fotografije/ilustracije
- video zapis
- 2D i 3D animacije.

Ovo su elementi niske razine interaktivnosti, pri čemu interaktivnost uključuje pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa.

- Interaktivni elementi srednje razine interaktivnosti uključuju:
- pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom aktivnošću
- obrazac za ispunjavanje
- označavanje odgovora
- unos teksta, formula ili audio zapisa
- povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja (engl. zoom in) i sl.

Nalaze se u standardnim zadacima za učenje, ponavljanje i samoprovjeru odgojno-obrazovnih ishoda kao što su npr. da/ne pitalice, višestruki odgovori, povlačenje na sliku, uparivanje, grupiranje elemenata itd.

- Elementi visoke razine interaktivnosti uključuju:
- didaktične igre
- simulacije s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima
- mogućnost dobivanja povratnih informacija
- 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom, i sl.

Značajna uloga multimedijskih elemenata u DOS-u je upravo interaktivnost. Interaktivni elementi omogućuju aktivno sudjelovanje učenika u nastavnom procesu. Kroz manipulaciju određenih elemenata učenici mogu uočavati pravilnosti, postavljati i provjeravati hipoteze te metodom nepotpune indukcije donositi opće zaključke. Interaktivni elementi visoke razine omogućuju uvođenje eksperimenta u nastavu matematike.

Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima

Znanje je oduvijek bilo jedan od osnovnih instrumenata razvoja društvenih zajednica i uspješnih nacionalnih gospodarstava. U suvremenim uvjetima, osobito globalizacijskim, novostvorena znanja kao rezultat istraživanja i inovacije, postaju ne samo temelj već i ključni čimbenik razvoja nekog društva. Za uspješnu tranziciju prema društvu utemeljenom na znanju uz tradicionalan pristup, nužni su novi pristupi obrazovanju i poučavanju.

Sve se više raspravlja o tzv. cjeloživotnom učenju, odnosno o aktivnosti učenja tijekom života, s ciljem unapređivanja znanja, vještina i sposobnosti unutar osobne, građanske, društvene i poslovne perspektive.

Osim formalnog obrazovanja u obrazovnim institucijama poput škola, veleučilišta i fakulteta, sve se veća pozornost pridaje neformalnom obrazovanju putem dodatne edukacije na tečajevima i seminarima te informalnom obrazovanju koje pojedinac stječe vlastitim radom, komunikacijom, čitanjem, razvijanjem vještina, iskustava i znanja.

Uz koncept cjeloživotnog učenja najčešće se vezuju ciljevi ekonomsko-prirodne prirode, primjerice postizanje veće konkurentnosti na tržištu rada. Međutim, cjeloživotno učenje usmjereno je prema osobi i njenim individualnim sposobnostima, poboljšanju njenog ponašanja, raspolažanju informacija, povećanju znanja, razumijevanju, novim stavovima. Koncept cjeloživotnog učenja, razvijen u šezdesetim godinama prošlog stoljeća, odgovor je na problem neusklađenosti između obrazovanja mladih i odraslih osoba.

Da bi mogli ostvariti koncept cjeloživotnog učenja, do kraja obaveznog obrazovanja treba razviti određene kompetencije koje predstavljaju temelj za daljnje učenje.

Tradicionalni pristupi učenju i poučavanju dugo su bili obilježeni razredno-satnim i predmetno-satnim sustavom te frontalnom nastavom što ne može zadovoljiti zahtjeve koncepta cjeloživotnog učenja.

Nastavni proces treba omogućiti:

- uvođenje novih oblika učenja
- istraživačko i eksperimentalno poučavanje
- ispitivanje i procjenu različito postavljenih ishoda učenja
- doprinos općem sustavu obrazovanja
- doprinos razvoju svakog učenika prema njegovim sposobnostima.

DOS je razvijen na tragu ovih zahtjeva. Suvremena nastavna tehnologija ne negira tradicionalne pristupe nastavi već se na njima temelji i proširuje broj i značaj didaktičkih elemenata nastave sagledavajući ih u novim odnosima (didaktički mnogokut).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja u jedinicama DOS-a prati tradicionalnu metodiku poučavanja matematike.

U uvodu se opaža/uvodi problem pri čemu se u najvećoj mogućoj mjeri koriste primjeri iz svakodnevnog života. Nakon toga se, ovisno o problemu, upotrebljavaju različite znanstvene metode: analiziranje, sintetiziranje, apstrahiranje, induciranje, deduciranje, generaliziranje, specijaliziranje ili upotreba analogija. Da bi se u potpunosti usvojio sadržaj dan je niz primjera i zadataka s rješenjima. Sistematisacija i povezivanje sadržaja te procjena znanja, također su sastavni dio DOS-a. Samoprocjena daje učeniku samostalnost pri učenju, ali zahtjeva i odgovornost te smjernice za daljnje učenje.

Multimediji elementi doprinose motivaciji, boljem razumijevanju sadržaja i aktivnom sudjelovanju učenika u nastavi.

U DOS-u se nastavnici susreću s digitalnim alatima i raznim digitalnim sadržajima. Radi lakše implementacije digitalnih tehnologija u nastavu matematike u ovaj priručnik je uključen popis digitalnih alata, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute. Navedeni su dodatni materijali i poveznice na sadržaje koji mogu pomoći u izvođenju nastave uz DOS te poveznice na izvore gdje nastavnici sami mogu pronaći i odabrati odgovarajuće sadržaje (animacije, simulacije, video materijale, izvore na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te stručne članke vezane uz područje matematike koje obrađuje modul).

To je pomoći nastavniku u uvođenju novih oblika učenja.

Implementacija digitalnih tehnologija u nastavu matematike dodatno motivira učenike i nastavu čini maštovitom i atraktivnom. Digitalni alati i sadržaji imaju značajnu ulogu u provođenju mjerenja i obradi rezultata, a simulacije zorno predočuju procese koje iz različitih razloga inače nismo u mogućnosti tako jasno vidjeti.

Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS

Motivacija je unutarnja snaga koja pokreće čovjeka na aktivnost i usmjerava ga k ostvarenju određenog cilja.

Motiviranje učenika za nastavu obuhvaća sve što potiče na učenje, usmjerava ga, i potiče osobni interes za određeni predmet ili područje te povećava osobnu razinu postignuća.

Motivacija u nastavi sastavni je dio uvodnog dijela nastavnog sata pri uvođenju i predstavljanju problema, no može biti prisutna u svim stadijima nastavnog sata: pri obradi, vježbanju ili ponavljanju nastavnih sadržaja.

Većina jedinica DOS-a započinje motivacijskim primjerom. Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

U razradi sadržaja naći ćete zanimljivosti koje možete koristiti kao motivacijske elemente u bilo kojem dijelu sata.

Interaktivnost i elementi igre također motiviraju učenike.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svakom modulu DOS-a osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda pojedinog modula. Samoprocjenom i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska.

Na kraju nekih jedinica je nekoliko konceptualnih pitanja i zadataka kojima se ostvaruje svrha ovakvih procjena. Dodatno, u posebnoj jedinici (Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda) možete pronaći više interaktivnih zadataka za provjeru usvojenosti svih odgojno-obrazovnih ishoda cijelog modula.

Zadaci koji su sastavni dio procjene oblikovani su na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno
- višestruki odabir s više točnih odgovora
- odabir jednog točnog odgovora (uključujući i matematičke simbole i jednostavne formule)
- uparivanje odgovora
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola)
- grupiranje (razvrstavanje) elemenata
- uređivanje poretku elemenata
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora
- umetanje riječi koje nedostaju upisom

- numeričko umetanje (mogućnost zadavanja intervala brojeva u kojem se nalazi rješenje)
- povlačenje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora
- povlačenje rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Prilikom rješavanja zadataka kod kojih se očekuje od učenika upisivanje riječi koja nedostaje, obrazovni sadržaj neće, kao točno, priхватiti rješenje koje je matematički točno, ako je riječ pogrešno napisana (pravopisna pogreška). Ova opaska nije unesena u obrazovne sadržaje kako se pažnja učenika ne bi skrenula s matematike na pravopis, no u takvim situacijama bit će potrebna pomoć nastavnika.

Suvremene nastavne metode i DOS

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima i različite pristupe učenju i poučavanju.

U školskom okruženju DOS je moguće koristiti za rad u učionici opće namjene. Poželjno je da učionice budu opremljene prijenosnim ili stolnim računalima, interaktivnom pločom ili pametnim ekranom i sl.

Osobitost DOS-a je mogućnost njegova korištenja na raznim uređajima (mobilni telefoni, tableti, prijenosna i stolna računala) te je pogodan i za rad izvan školskog okruženja.

Kroz aktivnosti za učenje, način prezentacije sadržaja i elemente za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda DOS stavlja težište na promicanje suvremenih nastavnih metoda, na strategije i pristupe kao što su rješavanje problema, istraživačka i projektna nastava i suradničko učenje te razvoj kritičkog mišljenja, sposobnosti rješavanje problema i donošenja odluka, metakogniciju, digitalnu pismenost i aktivno građanstvo.

U skladu s prirodom nastave matematike i matematike kao znanstvenog područja, DOS osobito snažan naglasak stavlja na aktivnosti koje potiču iskustveno učenje, projektno učenje i učenje kroz istraživanje. DOS sadrži interaktivne elemente u kojima učenici imaju mogućnost mijenjanja vrijednosti različitih parametara te na temelju rezultata uočavaju pravilnosti, postavljaju i provjeravaju hipoteze, a metodom nepotpune indukcije donose opće zaključke.

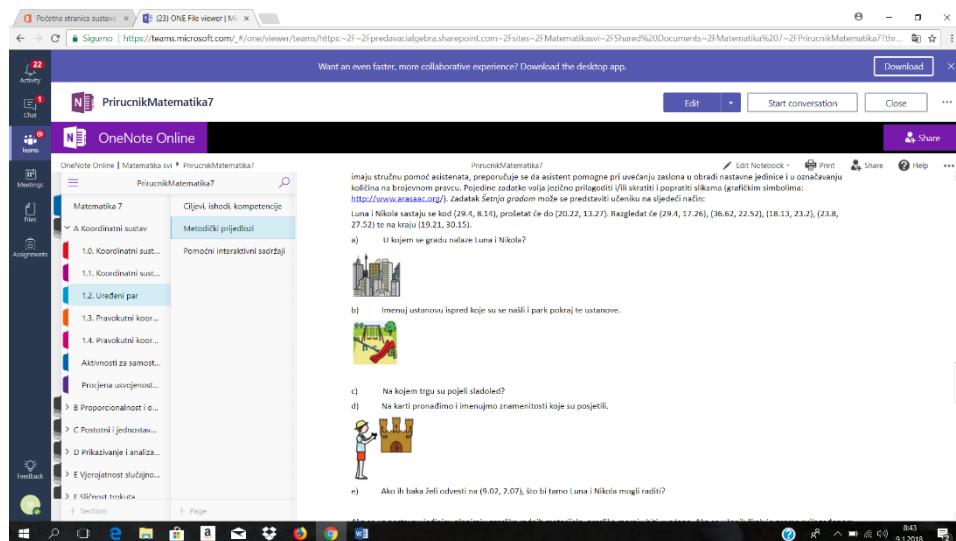
Multimedijiški i interaktivni elementi omogućuju aktivno i iskustveno učenje usmjereni prema pitanjima, problemima i istraživanjima, konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te razvijanje učenikovih kompetencija za snalaženje u novim situacijama.

Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama

Kao što je na početku priručnika navedeno, metodičko-didaktički prijedlozi za učenike s posebnim obrazovnim potrebama koji uključuju darovite učenike kao i učenike s različitim teškoćama slijede svaku nastavnu jedinicu kao i aktivnosti za samostalno učenje. Inkluzivni pristup u procesu obrazovanja podrazumijeva učenje o različitosti od strane drugih kao i jedan podržavajući i ravnopravni odnos. U nas se već niz godina njeguje inkluzivni pristup u smislu uključenosti učenika s teškoćama u sustav obrazovanja na način da su uvažene njihove individualne potrebe putem uvođenja različitih prilagodbi i osiguravanja podrške.

Učenici s teškoćama su heterogena skupina pa tako zadatak koji je težak jednom učeniku s disleksijom neće biti težak drugome učeniku s istom teškoćom. Kako bi im se osigurala primjerena podrška prilikom obrazovanja, važno je prepoznavati te razumjeti njihova obilježja i poznavati osnovne vrste prilagodbi. Timski rad u okviru kojega surađuju predmetni nastavnici, stručni tim škole, pomoćnici i roditelji bi trebao iznjedriti različite mogućnosti prilagodbe za što učinkovitije usvajanje sadržaja iz matematike i fizike za svakog učenika ponaosob. Metodičko-didaktički prijedlozi koji se odnose na učenike s teškoćama su u početnim modulima i jedinicama napisani na način da obuhvate temeljne smjernice za svu djecu s teškoća te su kroz daljnje jedinice razrađeni specifično u odnosu na sadržaj same jedinice kao i na obilježja određene teškoće.

Primjerice, u matematici za osmi razred, u nastavnoj jedinici 1.2. koja se odnosi na uređene parove nastavnicima je sugerirano da obrate pažnju na jezično složenije zadatke koje valja pojednostaviti i popratiti vizualnim primjerima kako za učenike koji se školju po prilagođenom programu tako i za učenike s disleksijom i/ili diskalkulijom:



The screenshot shows a Microsoft OneNote Online interface. The left sidebar displays a table of contents for 'Matematika 7' under 'PriručnikMatematika'. The main content area is titled 'PriručnikMatematika' and contains several math problems. Problem a) asks about the distance between Luka and Nikola. Problem b) asks to name a building in front of a school. Problem c) asks about the location of a market. Problem d) asks to name landmarks near a park. Problem e) asks if Luka can walk from (9,02) to (7,07). The interface includes standard OneNote tools like 'Edit', 'Share', and 'Print' at the top right.

U prijedlozima se nastavnike podsjeća na uporabu funkcionalnosti koje su ugrađene u DOS-ove, a mogu olakšati praćenje nastave učenicima sa specifičnim teškoćama učenja kao i onima koji imaju teškoće vizualne obrade (promjena fonta, boje pozadine, uvećanje zaslona). Nadalje,

ostvarene su poveznice između samoga gradiva i obilježja teškoća koje mogu probuditi učenikov interes za nastavne sadržaje, na primjeru iz fizike (sedmi razred, jedinice 1.5 i 1.7):

„Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se povezati masu tijela i mjerne jedinice s interesima učenika koji su često iznimno izraženi ili atipični u svim zadatcima u kojima je to moguće. Primjerice, ako učenik voli kuhanje, može ostalim učenicima demonstrirati svoj omiljeni recept kao i mase pojedinih sastojaka.“

„Uvijek je važno uzeti u obzir moguću senzoričku preosjetljivost učenika s poremećajem iz spektra autizma na određene podražaje te u skladu s tim prilagoditi nastavnu jedinicu (miris svijeće s aromom vanilije).“

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće nisu zamišljeni na način da osiguravaju prilagođeni materijal za poučavanje niti svojevrsni „recept“, već nastavnike podsjećaju na prilagodbu načina poučavanja i one segmente nastavne jedinice koje bi trebalo dodatno pojasniti, ponoviti, pojednostaviti, predstaviti na drugačiji način ili na razinu složenosti zadataka od kojih valja odabrati one jednostavnije. U prijedlozima je naglašena važnost uporabe pomagala koja olakšavaju učenje te svih aspekata digitalne tehnologije.

Inkluzivni pristup podrazumijeva uvažavanje različitosti koje je izrazito važno razviti kao vrijednost kod učenika tipičnoga razvoja zbog čega se, uz ostale prijedloge, preporuča provoditi što više vršnjačke suradnje (primjerice u aktivnostima za slobodno učenje).

Modul 5: Vjerojatnost slučajnog događaja

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanim izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s vjerojatnosti slučajnog događaja
- Uočiti primjere vjerojatnosti slučajnog događaja u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati vjerojatnost slučajnog događaja
- Procijeniti vjerojatnost slučajnog događaja
- Izračunati vjerojatnost slučajnog događaja
- Primijeniti vjerojatnost pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula

U ovom modulu učenici 7. razreda ponavljaju sadržaje povezane s omjerima, postotcima i analizom podataka. Na postojeća znanja nadograđuju nova znanja o elementarnom, slučajnom i povoljnem događaju, te o računu vjerojatnosti u različitim područjima i svakodnevnom životu.

Digitalnim obrazovnim sadržajima iz ovog modula možete se koristiti na različite načine, bilo u cijelosti bilo u dijelovima te ih možete prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju. Sadržaje možete prilagoditi za samostalan, timski ili suradnički rad učenika, koji će poslije zajednički provjeriti, ali i za rad na matematičkim izazovima i projektima, u kojima će učenici uočiti sinergiju matematike i svakodnevnog života.

Učenici će većinu zadataka moći odraditi izravno u digitalnim obrazovnim sadržajima. Učenicima možete predložiti da onaj dio zadataka koji rješavaju u bilježnici rješavaju u OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici te da ih mogu međusobno dijeliti u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, kao što su Yammer ili Teams.

Uz svaku jedinicu u OneNote priručniku pripremljena je i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedejske sadržaje za jednostavno korištenje s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

GeoGebra

GeoGebra je program dinamične matematike, namijenjen učenju i poučavanju. Povezuje područja interaktivne geometrije, algebre, tabličnih proračuna, statistike, analize i crtanja grafova. Dostupna je na hrvatskom jeziku.

Više o GeoGebri pročitajte u [CARNET-ovu e-Laboratoriju](#) ili na stranicama [GeoGebre](#).

PhET simulacije

PhET simulacije nastale su kao projekt Sveučilišta u Coloradu, tijekom kojeg su izrađene mrežne simulacije za različite prirodoslovne predmete i matematiku. Cilj projekta, kao i samih simulacija, bio je stvoriti suradničku, intuitivnu okolinu u kojoj učenici kroz simulacije koje podsjećaju na igru uče i istražuju. Primjer je takve simulacije i [simulacija s proporcijama](#). Dio simulacija dostupan je i na [hrvatskom jeziku](#).

Više o PhET mrežnim simulacijama pročitajte u [CARNET-ovu e-Laboratoriju](#) te na [službenim stranicama](#).

eTwinning

eTwinning je međunarodna zajednica škola u okviru programa EU-a Erasmus +

[www.eTwinning.net](#) je portal namijenjen međunarodnoj suradnji i usavršavanju nastavnog i nenastavnog osoblja od predškolskog obrazovanja do srednje škole. Portal služi nastavnicima i njihovim učenicima za upoznavanje i suradnju s kolegama iz europskih škola kroz različite oblike usavršavanja te rad na zajedničkim virtualnim projektima. Više o eTwinningu možete pročitati i na stranicama [Agencije za mobilnost i programe EU](#).

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

U zbirci scenarija poučavanja projekta e-Škole dostupan je i scenarij "[Moguće-nemoguće](#)" koji je osmišljen za 7. razred osnovne škole, a odnosi se na grafički prikaz proporcionalnih veličina. Odaberite aktivnosti prema mogućnostima svojih učenika i škole.

Igre s vjerojatnosti slučajnog događaja:

- [The number cubes](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Probfair](#) (engleski jezik)
- [Bright balloons](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Adjustable Spinner](#) (engleski jezik)
- [Probably a favourite teach](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [The number cubes](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Pond](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Simple Probability](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Popup](#) (engleski jezik)

Kvizovi s vjerojatnosti slučajnog događaja:

- BBC Bitesize [Probability quiz](#) (engleski jezik)
- Mangahigh [Probability, Relative frequency quiz](#) (engleski jezik)

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- M. Benšić, N. Šuvak: [Uvod u vjerojatnost i statistiku](#)
- A. Mikulić: [Metode poučavanja vjerojatnosti u školi](#), diplomski rad
- Math game time: [Probability](#) (engleski jezik)
- XP Math: [Dana Analysis&Probability](#) (engleski jezik)
- Turtle Diary: [Probability](#) (engleski jezik)
- Edumedia Sciences: [Probability and Statistics](#) (engleski jezik)
- Illuminations: [Adjustable Spinner](#) (engleski jezik)

Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
5.	Vjerojatnost slučajnog događaja	5 + 1
	5.1. Pojam vjerojatnosti slučajnog događaja	1
	5.2. Računanje vjerojatnosti slučajnog događaja	1
	5.3. Primjena vjerojatnosti slučajnog događaja	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

5.1. Pojam vjerojatnosti slučajnog događaja



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanim izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s pojmom vjerojatnosti
- Uočiti primjere vjerojatnosti u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgovorno-obrazovni ishodi

- Prepoznati slučajni događaj, skup elementarnih događaja i povoljni događaj
- Opisati vjerojatnost slučajnog događaja
- Objasniti nemoguć i siguran događaj

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 1 **sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskim videozapisom** u kojem likovi dolaze do raskrižja i odlučuju se za smjer, sve je stilizirano pomoću ploče koja određuje šanse za određeni smjer. Svakodnevno odlučivanje nešto je što učenici rade intuitivno, bez mnogo razmišljanja, a ovim primjerom želimo im pokazati kako je matematika u pozadini različitih svakodnevnih postupaka.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Moguće, nemoguće ili sigurno

Podsjećamo na neke izreke iz svakodnevne komunikacije, koje znače da su šanse nikakve u toj situaciji, i tako uvodimo pojam nemogući događaj.

Na isti način uvodimo pojam sigurnog događaja.

Na primjeru ladića s čarapama učenike potičemo da na logičan način zaključe kada je događaj nemoguć, kada je siguran, kada su šanse velike, a kada su šanse male.

Svoju vještina iskušavanja procjene šansa da će biti odabrana crvena boja učenici mogu provjeriti u **interaktivnoj GeoGebri**.

Vraćamo se na primjer s čarapama i procjenjujemo šanse postotkom, upućujući učenike na naučeno gradivo iz cjeline Postotni račun.

Slijedi zanimljivo pitanje za razmišljanje, i poticaj da učenici naprave pokus kod kuće.

Nastavljamo s nizom zadataka i interakcija za uvježbavanje procjene šansa da se neki događaj dogodi.

Elementarni događaj

Objašnjavamo učenicima da su bacanje novčića i bacanje kockice matematički pokusi. Naglašavamo da dva moguća događaja kod bacanja novčića, ishodi palo je pismo ili pala je glava, imaju jednaku mogućnost pojavljivanja. Također i kod bacanja kockice, svaki od šest mogućih ishoda ima jednaku mogućnost pojavljivanja.

Uvodimo pojam elementarni događaj pomoću bacanja novčića ili igraće kockice. U prvom slučaju učenici trebaju uočiti dva elementarna događaja, a u drugom šest.

Slijede zadatci u kojima učenici trebaju prepoznati elementarne događaje.

Slučajni događaj

Nadalje, opet pomoću bacanja kockice ili novčića, uvodimo pojam slučajnog događaja. Slijedi niz interakcija kojima učenici uvježбавају prepoznavanje slučajnog događaja.

Slijedi napomena i primjer slučajnog događaja koji se sastoji od više elementarnih događaja.

Na tom primjeru uvodimo i pojam povoljni događaj. Slijedi niz zadataka i interakcija u kojima učenici trebaju prepoznati povoljni događaj.

Vjerojatnost

Povezujemo intuitivni pojam šansa da se nešto dogodi s matematičkim pojmom vjerojatnost slučajnog događaja. Ponovno naglašavamo da u matematici kada provodimo slučajne pokuse prepostavljamo da su svi elementarni događaji jednako mogući.

Vraćamo se na neke početne primjere i učenike navodimo da logičkim zaključivanjem dođu do toga da je vjerojatnost sigurnog događaja 100 %, odnosno 1, te da je vjerojatnost nemogućeg događaja 0.

Iz toga slijedi zaključak da je vjerojatnost broj između 0 i 1. Nastavljamo s primjerom i nekoliko interakcija u kojima učenici na temelju znanja o postotcima računaju vjerojatnost slučajnog događaja bez formule.

Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a, kako bi učenici još bolje razumjeli pojam vjerojatnosti, pronaći ćete prijedlog interaktivne GeoGebre koja pokazuje kako se vrijednost vjerojatnosti mijenja od nemogućeg do sigurnog događaja.

Ponuđene su i dvije igre procjene vjerojatnosti na engleskom jeziku.

- Igra

Kolika je vjerojatnost da bude izabrana pojedina loptica? Smjestite plavu i crvenu lopticu na pravo mjesto na skali vjerojatnosti i kliknite "Done" (Gotovo).

Skala vjerojatnosti sastoji se od 5 razina: Impossible (nemoguće), Unlikely (mala mogućnost), Even chance (jednake šanse), Likely (velike šanse), Certain (vjerojatno).

<http://www.sciencekids.co.nz/gamesactivities/math/probability.html>

- Igra

Otkrijte je li izvlačenje pojedinog oblika iz vreće Certain (sigurno), Likely (vrlo vjerojatno) ili Impossible (nemoguće). Kada izaberete kakve su šanse za izvlačenje određenog oblika, upišite tu riječ u kvadratič i kliknite "Check" (Provjeri).

https://www.k6.thinkcentral.com/content/hsp/math/hspmath/ca/common/itools_int_9780153616334_probability.html

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

Pogledajte i scenarij poučavanja "[Moguće-nemoguće](#)" pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Igre s vjerojatnosti slučajnog događaja:

- [The number cubes](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Probfair](#) (engleski jezik)
- [Bright balloons](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Adjustable Spinner](#) (engleski jezik)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo upravo te igre na engleskom jeziku. Također mogu pogledati logičke zagonetke na Riddle channel na engleskom jeziku, te problem [Posljednje banane](#) ili problem [Visećeg mosta](#) koji imaju titlove i na hrvatskom jeziku.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s teškoćama potrebno je detaljnije objasniti zašto su ploče na čovječuljcima u prvom videozapisu upravo onako označene. Poželjno bi bilo unaprijed im pripremiti na papirima tiskane čovječuljke.

Učenicima s jezičnim teškoćama, ali i drugim učenicima koji imaju nedostatne jezične sposobnosti prvi će zadatak biti jezično težak pa im se treba detaljno objasniti značenje metafora

iz zadatka te dodatno pojasniti kontinuum nemoguće-sigurno: je li moguće da na vrbi (ili *stablu*, moguće je da će pojam vrbe djeci s jezičnim teškoćama biti nepoznat) rodi (bolji je termin *naraste*) grožđe? To je nemoguće jer grožđe raste na vinovoj lozi – to je sigurno. Pojam vinove loze i grožđa nekoj djeci s jezičnim teškoćama možda neće biti poznat pa nastavnik može unaprijed pripremiti sliku vinove loze i grožđa.

Prije rješavanja 4. zadatka učenike treba podsjetiti kako se računa postotak (Modul 7.3.).

5.2. Računanje vjerojatnosti slučajnog događaja



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanim izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s vjerojatnošću
- Uočiti primjere vjerojatnosti u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgovorno-obrazovni ishodi

- Procijeniti vjerojatnost slučajnog događaja
- Izračunati vjerojatnost slučajnog događaja

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 1 **sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskom animacijom** iz svakodnevnog života u kojoj se vraćamo na bacanje novčića iz cjeline Pojam vjerojatnosti.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Matematički pokusi

Sada izvodimo pokus bacanja novčića više puta. Najprije potičemo učenike da sami isprobaju pokus bacanja novčića 20 puta i zapišu ishode u tablicu frekvencija. Pokusom želimo da učenici vide koja strana novčića češće pada. Možete učenike podijeliti u grupe i neka svaka grupa odradi pokus i nacrta svoju tablicu i dijagram, pa poslije neka usporede rezultate i prodiskutiraju dobivene tablice i dijagrame.

Nakon što učenici sami naprave tablice i odrade pokus 20-ak puta, predlažemo im da u **interaktivnoj simulaciji** bacanja novčića vide što će se dogoditi ako novčić bacaju iznimno mnogo puta. Simulacija izrađuje tablicu frekvencije, računa relativne frekvencije u obliku postotka i crta dijagram. Na temelju tih pokusa dolazimo do zaključka da su šanse da padne pismo ili glava jednakе, odnosno da je vjerojatnost svakog od tih događaja 50 % ili jedna polovina.

Učenicima naglašavamo da smo vjerojatnost dobili kao omjer povoljnog događaja i ukupnog broja elementarnih događaja.

Nastavljamo s drugim pokusom, bacanjem kockice. Sada sugeriramo učenicima da odmah pokus pogledaju u **interaktivnoj GeoGebrinoj simulaciji** i zaključe da je vjerojatnost pojavljivanja svakog broja, tj. svakog elementarnog ishoda bacanja kockice jedna šestina, odnosno približno 17 %.

Ponovno naglašavamo učenicima kako smo vjerojatnost dobili iz omjera povoljnog događaja i ukupnog broja elementarnih događaja.

Učenike podsjećamo i na to da je vjerojatnost broj između 0 i 1, pa zato vjerojatnost možemo pisati i u obliku postotka. Uvodimo označku $P(A)$ i dolazimo do formule za izračun vjerojatnosti.

Izračun vjerojatnosti

Slijedi niz primjera i interakcija kojima učenici uvježbavaju računanje vjerojatnosti slučajnog događaja. Prvi je primjer s čarapama u ladici, ali sada su 4 para u raznim bojama, izvlačimo jedan

i računamo vjerojatnost za svaku boju posebno. U e) podzadatku učenicima zadajemo da zbroje sve vjerojatnosti i zaključe da je zbroj vjerojatnosti svih pojedinih elementarnih događaja 1 ili 100 %.

Nastavljamo sa zadatkom bacanja ikosaedra. Uz taj zadatak učenici mogu pročitati zanimljivost o Platonovim tijelima.

Slijede primjeri i interaktivni zadatci u kojima učenici uvježbavaju računanje vjerojatnosti slučajnog događaja s više istih elementarnih događaja.

U nekim zadatcima učenici trebaju prvo procijeniti, pa tek onda izračunati vjerojatnost slučajnog događaja. Pomažemo im sugestijama da učvrste svoju vještinu procjene vjerojatnosti.

Za one koji žele znati više pripremljeni su sadržaji sa snopom karata.

Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice te jedan zadatak za samovrednovanje.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

Pogledajte i scenarij poučavanja "[Moguće-nemoguće](#)" pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Igre s računanjem vjerojatnosti slučajnog događaja:

- [Probably a favourite teach](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [The number cubes](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo nekoliko zadataka sa snopom igračih karata. Predlažemo da učenici donesu snop karata od 52 igrače karte. U snopu od 52 igrače karte nalaze se 4 niza (herc, tref, pik i karo) po 13 karata s označama: as, brojevi 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 i 10 te označke dečko, dama i kralj. Herc i karo su nizovi crvene boje, a tref i pik su nizovi crne boje. U zadatcima treba izračunati vjerojatnost izvlačenja određenih karata s

ukupnim brojem elementarnih događaja 52, a učenici mogu broj povoljnijih događaja izravno prebrojiti ako donesu karte. Na kraju kada riješe zadatke, neka za nagradu odigraju i neku igru s kartama, primjerice remi, bridž ili običnu igru "magarca".

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Uoči ove nastavne jedinice preporučuje se s učenicima s teškoćama ponoviti značenje frekvencije.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja preporučuje se drugačije oblikovati tekst 3., 4. i 5. zadatka – istaknuti ključne riječi te skratiti rečenice. Primjerice, 3. zadatak možemo ovako postaviti:

U zdjeli se nalazi:

5 jabuka

3 kruške

7 šljiva

3 breskve

1 banana.

Jan uzima jedan komad voća iz zdjele, bez gledanja.

Kolika je **vjerojatnost** da će uzeti **jabuku**?

- Procijenite vjerojatnost događaja.
- Riješite zadatak.
- Usporedite svoju procjenu s rješenjem.
- Procjenu upišite na crtlu.
- Provjerite na računalu.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć pomoćnika u nastavi kod svih zadataka koji uključuju upisivanje brojeva, povlačenje zapisa te odabiranje odgovora. U slučaju umora, posebno kod učenika s motoričkim teškoćama, preporučuje se od svake skupine zadataka odabrati 2 jednostavnija zadatka koje učenik treba riješiti. Isti savjet primjenljiv je i na učenike s diskalkulijom.

5.3. Primjena vjerojatnosti slučajnog događaja



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanim izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s vjerojatnošću
- Uočiti primjere vjerojatnosti u učeničkom okruženju, ali i primjerima iz svakodnevnog života
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgovorno-obrazovni ishodi

- Prepoznati fer igru
- Primijeniti račun vjerojatnosti na situacije iz svakodnevnog života
- Odlučivati ovisno o procjeni vjerojatnosti slučajnog događaja

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života u kojem povezujemo vjerojatnost i vremensku prognozu. Vremenska prognoza nešto je što učenici prate svakodnevno, a ovim primjerom želimo im pokazati kako je matematika u pozadini različitih svakodnevnih postupaka.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Vrijeme, nevrijeme

Slijedi napomena o subjektivnoj vjerojatnosti i zanimljivost o meteorologiji kao znanosti. Nastavljamo s nekoliko zadataka i interakcija na temu vremenske prognoze.

Za one koji žele znati više pripremljeni su primjeri i zadatci sa suprotnim događajem.

Dobitak ili gubitak

Nastavljamo s drugim temama iz svakodnevnog života u kojima se pojavljuje vjerojatnost, a to su igre na sreću. Učenike upozoravamo da prekomjerno igranje može izazvati ovisnost. Predlažemo da s učenicima malo porazgovarate o toj temi kao o dijelu građanskog odgoja.

Slijedi **animacija** s nagradnom igrom bliskom učenicima koja prikazuje kako se računa vjerojatnost dobitka. Slijede zadatci i interakcije s tematikom dobitka za uvježbavanje procjene i računanja vjerojatnosti slučajnog događaja.

U primjeru sa šestarima učenici trebaju uočiti da za računanje vjerojatnosti nekog slučajnog događaja ne moramo znati ukupan broj elementarnih događaja ako znamo postotak za svaki elementarni događaj.

Kao zadatak za **istraživački rad** predlažemo učenicima da istraže premije osiguranja automobila u Zagrebu i Daruvaru i promisle o mogućim razlozima njihove različitosti.

Fer igra

Učenici kroz zadatke i interakcije razmišljaju o tome jesu li neke igre fer, i kakva trebaju biti pravila fer igre. Predlažemo još jedan **suradnički rad u timovima**. Učenici neka donesu u školu igraće kockice, na početku malo za vježbu računaju vjerojatnost izvlačenja određene boje, a

zatim neka svaki tim osmisli neku fer igru s kockicama i neka je odigra. Poslije neke zanimljivije igre možete odigrati na Večeri matematike ili za Dan škole s ostalim učenicima, a učenici koji su osmislili igru mogu biti voditelji igre.

Odlučivanje

Slijedi niz zadataka u kojima na temelju vjerojatnosti treba donijeti neku odluku. Učenici rješavaju zadatke s prodajom, nuspojavama lijeka i uspješnosti operacije. Na osnovi vjerojatnosti dobrih ishoda pojedinog događaja u zadatku učenici trebaju odlučiti treba li nešto napraviti ili ne treba.

Za one koji žele znati više pripremljeni su sadržaji složenijeg događaja bacanja dviju kockica.

Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice.

Završavamo s nekoliko zadataka procjene znanja.

Savjetujemo vam razgovarati s učenicima i o opasnostima kockanja, te o preventivnim mjerama sprečavanja ovisnosti.

Preventivni sadržaji:

- Pliva zdravlje: [Ovisnost o kockanju](#)
- Dr. Ante Bagarić: [Ovisnost](#)

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

Pogledajte i scenarij poučavanja "Kad bih ja bio/la kao..." pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili timski rad učenika.

Igre s primjenom vjerojatnosti slučajnog događaja:

- [Pond](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Simple Probability](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Popup](#) (engleski jezik)

Kvizovi s primjenom vjerojatnosti slučajnog događaja:

- BBC Bitesize: [Probability quiz](#) (engleski jezik)
- Mangahigh: [Probability, Relative frequency quiz](#) (engleski jezik)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike prvo predlažemo primjere i zadatke sa suprotnim događajem. Na kraju jedinice predlažemo zadatke složenijeg događaja bacanja dviju kockica. Broj elementarnih događaja i način rješavanja objašnjavamo **animacijom** da učenicima zornije prikažemo rješavanje takvih zadataka. Učenicima smo pripremili i tablicu elementarnih događaja za bacanje dviju kockica, i njome se mogu služiti u pripremljenim interaktivnim zadatcima.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja trebali bi se uređiti zadatci u kojima se nabrajaju ključne informacije. Te informacije bi, umjesto u istoj rečenici, trebale biti podijeljene u različite retke i trebale bi biti podebljane. Primjerice u 5. zadatku:

Na organiziranoj Večeri matematike u jednoj školi organizirana je **tombola**. U vreći se nalaze **kartice s bojama**.

Razne boje nose razne **nagrade**.

Ako izvučete **crvenu** karticu, **nećete** dobiti nagradu.

Za **plavu** karticu dobit ćete **bombon**.

Za **bijelu** karticu dobit ćete **jednu ispriku za usmeno ispitivanje iz matematike**.

Za **zelenu** karticu dobit ćete **jednu ispriku za nenapisanu zadaću iz matematike**.

U vreći se nalaze ove kartice:

10 crvenih

47 plavih

20 bijelih

3 zelene.

U 6. zadatku učenicima s jezičnim teškoćama nepoznata riječ mogla bi biti "kitnjast" pa je potrebno provjeriti razumiju li značenje te riječi.

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanim izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s vjerojatnosti
- Uočiti primjere vjerojatnosti u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati vjerojatnost slučajnog događaja
- Procijeniti vjerojatnost slučajnog događaja
- Izračunati vjerojatnost slučajnog događaja
- Primijeniti vjerojatnost pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj sati: minimalno 1 sat

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadaci i primjeri koji omogućavaju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijiskih sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Uvod i motivacija

Motivacijski zadatak zabavna je **animacija** u kojoj je, kada je se pomnije prouči, u pozadini napomena da unatoč većim šansama za pobjedu, ishod nekog događaja ne mora biti pobjeda. Porazgovarajte s učenicima o rizicima igara na sreću kao što smo već sugerirali na više mesta.

Riješite, provjerite i podijelite

Za uvježbavanje računanja vjerojatnosti slučajnog događaja predlažemo vam nekoliko zadataka koje učenici mogu samostalno riješiti u bilježnici ili u nekom interaktivnom elementu. Zadnjih nekoliko zadataka namijenjeno je onima koji žele znati više, ali predlažemo svima da ih pokušaju riješiti.

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime ujedno dobivaju i povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Na početku je **interaktivni GeoGebrin zadatak** za računanje vjerojatnosti izvlačenja kuglice određene boje iz posude. Omogućite učenicima koji slabije razumiju gradivo ili žele bolje uvježbati gradivo dovoljno vremena za ponavljanje zadatka.

Izmjenjuju se raznovrsni interaktivni zadatci tako da se promjenom dinamike duže zadržava pozornost učenika na samim sadržajima čime se potiče i ustrajnost i samostalnost u radu. Prije samog rješavanja zadatka potičite učenike da procijene rješenje, a zatim da ga usporede s točnim rješenjem. Neka odigraju igru procjene kao što je objašnjeno u jedinici 2.2.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje, povratnu informaciju i uputu pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka te se prema potrebi vratiti na prethodne jedinice i ponoviti načine rješavanja zadataka.

U zadatku s ribolovom potičemo učenike na bavljenje sportom, zdrav život i boravak u prirodi.

Predlažemo i **projekt** s temom fer igre sličan onome u jedinici 5.3., ali ovaj put učenici sami trebaju osmisiliti i kartice i igru.

Završni dio

Na samom kraju Aktivnosti za samostalno učenje nalazi se prijedlog da učenici istraže vjerojatnost dobitka na igrama na sreću Hrvatske lutrije.

Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u OneNote metodičkom priručniku pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

Teme povezane s određivanjem udaljenosti i putovanjem prikladne su i za međunarodne i nacionalne projekte. Predlažemo da se uključite u zajednicu učitelja i nastavnika na portalu

eTwinning pa neke od predloženih aktivnosti iz ove cjeline napravite u sklopu projekta eTwinning. Više o eTwinningu možete saznati na mrežnim stranicama [zajednice eTwinning](#) ili na stranicama [Agencije za mobilnost i programe EU](#).

Igre s vjerojatnosti slučajnog događaja:

- [The number cubes](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Probfair](#) (engleski jezik)
- [Bright balloons](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Adjustable Spinner](#) (engleski jezik)
- [Probably a favourite teach](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [The number cubes](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Pond](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Simple Probability](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Popup](#) (engleski jezik)

Kvizovi s vjerojatnosti slučajnog događaja:

- BBC Bitesize: [Probability quiz](#) (engleski jezik)
- Mangahigh: [Probability, Relative frequency quiz](#) (engleski jezik)

Igre s vjerojatnosti slučajnog događaja:

- [The number cubes](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Probfair](#) (engleski jezik)
- [Bright balloons](#) (Adobe Flash Player, engleski jezik)
- [Adjustable Spinner](#) (engleski jezik)
- [Probably a favourite teach](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [The number cubes](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Pond](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Simple Probability](#) (Adobe Acrobat Reader, engleski jezik)
- [Popup](#) (engleski jezik)

Kvizovi s vjerojatnosti slučajnog događaja:

- BBC Bitesize [Probability quiz](#) (engleski jezik)
- Mangahigh [Probability, Relative frequency quiz](#) (engleski jezik)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za one koji žele znati više pripremljen je niz složenijih zadataka. Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje, a interakcije povratnu informaciju pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

Pripremljen je i mali **istraživački rad** koji učenici mogu odraditi u paru ili timu od više učenika. Treba bacati dva novčića i odrediti elementarne događaje za taj pokus, te osmislit i riješiti neke zadatke računanja vjerojatnosti slučajnih događaja koji se mogu pojaviti pri bacanju dvaju novčića.

Učenicima koji žele znati više, kao i darovitim učenicima, možete ponuditi i [PhET simulaciju](#). Pročitajte upute za učitelje i prilagodite ju svojim učenicima.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala ili sadržaja. Prilagodbe valja odabirati temeljem specifičnih obilježja učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- ponoviti ili pojednostavniti upute
- jezično prilagoditi složenje zadatke
- koristiti se vizualnom podrškom: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisk
- razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- povećati razmak između redova
- formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- omogućiti uporabu džepnog računala
- voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta u odnosu na specifičnosti učenika
- omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- koristiti se različitim alatima koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama rabi asistivnu tehnologiju, valja je integrirati i u aktivnosti za slobodno učenje.

Pojedini se postupci primjenjuju kod određene skupine učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama:

- povezati zadatke sa specifičnim interesima učenika u cilju osiguravanja motiviranosti, nájaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)
- smanjiti zahtjeve za pisanjem ili prepisivanjem s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenutcima zasićenosti, uporaba podsjetnika (poremećaj pažnje)
- upotrijebiti font *sans serif* (ili *Verdanu*, *Dyslexiu*), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno kod dodatnih materijala (specifične teškoće učenja)
- osigurati češće pauze tijekom rada, povezivati sadržaje s primjerima iz svakodnevnog života (intelektualne teškoće)
- usmeno prezentirati zadatak, omogućiti uporabu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu na izvor zvuka (oštećenje slуха).

U osmišljavanju prilagodaba uvijek treba raditi timski i kontinuirano surađivati sa stručnim timom škole, pomoćnikom u nastavi i roditeljima. Kod svih je učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama važno osigurati njihovo aktivno sudjelovanje tijekom aktivnosti za slobodno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u grupama u kojima će učenik imati priliku surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima grupe). Važno je učenicima naglasiti da se oko svake nedoumice uvijek mogu obratiti nastavniku.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanim izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s vjerojatnosti slučajnog događaja
- Uočiti primjere vjerojatnosti slučajnog događaja u učeničkom okruženju (škola, obitelj, sportske aktivnosti i sl.)
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati vjerojatnost slučajnog događaja
- Procijeniti vjerojatnost slučajnog događaja
- Izračunati vjerojatnost slučajnog događaja
- Primijeniti vjerojatnost pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula Vjerojatnost slučajnog događaja osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stavova s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha je ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cijelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukciju, primjenu i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja zadataka koje je riješio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.

Pojmovnik

Izvor: CARNET-ova Dokumentacija za nadmetanje: NABAVA USLUGA IZRADE OTVORENIH DIGITALNIH OBRAZOVNIH SADRŽAJA

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj (cjeloviti DOS)

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj je obrazovni sadržaj u digitalnom obliku koji pokriva cjelokupni kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred. Jedan cjeloviti DOS obuhvaća cjelokupni godišnji fond školskih sati za kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred, prema postojećem nastavnom planu te dodatne sate za samostalno učenje i vrednovanje kod kuće.

Darovita djeca

Darovita djeca su ona djeca koja posjeduju sklop osobina, visoko natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visokoga stupnja kreativnosti i motivacije koji im omogućava razvijanje izvanrednih kompetencija i dosljedno postizanje izrazito natprosječnoga postignuća i/ili uratka u jednome ili u više područja. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika*, 2016.)

Digitalni obrazovni materijal

Digitalni obrazovni materijal je bilo kakav obrazovni materijal u digitalnom formatu neovisno o obliku (e-udžbenik, dio e-udžbenika, e-knjiga, cjeloviti multimedijalni materijali, obrazovna igra, digitalizirana verzija tiskanih obrazovnih materijala, on-line tečaj i dr.) i kontekstu za koji je izrađen (za primjenu u formalnom, neformalnom ili informalnom obrazovnom kontekstu).

Jedan digitalni obrazovni materijal je materijal koji sadržajno pokriva najmanje 5 nastavnih sati u potpunosti i podrazumijeva metodičko oblikovanje.

Jedan digitalni obrazovni materijal NIJE samo jedan izolirani grafički ili multimedijalni prikaz, niti prezentacija u digitalnom formatu. Nadalje, jedan digitalni obrazovni materijal NIJE tekstualni dokument (npr. word dokument) ili pdf verzija tekstualnog dokumenta koji ne podrazumijeva metodičko oblikovanje te sadržajno ne pokriva najmanje 5 nastavnih sati.

Digitalni obrazovni sadržaj (DOS)

Digitalni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, električkom mediju ili je objavljen na Internetu. DOS je namijenjen prvenstveno učenicima za učenje, provjeru znanja i korištenje na nastavnom satu. Sekundarno, DOS je namijenjen i učenicima za samostalno učenje i rad kod kuće te, zajedno s pripadajućim priručnikom, nastavnicima za poučavanje.

Interakcija

Interakcija je multimedijalni element ugrađen u sadržaj čija interaktivnost podrazumijeva pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa, akcije kao što su pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom komandom, obrazac za ispunjavanje, označavanje odgovora, unos teksta, formula ili audio zapisa, povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja, didaktična igra, simulacija s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima, mogućnost dobivanja povratnih informacija, interaktivna infografika, interaktivni video, žiroskopski prikaz, 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom i sl.

E-pristupačnost

E-pristupačnost je nadilaženje prepreka i poteškoća na koje osobe nailaze kada pokušavaju pristupiti proizvodima i uslugama koji se zasnivaju na informacijskim i komunikacijskim tehnologijama (Europska komisija, 2005.)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija) je uvažavanje različitosti i specifičnosti svakog pojedinca kroz odgoj i obrazovanje koji odgovara na različite odgojno-obrazovne potrebe sve djece i svih učenika, a temelji se na uključivanju i ravnopravnom sudjelovanju svih u odgojno-obrazovnom procesu. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje i prilagodbu iskustava učenja te vrednovanje postignuća djece i učenika s teškoćama*, 2016.)

Jedinica DOS-a

Jedinica DOS-a obuhvaća dio, cijelu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta metodički obrađenih tako da obuhvaćaju sadržaj učenja i poučavanja predviđen za provođenje od jednog do tri školska sata. Jedinicu DOS-a čine sljedeći obavezni dijelovi: Uvod i motivacija, Razrada sadržaja učenja i poučavanja i Završetak.

Kognitivne razine postignuća

Kognitivne razine postignuća obuhvaćaju razinu reprodukcije znanja, primjene znanja i rješavanje problema. Reprodukcija znanja kao najniža kognitivna razina postignuća obuhvaća razumijevanje gradiva (imenovanje, definiranje, ponavljanje, izvješćivanje, razmatranje, prepoznavanje, izražavanje, opisivanje). Viša kognitivna razina postignuća je primjena znanja koja podrazumijeva konceptualno razumijevanje gradiva (raspravljanje, primjena, tumačenje, prikazivanje, izvođenje, razlikovanje). Rješavanje problema je najviša kognitivna razina postignuća koja podrazumijeva sposobnost analize, sinteze i vrednovanja gradiva (uspoređivanje, razlučivanje, predlaganje, uređivanje, organiziranje, kreiranje, klasificiranje, povezivanje, prosuđivanje, izabiranje, rangiranje, procjenjivanje, vrednovanje, kombiniranje, predviđanje).

Modul DOS-a

Jedan modul DOS-a obuhvaća smisleno povezan sadržaj učenja i poučavanja koji obuhvaća određeni broj jedinica DOS-a, koje obuhvaćaju jednu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta.

Multimedijalni element

Multimedijalni element je zvučni zapis, fotografije, ilustracije, video zapis ili 2D i 3D animacije.

Nastavni sadržaj

Nastavni sadržaj je konkretna građa i zadatci (aktivnosti) za usvajanje i razvijanje odgojnih i obrazovnih znanja, vještina i navika kojima se ostvaruje određeni odgojno-obrazovni ishod ili skup odgojno-obrazovnih ishoda.

Objavljeni obrazovni sadržaj

Objavljeni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju u obrazovne svrhe objavljen u tiskanom ili digitalnom formatu uz pozitivnu stručnu recenziju ili pozitivnu evaluaciju od strane korisnika sadržaja.

Obrazovni sadržaj

Obrazovni sadržaj je sadržaj, tiskanog ili digitalnog tipa, razvijen s primarnom namjenom korištenja u obrazovne svrhe, bilo u nastavi ili izvan nje, za formalno, neformalno ili informalno obrazovanje.

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja)

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja) je jasni iskaz očekivanja od učenika (što učenici znaju, mogu učiniti i koje stavove/vrijednosti imaju razvijene) na kraju nekog dijela učenja i poučavanja. Ovisno o razini na kojoj je izražen, neki odgojno-obrazovni ishod može se odnositi na razdoblje od jednog nastavnog sata, tematske cjeline, cijele godine ili ciklusa učenja i poučavanja nekog nastavnog predmeta ili međupredmetne teme. Ishodi mogu biti određeni kao znanja, vještine i/ili stavovi/vrijednosti.

Osoba s invaliditetom

Osoba s invaliditetom je osobe koja ima dugotrajna tjelesna, mentalna, intelektualna ili osjetilna oštećenja, koja u međudjelovanju s različitim preprekama mogu sprečavati njihovo puno i učinkovito sudjelovanje u društvu na ravnopravnoj osnovi s drugima (Konvencija o pravima osoba s invaliditetom, 2006). Prema istoj konvenciji, invaliditet nije samo oštećenje koje osoba ima, nego je rezultat interakcije oštećenja osobe (koje nije samo tjelesno oštećenje kao najvidljivije) i okoline iz čega proizlazi da društvo neprilagođenošću stvara invaliditet, ali ga kroz tehničke prilagodbe prostora, osiguranje pomagala i drugih oblika podrške može i ukloniti. U kontekstu digitalnih obrazovnih sadržaja prilagodbe se odnose na primjenu principa univerzalnog dizajna i poštivanje standarda e-pristupačnosti pri izradi materijala.

Otvoreni obrazovni sadržaj

Otvoreni obrazovni sadržaj je sadržaj slobodno dostupan za korištenje, doradu i izmjenu od trećih strana bez dodatne naknade.

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja / Repozitorij digitalnih nastavnih materijala

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja/Repozitorij digitalnih nastavnih materijala je repozitorij digitalnih nastavnih materijala izrađen u sklopu pilot projekta e-Škole.

Suvremena pedagoška metoda

Suvremena pedagoška metoda je metoda koja potiče aktivan rad učenika kroz projektni i timski rad, rješavanje problema, učenje putem otkrivanja, stvaralačko učenje te poticanje kritičkog razmišljanja.

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama je daroviti učenik/dijete ili učenik/dijete s teškoćama u razvoju.

Učenici/djeca s teškoćama

Učenik/dijete s teškoćama je dijete/učenik kojemu je u odgojno-obrazovnom sustavu potrebna dodatna podrška u učenju i/ili odrastanju. Prema Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi, NN 94/13. (pročišćeni tekst) učenici s teškoćama (Članak 65.) su: – učenici s teškoćama u razvoju, – učenici s teškoćama u učenju, problemima u ponašanju i emocionalnim problemima, – učenici s teškoćama uvjetovanim odgojnim, socijalnim, ekonomskim, kulturnim i jezičnim čimbenicima. U Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju (NN 24/15) navode se skupine vrsta teškoća: 1. Oštećenja vida, 2. Oštećenja sluha, 3. Oštećenja jezično-govorne-glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju, 4. Oštećenja organa i organskih sustava, 5. Intelektualne teškoće, 6. Poremećaji u ponašanju i oštećenja mentalnog zdravlja, 7. Postojanje više vrsta teškoća u psihofizičkom razvoju.