

Matematika

za 2. razred opće gimnazije

Modul 6: Logaritamska funkcija

Priručnik za nastavnike



Projekt je sufinancirala Europska unija iz Europskog socijalnog fonda.

Više informacija o fondovima EU-a možete pronaći na internetskim stranicama Ministarstva regionalnoga razvoja i fondova Europske unije: www.strukturnifondovi.hr

Ovaj priručnik izrađen je radi podizanja digitalne kompetencije korisnika u sklopu projekta e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot-projekt), koji sufinancira Europska unija iz europskih strukturnih i investicijskih fondova. Nositelj projekta je Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNet. Sadržaj publikacije isključiva je odgovornost Hrvatske akademske i istraživačke mreže – CARNet.

Impresum

Ključni stručnjaci:

Autori:

Aleksandra Brmbota, Karolina Brleković, Sanja Loparić

Urednica:

Štefica Dumančić Poljski

Stručnjak za dizajn odgojno-obrazovnog procesa ili metodičko oblikovanje nastavnih sadržaja:

Toni Milun

Stručnjak za dizajn i izradu digitalnih sadržaja te dizajn korisničkog sučelja:

Željka Car

Neključni stručnjaci:

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje:

Jasmina Ivšac Pavliša, Maja Peretić

Stručnjak za pristupačnost:

Vedran Podobnik

Recenzenti:

Recenzent za metodičko oblikovanje sadržaja:

Nikola Koceić Bilan

Recenzent za inkluzivnu prilagodbu sadržaja:

Ana Parać Burčul

Izdanje:

1. izdanje

Lektorica:

Ivan Kojundžić

Priprema i prijelom:

Algebra d.o.o.

Podizvoditelj:

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu

Naručitelj i nakladnik:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža CARNet

Mjesto izdanja:

Zagreb

Više informacija:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNet

Josipa Marohnića 5, 10000 Zagreb

tel.: +385 1 6661 500

www.carnet.hr



Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom

[Creative Commons Imenovanje -Nekomercijalno-Dijeli 3.0 Hrvatska.](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/hr/)

Sadržaj

Impresum	3
Uvodni dio priručnika	6
Kako koristiti priručnik	6
Što je DOS?	18
Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS	24
Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a	25
Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima	27
Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS	29
Suvremene nastavne metode i DOS	31
Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama	32
Modul 6: Logaritamska funkcija	34
Ciljevi, ishodi, kompetencije	34
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a	35
Digitalni alati i dodatni sadržaji	36
6.1. Logaritamska funkcija	41
Ciljevi, ishodi, kompetencije	41
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	42
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	43
6.2. Graf i svojstva logaritamske funkcije	45
Ciljevi, ishodi, kompetencije	45
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	46
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	48
6.3. Veza eksponencijalne i logaritamske funkcije	49
Ciljevi, ishodi, kompetencije	49
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	50
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	52
6.4. Računanje s logaritmima	54
Ciljevi, ishodi, kompetencije	54

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	55
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	57
6.5. Modeliranje logaritamskom funkcijom	58
Ciljevi, ishodi, kompetencije	58
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	59
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	60
Aktivnosti za samostalno učenje	62
Ciljevi, ishodi, kompetencije	62
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	62
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	64
Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	66
Ciljevi, ishodi, kompetencije	66
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice	67
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe	67
Pojmovnik.....	68

Uvodni dio priručnika

Kako koristiti priručnik

Priručnik za primjenu DOS-a je prateći materijal uz digitalne obrazovne sadržaje (DOS) iz matematike za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred opće gimnazije (Matematika 7, Matematika 8, Matematika 1 i Matematika 2).

Sastoji se od dva bitno različita dijela: općeg dijela i dijela namijenjenog određenom razredu.

Prvi dio priručnika (prvih 7 poglavlja) priručnika daje uvod o digitalnim obrazovnim sadržajima i njihovoj ulozi u suvremenim metodama poučavanja. Ovaj dio je identičan za sve razrede.

Drugi dio priručnika daje preporuke nastavnicima za korištenje konkretnih jedinica DOS-a i multimedijalnih elemenata u odgojno-obrazovnom procesu, navodi dodatne digitalne alate i sadržaje koji će doprinijeti ostvarivanju odgojno-obrazovnih ishoda te daje smjernice i sadržaje za rad s učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (inkluzija).

Priručnik je dostupan u tri formata: PDF, ePub (format za elektroničke knjige, može se preuzeti i čitati na računalima i mobilnim uređajima) i OneNote (Microsoft OneNote 2016, digitalna bilježnica koja omogućuje na jednom mjestu održavanje bilješki i informacija s dodatnim prednostima; mogućnosti naprednog pretraživanja i umetanja multimedije).

U prvom poglavlju, koje je upravo pred Vama, navedene su upute kako koristiti priručnik na primjeru OneNote inačice.

OneNote inačica priručnika

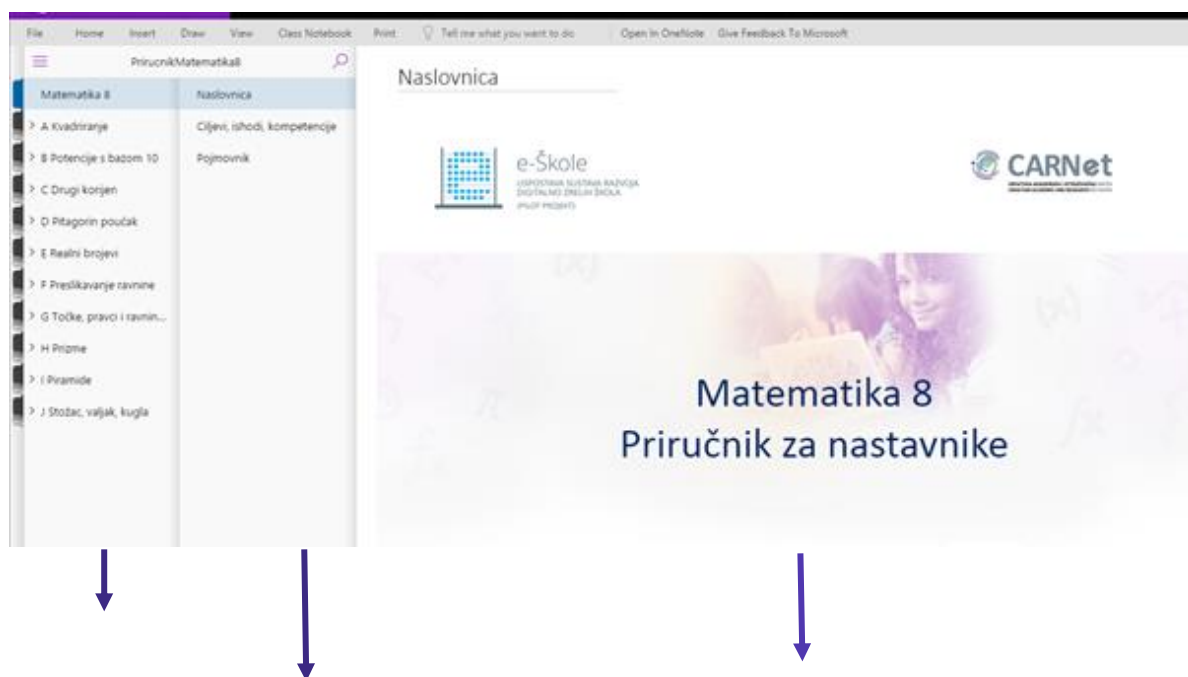
Osnovne značajke OneNote-a su:

- automatsko spremanje
- mogućnost pisanja na proizvoljnom mjestu svake stranice
- mogućnost ubacivanja svih vrsta sadržaja, dokumenata i poveznica
- mogućnost reorganiziranja i ponovnog korištenja stranica i odjeljaka
- pripadni moćni alati za označavanje i pretraživanje
- mogućnost spremanja poveznice na originalne sadržaje prilikom kopiranja
- brzo i pregledno kretanje kroz pojedine dijelove dokumenta.

OneNote inačica priručnika sadrži sve što i pdf inačica te dodatne stranice „Pomoćni interaktivni sadržaji“ na kojima su interaktivni i multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote. Tako pripremljene sadržaje učitelji i nastavnici mogu lako koristiti za nastavu te prema potrebi mijenjati i prilagoditi svojim potrebama.

U OneNote priručniku sadržaji su grupirani u odjeljke, sekcije i stranice unutar sekcija. Početni odjeljci sadrže poglavlja prvog, općeg dijela priručnika. Slijede odjeljci koji se odnose na konkretan DOS. Svaki DOS podijeljen je na module, a moduli na jedinice, što je detaljno opisano u sljedećem poglavlju.

Sadržaji koji se odnose na module konkretnog DOS-a nalaze se na stranicama odjeljka s naslovom modula, a sadržaji na razini jedinice se nalaze na stranicama sekcija s naslovima jedinica. Moduli su označeni slovima A, B, C, ..., a jedinice brojevima 1.1, 1.2 itd.



Odjeljci i sekcije

Stranice

Sadržaj stranice

Uvodni odjeljak (na slikama to je prvi odjeljak Matematika 8) ima stranice:

- **Naslovnica**
- **Ciljevi, ishodi, kompetencije**
 - Ovdje su navedeni ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini cjelovitog DOS-a prema kojima je izrađen DOS.
- **Pojmovnik**
 - U priručniku se nalazi pojmovnik ključnih pojmova prenesen iz konkretnog DOS-a.

The screenshot shows a digital textbook interface. On the left, there is a sidebar with a table of contents for 'Matematika 8'. The main content area is titled 'Ciljevi, ishodi, kompetencije' and contains the following information:

Matematika 8

Ciljevi i zadaće

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
 - Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
 - Rješavanje problemskih situacija
 - Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
 - Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
 - Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
 - Osjećivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu

Odgojno-obrazovni ishodi

- Primijeniti kvadriranje i korjenovanje pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
 - Primijeniti potenciranje s bazom 10 pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
 - Primijeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
 - Primijeniti realne brojeve pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnom životu
 - Primijeniti preslikavanja ravnine
 - Prepoznati prostorne oblike u jednostavnim situacijama izvan matematičkog konteksta koristeći se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
 - Koristiti se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
 - Riješiti problem iz matematike i svakodnevnog konteksta koristeći se mjernim obilježjima geometrijskih tijela

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
 - Donošenje odluka
 - Metakognicija
 - Suradnja
 - Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
 - Aktivno građanstvo

Slijede odjeljci koje obrađuju pojedine module (označeni slovima A, B, C ...). Svaki modul ima uvodnu sekciju (1.0. u modulu A, 2.0. u modulu B ...) i sekcije po jedinicama (1.1., 1.2. ... u modulu A; 2.1., 2.2. u modulu B itd.)

Uvodna sekcija svakog modula sadrži sljedeće stranice (na ilustracijama koje slijede to je modul A *Kvadriranje*):

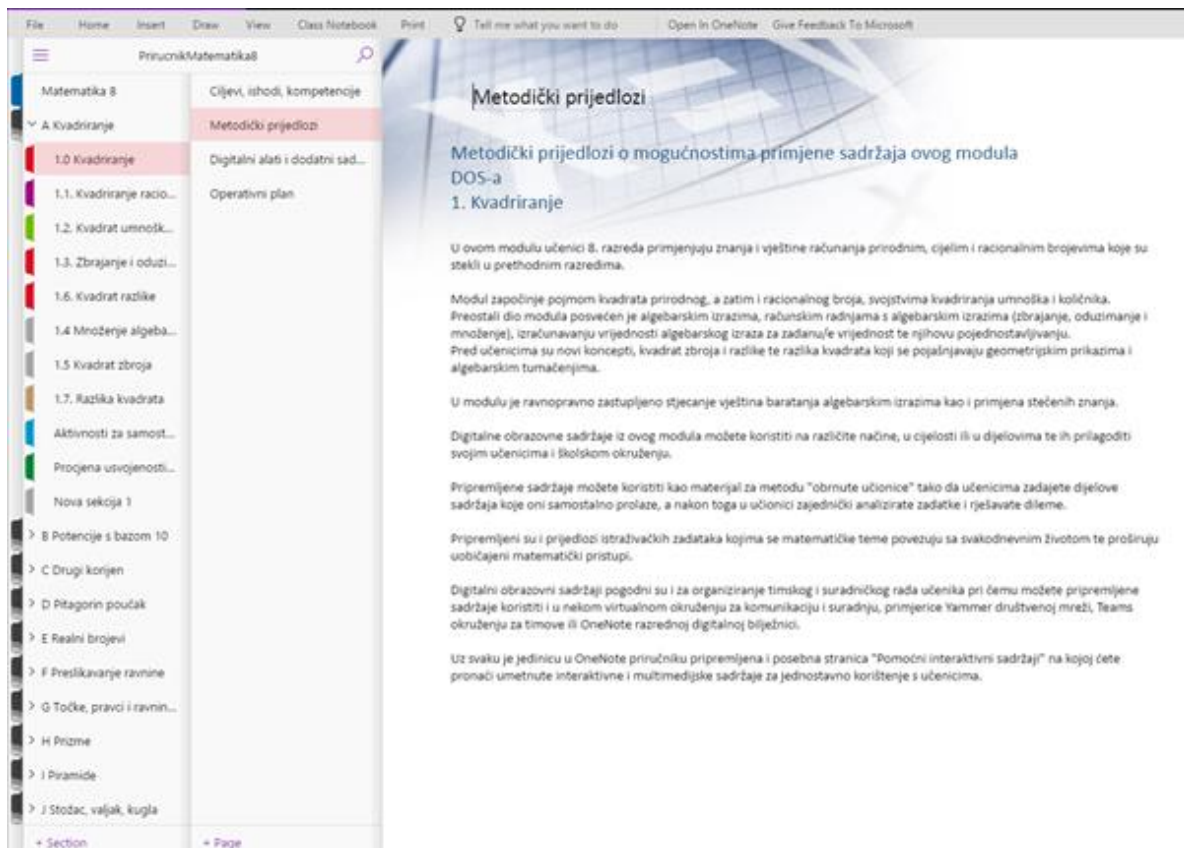
Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini modula.

Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula. To je sažetak metodičkih prijedloga za korištenje jedinica ovog modula, odnosno preporuke koje su primjenjive na sve jedinice.

Neki metodički prijedlozi i preporuke identični su u više modula, no ta ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se isti u još nekom drugom modulu.



Digitalni alati i dodatni sadržaji

Informacije na ovoj stranici podijeljene su u tri grupe.

Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

- Navedeni su digitalni alati koji su preporučeni u priručniku za korištenje u ovom modulu, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute.
- Većina preporučenih digitalnih alata spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

- Navedene su poveznice na sve sadržaje predložene u jedinicama modula kao pomoć u izvođenju nastave. Tako ih nastavnici mogu naći na jednom mjestu.

Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnike

- Ovdje su predloženi izvori na kojima nastavnici sami mogu pronaći i odabrati sadržaje koji im mogu pomoći u izvođenju nastave. To su interaktivni sadržaji (animacije, simulacije...), video materijali, izvori na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te također stručni članci vezani uz područje matematike koje obrađuje modul.
- Veliki broj navedenih izvora spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul

sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

The screenshot shows a digital textbook interface for Mathematics 8. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is titled "Digitalni alati i dodatni sadržaji" and lists various digital tools and resources for quadratic equations, including GeoGebra, LearningApps, Polynomials Calculator, Kahoot, and Sway.

Operativni plan

To je popis jedinica unutar modula s predviđenim brojem sati za njihovu obradu.

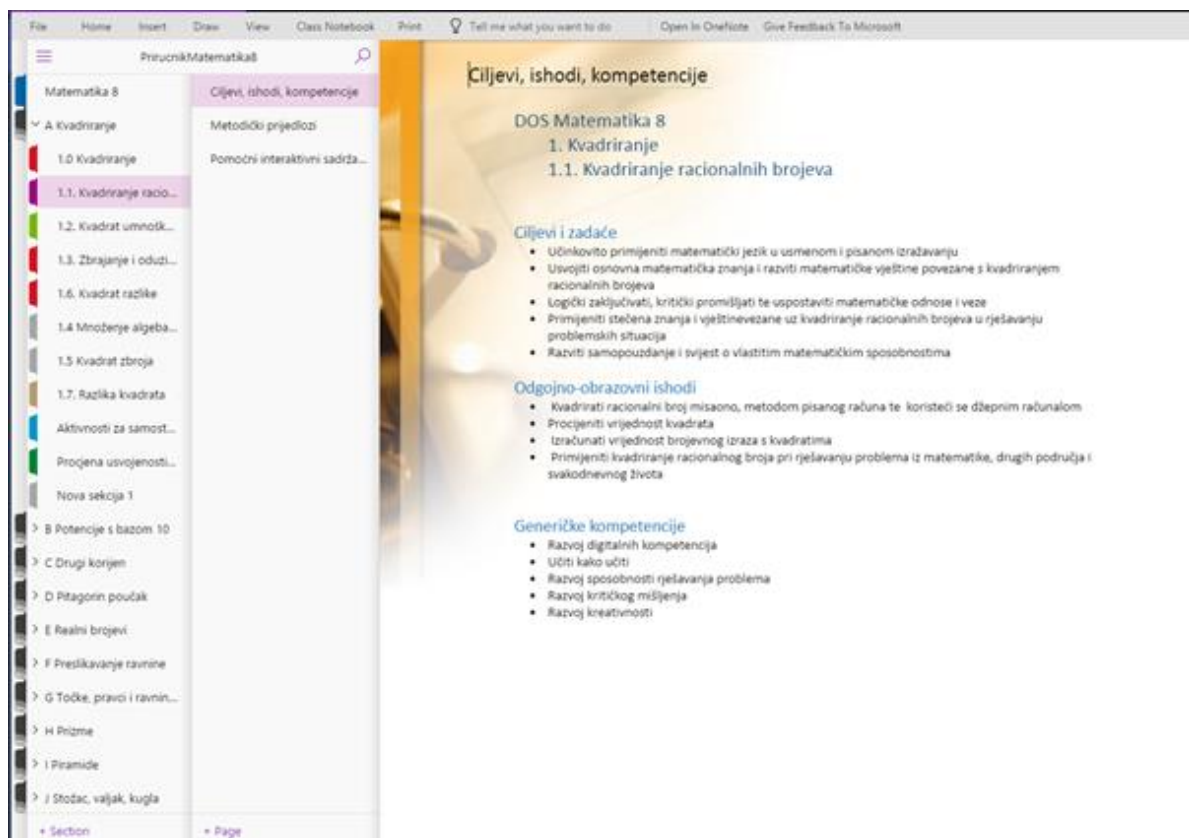
The screenshot shows a OneNote interface with a sidebar on the left containing a table of contents for 'Priručnik Matematika 8'. The main content area displays the 'Operativni plan' for 'DOS Matematika 8', specifically for the '1. Kvadriranje' section. A table lists the modules, units, and hours for this section.

Modul	Jedinica DOS-a	Broj sati
1.	Kvadriranje	16 + 1
	1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva	3
	1.2. Kvadriranje umnoška i količnika	2
	1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	2
	1.4. Množenje algebarskih izraza	2
	1.5. Kvadrat zbroja	2
	1.6. Kvadrat razlike	2
	1.7. Razlika kvadrata	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

Sekcije uz svaku jedinicu modula (na ilustracijama to je jedinica *1.1 Kvadriranje racionalnih brojeva*) sadrže sljedeće stranice:

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije za konkretnu jedinicu. Prema njima je izrađen sadržaj jedinice.



Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja konkretne jedinice. Oni nisu pripreme za nastavnika za nastavni sat već prijedlozi nastavniku koje dijelove sadržaja može i na koji način koristiti u nastavi.

Pomoćni interaktivni sadržaji

Ovdje su interaktivni, multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote.

Sekcija “Metodički prijedlozi” podijeljena je na dva dijela:

(a) *Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice*

Započinje s općim uputama vezanim uz različite svrhe primjene jedinice (npr. obrada, ponavljanje ...), odnos prema ostalim jedinicama modula i eventualnu vezu s drugim modulima. Navedena je i preporuka koji se oblici učenja i poučavanja mogu primijeniti pri korištenju sadržaja jedinice.

Slijede prijedlozi primjene sadržaja jedinice:

- Uvod i motivacija
- Razrada sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak.

Ova podjela prati strukturu korištenu u DOS-u i tim redosljedom izdvojeni su dijelovi sadržaja koje je pogodno koristiti u nastavi. Redosljed nije sugestija organizacije nastavnog sata. Cjelovito osmišljavanje i priprema izvođenja nastave prepušteni su nastavniku, kao i izbor mjesta na kojima će uklopiti sadržaje jedinice DOS-a.

- Dodatni prijedlozi

Ovdje su navedeni dodatni prijedlozi koji mogu pomoći nastavniku u ostvarenju odgojno-obrazovnih ishoda predviđenih u jedinici. To su poveznice na digitalne sadržaje, ukazivanje na neka alternativna metodička rješenja i sl.

(b) *Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe*

- Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Svaka jedinica sadrži dijelove koji po složenosti ili sadržaju izlaze izvan okvira programa. Oni su na ovom mjestu u priručniku istaknuti, kao i prijedlozi nastavniku kako organizirati njihovo izvođenje i prezentaciju rezultata. Ponekad su u priručniku navedeni i prijedlozi zadataka/aktivnosti koji se ne nalaze u jedinici.

Aktivnosti za učenike koji žele znati više i za darovite učenike birane su kao projektni zadaci ili dodatne teme za samostalno istraživanje. Mogu se provoditi samostalno ili u manjim skupinama.

- Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje razradili su prijedloge i smjernice nastavnicima za svaku jedinicu.

The screenshot displays a digital textbook interface with a sidebar on the left and a main content area on the right. The sidebar lists various mathematical topics, with '1.1. Kvadriranje racion...' selected. The main content area is titled 'Metodički prijedlozi' and contains the following text:

Metodički prijedlozi

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

1. Kvadriranje

1.1. Kvadriranje racionálnih brojeva

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cjelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabran koncept površine kvadrata s duljinama stranica koje su prirodni brojevi.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Kvadrat prirodnog broja

Motivacijski je primjer poslužio za uvođenje pojma **kvadrata prirodnog broja**. Nakon toga je i definiran kvadrat nule. Kvadrat nule može se objasniti kao kvadrat kojemu je stranica duljine nula pa je i površina takva kvadrata jednaka nuli.

U nekoliko uvodnih primjera istaknute su važne činjenice o kvadratu prirodnog broja:

- Kvadrat je prirodni broj prirodni broj.
- Od dva prirodna broja veći kvadrat ima onaj koji je veći.
- Postupak je kvadriranja broja različit od postupka množenja broja s dva.

Kvadrat racionalnog broja

Interaktivnim predloškom učenik istražuje postojanje kvadrata racionalnih brojeva. To čini postupno: prirodni brojevi s nulom, negativni cijeli brojevi, racionalni brojevi decimalnog zapisa, racionalni brojevi zapisa u obliku pravog razlomka.

Važni su naglasci u ovoj djeli na sljedećem:

- zapis kvadrata racionalnog broja - upotreba zagrada za kvadriranje negativnih brojeva i razlomaka
- definicija kvadrata racionalnog broja
- kvadrat racionalnog broja veći ili jednak nuli
- jednakost kvadrata suprotnih racionalnih brojeva.

Važnost zagrada i upotreba zagrada

Istaknuta je i važnost **upotrebe zagrada** te njihov utjecaj na rezultat. Učenik to može provjeriti zadatcima u kojima su zadani razni položaji zagrada u odnosu na kvadriranje. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, a tek potom odgovoriti. Dva su tipa zadataka: točno/netočno i uparivanje.

Dilepno računalo

Kako bi se učenici znali služiti **dilepnim računalom** pri izračunavanju ili provjeri izračuna, ponuđena je 2D animacija koja im to pokazuje. Kvadrirati mogu na dva načina, množenjem broja sa samim sobom ili korištenjem tipke x^2 .

Procjena izmisa kvadrata racionalnog broja

Istraživanjem niza zadanih kvadrata pozitivnih racionalnih brojeva uočeno je ponašanje kvadrata brojeva većih od jednog cijelog i onih između nula i jedan.

Za pozitivne racionalne brojeve veće od jednog cijelog, zadan je problem iz svakodnevice – Teph s dječju sobu.

Jedan je od važnih koraka prihvatanja koncepta kvadrata racionalnog broja sposobnost smislene **procjene kvadrata racionalnog broja**. Procjena je uvedena primjerom Pankralidite. Rješavanjem primjera pokazuje se postupak provođenja misaone ili računске procjene. Procjena, pomoću najbolje ponuđene, učenik može vježbati nizom zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom.

Kvadrat mješovitog broja

Poseban je primjer zadan za određivanje **kvadrata mješovitog broja** uz određivanje približne vrijednosti.

Istraživanje kvadrata prirodnih brojeva

Kako bi se **otkrio** je li neki prirodni broj kvadrat, treba koristiti postupak rastavljanja na proste faktore.

Dana su dva tipa zadataka: višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i točno/netočno. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek potom odgovoriti.

Važno je, također, snalažljivo ili **misaono određivanje** kvadrata nekih racionalnih brojeva pomicanjem decimalnog zareza. Za uvježbavanje misaonog računanja nekih racionalnih brojeva, ponuđena su četiri zadatka.

Preračunavanje mjernih jedinica za površinu

Od ključne je važnosti **povezati** kvadriranje racionalnih brojeva te misaono/snalažljivo računanje s preračunavanjem kvadratnih mjernih jedinica. Trina je primjerima uz slikovnu podršku predstavljeno kako preračunavati kvadratne mjerna jedinice:

- o iz veće kvadratne mjerne jedinice u manju
- o iz manje kvadratne mjerne jedinice u veću.

U nivu zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom učenici mogu vježbati preračunavanje.

Redoslijed računskih operacija

Kako je kvadriranje računski radnja trećeg stupnja, potrebno je opisati **redoslijed računskih operacija** u zadatcima u kojima se pojavljuje kvadriranje, množenje/djeljenje i zbrajanje/oduzimanje racionalnih brojeva.

Za uvježbavanje izračuna izraza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva osmišljena je zabavna aplikacija na poveznici **kvadrat broja**. Kad učenik točno rješava zadatke, otvara se sličica. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti.

Osim te aplikacije, zadana su još dva zadatka uparivanja za izračunavanje računskih izraza s kvadratima.

Primjena

Dva primjera, od kojih jedan koristi 2D animaciju za objašnjenje postupka rješavanja, uvode učenika u niz zadataka **primjene naučenog** za rješavanje problemskih situacija iz matematike ili svakodnevice.

Ponuđeni su i posebno označeni zadatci **korrelacije**, koji u sebi sadrže i ishod primjene **postotnog računa**.

Zanimljivost

Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost** vezana za šahovska polja i promjer postolja šahovske figure pještaka. Ta je zanimljivost iskorištena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao **projektni i nagradni** zadatak za učenika.

The screenshot shows a OneNote page titled 'Priručnik Matematika 8'. The left sidebar contains a table of contents with sections like 'Matematika 8', 'A kvadriranje', '1.0 kvadriranje', '1.1 kvadriranje razi...', '1.2. Kvadrat umnošk...', '1.3. Zbrajanje i oduzi...', '1.6. Kvadrat razlike', '1.4 Mnženje algeba...', '1.5 kvadrat zbroja', '1.7. Razlika kvadrata', 'Aktivnosti za samost...', 'Procjena usvojenosti...', 'Nova sekcija 1', 'B Potencije s bazom 10', 'C Drugi korijen', 'D Pitagorin poučak', 'E Realni brojevi', 'F Preslikavanje ravnine', 'G Točke, pravci i ravnin...', 'H Prizme', 'I Piramide', and 'J Stožac, valjak, kugla'.

The main content area is titled 'Metodički prijedlozi' and includes sections for 'Zanimljivost', 'Završetak', and 'Dodatni prijedlozi'. The 'Dodatni prijedlozi' section contains a bullet point: 'Motivacijski primjer može biti ideja za školski projekt Matematika u školskom vrtu. Prilikom kvadrati ne moraju biti jedan izvan drugog već jedan unutar drugog. Svaki razred može u svom dijelu zasaditi cvijeće, ljekovito bilje, itd.'

Below this, there is a section titled 'Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe'. This section contains a sub-section 'Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima'. It lists resources for students who want to know more, such as 'Pet načina za izračun kvadrata dvoznamenkastog broja' with a link to <http://math-equation.com/methods-to-square-two-digit-numbers-in-seconds/>, and 'Kako izračunati kvadrate velikih brojeva' with a link to <http://wiredaboutmath.com/2007/11/04/how-to-square-large-numbers-quickly-part-1/>. It also mentions 'Metode starih Veda za mentalno računanje kvadrata brojeva' with a link to <http://brilliant.org/discussions/thread/vedic-maths-trick-to-find-squares-of-numbers-2/>.

The second screenshot shows a more detailed 'Metodički prijedlozi' section, which includes a list of specific teaching suggestions and notes for different types of students:

- Za učenike koji žele znati više predlažemo:**
 - Pet načina za izračun kvadrata dvoznamenkastog broja: <http://math-equation.com/methods-to-square-two-digit-numbers-in-seconds/>
 - Kako izračunati kvadrate velikih brojeva: <http://wiredaboutmath.com/2007/11/04/how-to-square-large-numbers-quickly-part-1/>
 - Metode starih Veda za mentalno računanje kvadrata brojeva: <http://brilliant.org/discussions/thread/vedic-maths-trick-to-find-squares-of-numbers-2/>
- Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da učenici koriste konkretne didaktičke materijale, djepe računala i slično. Neka kvadriraju samo prirodne brojeve i taj kvadrat i prikazuju stapanjem konkratna u obliku kvadrata.**
 - Računalna igra: <https://sites.google.com/site/ymvukovicmatematika/8-razred/8-1-kvadriranje-igra>
 - <https://www.mathlearningcenter.org/web-apps/geomobots/>
 - <https://www.mathsfun.com/qaqaq-root.html>
- Za učenike s oštećenjem vida** preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, lupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad ustrnu valja koristiti (tablica, šilo, štaci ekrana, itd.). U scenarijima valja odabrati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popraviti usmeno ili predločima s kratkom uputom na što učenik valja usmjeriti pozornost tijekom gledanja videopisa.
- Za učenike s oštećenjem sluha** preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastave jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videopisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik govorne tehnologije, istu valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S izborom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stružnu podršku u vidu asistenta, preporuča se pomoć asistenta pri uređivanju zaslona tijekom prolaska nastavnom jedinicom i označavanju količina na brojevnom pravcu.
- Za učenike s intelektualnim teškoćama** valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prva tri zadatka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda. U radu s učenicima valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake i usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videopisa. Učenici s intelektualnim teškoćama mogli bi dobiti prvi ishod učenja ove jedinice uz korištenje dječjeg računala, te četviti ishod – primjeniti kvadriranje racionalnih brojeva pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Kad god je to moguće, zadatak valja popraviti vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arsapc.org/>
- Za učenike s poremećajima govorno-jezično-govorne komunikacije** u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranje usmenim putem.
- Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja** (primjerice učenici s disleksijom, diagrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličnu slova (najmanje 12 pt) te upotrebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podcrtanim tiskom. Valja voditi računa da im se pojednostave sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). U istaknutoj definiciji kvadriranja potrebno je maknuti elekt odraz. Dopustiti im korištenje dječjeg računala pri rješavanju zadataka.
- Za učenike s poremećajima u ponašanju** važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjenjena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Interaktivni sadržaji koji su umetnuti u OneNote navedeni su kao poveznice u popisu "Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS".

File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open in OneNote Give Feedback To Microsoft

PriručnikMatematika8

Matematika 8
A Kvadriranje
1.0 Kvadriranje
1.1. Kvadriranje racio...
1.2. Kvadrat umnoži...
1.3. Zbrajanje i oduzi...
1.6. Kvadrat razlike
1.4 Množenje algeba...
1.5 Kvadrat zbroja
1.7. Razlika kvadrata
Aktivnosti za samost...
Procjena usvojenosti...
Nova sekcija 1
B Potencije s bazom 10
C Drugi korijen
D Pitagorin poučak
E Realni brojevi
F Preslikavanje ravine
G Točke, pravci i ravnin...
H Prizme
I Piramide
J Stožac, valjak, kugla

Ciljevi, ishodi, kompetencije
Metodički prijedlog
Pomoćni interaktivni sadržaji

Tuesday, May 23, 2017 10:35 PM

Pomoćni interaktivni sadržaji

DOS Matematika 8
1. Kvadriranje
1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Geogebra:
Za usjetljavanje izračuna craza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva.

[Kvadrat broja](#)

U kućicu ispred zadatka upišite slovo kvadratića koji sadrži točan odgovor.

A	B	C
10	-20	1
D	E	F
54	20	2
G	H	I
-30	-49	0

odabir zadatka

- $1\frac{1}{4} - 0.5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 0.5^3$
- $\frac{-5}{100} (20)^2$
- $-0.25 + (-1.5)^2$
- $150 - (0.4)^2$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1$
- $10.5^2 - 9.5^2$
- $14.4 - (-1.2)^2$
- $[-(-3.5)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2] - 2$
- $\frac{16}{25} \left(\frac{1}{4}\right)^2$

Opisani sadržaji identični su onima koji se nalaze u pdf inačici priručnika, razlika je djelomično u njihovom rasporedu.

Ukoliko vam treba pomoć u snalaženju s OneNoteom možete pročitati i ove kratke upute.



Hrvatski-ONENOTE
2016 WIN QUICK START

Što je DOS?

Što je DOS?

Pojam "digitalni obrazovni sadržaj" (DOS) je naziv za sadržaj namijenjen korištenju u obrazovanju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni u sklopu pilot projekta e-Škole namijenjeni su učenicima za samostalno učenje i samoprocijenu kod kuće i na nastavnom satu. Nastavnik će koristiti DOS zajedno s priručnikom kako bi obogatio svoj način poučavanja i primjenom novih strategija i metoda učeniku omogućio aktivno učenje.

Cilj DOS-a je poticati kod učenika aktivno učenje na inovativan, učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Nastavniku pak DOS omogućava ostvarivanje definiranih odgojno-obrazovnih ishoda uz primjenu raznovidnih strategija, pristupa i metoda poučavanja.

U DOS-u su korištene sve prednosti digitalnih tehnologija poput interaktivnosti, nelinearnosti, multimedijalnosti, modularnosti i prilagodljivosti.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Struktura DOS-a

Digitalni obrazovni sadržaji iz matematike pokrivaju cjelokupni opseg trenutačno važećeg kurikuluma/nastavnog programa određenog razreda i obuhvaća ukupni godišnji fond školskih sati predviđenih za matematiku.

Svaki DOS je podijeljen na jedinstvene samostalne cjeline – module (po deset u svakom razredu). Moduli koji čine cjeloviti DOS realizirani su kao zasebni paketi sadržaja koje je, osim kao dio cjelovitog DOS-a, moguće koristiti neovisno o drugim modulima istog DOS-a.

Svaki modul se sastoji od nekoliko jedinica, a svaka jedinica obuhvaća sadržaj učenja i poučavanja za čije provođenje je predviđeno jedan do tri školska sata. Jedinice su međusobno povezane i nadovezuju se jedna na drugu. Odabrani redoslijed jedinica je prijedlog autora, no ponekad su moguća i drugačija rješenja.

Jedinice kao dio modula

Svaka jedinica ima sljedeće dijelove:

- uvod i motivaciju: Na početku...
- razradu sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak: ...i na kraju.

Na početku su navedeni odgojno-obrazovni ishodi za tu jedinicu DOS-a.

ŠTO ĆU NAUČITI?

Matematika 1 > Brojevi > 1.1. Skupovi

1.1. Skupovi

Europska unija
Zajedno do boljitka EU

ŠTO ĆU NAUČITI?

- ✓ Definirati osnovne računske radnje sa skupovima
- ✓ Provesti osnovne računske radnje sa skupovima
- ✓ Rabiti matematički jezik vezan za skupove
- ✓ Riješiti jednostavnije problemske zadatke sa skupovima

Uvod i motivacija

Na početku...

Jedinice započinju motivacijskim primjerom.

Na početku...

Obujam jedne Kuće-kocke u Rotterdamu je 422 m^3 . Kolika je duljina plošne dijagonale?



Kubuswoningen, Rotterdam

Označimo duljinu stranice kocke s a . Obujam kocke je $V = a^3$.

Plošna dijagonala je $d = a\sqrt{2} = \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{2}$.

Možemo li ovaj izraz srediti, svesti na jedan korijen?

Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada sadržaja učenja i poučavanja načinjena je sukladno načelima konstruktivističke nastave matematike u kojem se od učenika očekuje da uočavaju, istražuju, proučavaju, opažaju, povezuju i zaključuju kako bi izgradili vlastito matematičko znanje.

Pri tome se koriste multimedijски elementi:

- ilustracije/fotografije
- 2D i 3D animacije
- video zapisi
- interakcije (elementi koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem).

Primjer 1.

Primjeri sadrže pitanja ili računske zadatke koji su detaljno pojašnjeni i riješeni.



Zadatak 1.

Rješenje

Zadaci su dani u obliku interakcija u kojima učenik dobiva povratnu informaciju o točnosti rješenja ili se rezultat i dijelovi postupka dobivaju pomoću tipke Rješenje.



Praktična vježba

U jedinicama se nalaze opisi praktičnog rada učenika. Često su popraćeni crtežima, animacijama ili video zapisom.



Povezani sadržaji

Korelacije s drugim predmetima posebno su istaknute kao bi učenicima skrenuli pažnju na njih i potaknuli ih da povezuju znanja usvojena u pojedinim predmetima. Možete ih koristiti kao ideju za međupredmetne teme pogodne za učničke projekte.



Projekt


Projekti i projektni zadaci su ponuđeni kao drugačiji pristup učenju. Kroz njih učenik kroz različite oblike rada uči i primjenjuje naučeno kako bi realizirao i ostvario ciljeve projekta. U radu na projektu i projektnim zadacima moguće je osmisliti zadatke za različite razine učničkog znanja tako da u njima mogu sudjelovati svi učenici.

U priručniku su navedeni prijedlozi i preporuke kako organizirati rad na projektu i koje upute dati učenicima.



Kutak za znatiželjne

U "Kutku za znatiželjne" nalaze se obogaćeni sadržaji koji su izvan okvira obaveznog programa/kurikuluma. Prvenstveno su namijenjeni darovitim učenicima. Sadržaji se obogaćuju tako da se ishodi iz obaveznog kurikuluma proširuju sadržajima koji se inače rijetko dotiču pa se uči šire ili se postojeći ishodi dopunjavaju složenijima pa se uči dublje. Neki od sadržaja predstavljaju akceleraciju jer se nalaze u obaveznom kurikulumu viših razreda.



Zanimljivost

Ruski se matematičar Nikolai Grigorievich Chebotaryov (1894. – 1947.) bavio algebrom polinoma. Hobi mu je bio faktorizacija izraza $x^n - 1$ za razne vrijednosti cijeloga broja n . Svoja je razmišljanja i rezultate bilježio na papir jer u vrijeme kada je živio, nije bilo računala koja nam danas olakšavaju račun.

Jedinice sadrže niz zanimljivosti. Možete ih koristiti kao motivaciju u bilo kojem dijelu nastavnog sata.

Završetak

...i na kraju

Na kraju svake jedinice nalazi se podsjetnik na najvažnije dijelove jedinice, zadatci za ponavljanje, prijedlozi za daljnje istraživanje, ideje za suradničko učenje, igre ili prijedlozi za projekte.

Matematika 1 > Koordinatni sustav u ravni > 5.5. Primjena koord. natnog sustava

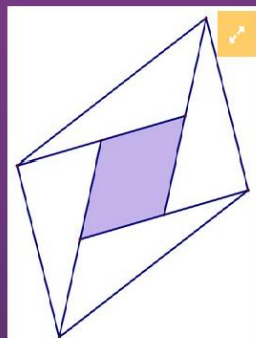
...i na kraju

Riješite ovaj geometrijski zadatak s pomoću analitičke geometrije.

Stranice romba produžite kao na skici za dužinu stranice romba. Spojite dobivene vrhove. Koliko je puta površina dobivenog četverokuta veća od površine romba?

Za početak ćemo zadati vrhove romba $A(2, 1)$, $B(7, 3)$, $C(9, 8)$ i $D(4, 6)$.

Pokušajte popočiti zaključak.



Rješenje

PROCIJENITE SVOJE ZNANJE



Rubrika *Procijenite svoje znanje* nalazi se na kraju odabranih jedinica. Sastoji se od niza konceptualnih pitanja i zadataka za učenje, vježbanje i samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Zadaci su oblikovani na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno;
- višestruki odabir s jednim točnim odgovorom;
- višestruki odabir s više točnih odgovora;
- unos točnog odgovora;
- uparivanje odgovora;
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, markera, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola);
- grupiranje elemenata;
- uređivanje poretka elemenata;
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora;
- umetanje riječi koje nedostaju upisom;
- unos rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Rubrika *Procijenite svoje znanje* namijenjena je učeniku za samostalni rad te mu služi kao alat za samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na razini jedne odnosno nekoliko jedinica. Učenik dobiva povratnu informaciju o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

Aktivnosti za samostalno učenje

Matematika 1 > Brojevi > 1. Aktivnosti za samostalno učenje

1. Aktivnosti za samostalno učenje

U posebnoj jedinici *Aktivnosti za samostalno učenje* nalaze se aktivnosti namijenjene učenicima za samostalan rad koje pomažu u učenju i usvajanju odgojno-obrazovnih ishoda modula te aktivnosti koje učenicima nude da dodatno istraže teme vezane uz modul. Sadržavaju nekoliko vrsta zadataka, često s primjerima iz svakodnevnog života, u kojima su stopljena znanja i vještine usvojene u pojedinim jedinicama modula. Zadaci su različite razine složenosti te su neki namijenjeni svim učenicima, a neki učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima.

Jedinicom *Aktivnosti za samostalno učenje* možete se koristiti u cijelosti na nastavnom satu na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog ovim modulom ili u dijelovima koji dopunjavaju pojedine jedinice.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Matematika 1 > Linearna funkcija > Procjena znanja

Procjena znanja

Posebna jedinica *Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda* sadržava zadatke za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula i učenike uputite na nju na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog modulom.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula. Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Pojmovnik

U svim jedinicama DOS-a pojmovi koje se željelo istaknuti pisani su podebljanim slovima.

Najvažniji pojmovi navedeni su i u Pojmovniku. Klik na pojam vodi na početak jedinice u kojoj je definiran.

Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS

Nastava je organizirana, cilju usmjerena odgojno-obrazovna djelatnost. Odnos triju čimbenika nastave: učenika, nastavnika i nastavnih sadržaja opisuje didaktički trokut. Pritom su učenik i nastavnik subjekti nastavnog procesa, a nastavni sadržaji (sadržaji učenja) su predmet nastave. Naglašavanje važnosti pojedinog čimbenika nastave označavaju sintagme kao nastava orijentirana na učenika, nastavnika ili nastavne sadržaje.

DOS kao nastavni sadržaj namijenjen je prvenstveno učeniku s ciljem poticanja aktivnog učenja na učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Stoga je u didaktičkom trokutu učenik - nastavnik - DOS naglašena važnost učenika i međudjelovanje učenika i nastavnog sadržaja (u našem slučaju DOS-a). Uloga nastavnika kao nužnog subjekta nastavnog procesa u ovom trokutu i njegovo međudjelovanje s učenikom i DOS-om još pojačavaju orijentiranost nastave na učenika.

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima, prikladan je za korištenje na nizu različitih platformi od mobilnih uređaja do stolnih računala, uključuje primjenu multimedijских elemenata, omogućava različite pristupe učenju i poučavanju. Mogućnost samoprocjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda i praćenje vlastitog napretka daje učeniku smjernice za daljnje učenje odnosno vraća ga na jedinice DOS-a čiji ishodi nisu u potpunosti usvojeni.

DOS slijedi suvremena nastavna načela:

- poticanje cjelovitog razvoja i dobrobiti učenika;
- povezanost sa životnim iskustvima, očekivanjima i usvojenim znanjima učenika;
- aktivna uloga učenika u učenju;
- izbornost i individualizacija;
- usmjerenost prema suradnji;
- osiguravanje poticajnog i sigurnog okruženja;
- relevantnost za sadašnji život;
- zanimljivost kao osnova pozitivne motivacije;
- poticanje inkluzije i uvažavanje različitosti;
- vertikalna povezanost sa sadržajima koji prethode i koji se nastavljaju te horizontalna povezanost s ostalim predmetima, međupredmetnim temama i modulima;
- odgovarajući omjer širine i dubine znanja i vještina.

Time DOS proširuje okvire didaktičkog trokuta i njegovom implementacijom nastavni proces postaje didaktički mnogokut.

Učenici uče u okruženju koje omogućuje konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te aktivnom i iskustvenom učenju usmjerenom prema pitanjima i istraživanju.

Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a

Današnji učenici, bitno više od prijašnjih generacija, odrastaju okruženi multimedijama, izloženi brzom protoku i dostupnosti informacija. Nove tehnologije sastavni su dio svakodnevnog života i nužno imaju utjecaj i na nastavni proces, kao što je već navedeno u prethodnom poglavlju.

Multimedijским elementima omogućuje se prezentacija obrazovnih sadržaja kombinacijom slike, zvuka i teksta te uključivanje interaktivnih elemenata koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem. Sve to doprinosi privlačenju pozornosti učenika, zainteresiranosti i motivaciji te razumijevanju sadržaja i primjeni stečenih znanja u novim situacijama.

Multimedijски i interaktivni elementi DOS-a

Multimedijски elementi DOS-a uključuju:

- zvučni zapis
- fotografije/ilustracije
- video zapis
- 2D i 3D animacije.

Ovo su elementi niske razine interaktivnosti, pri čemu interaktivnost uključuje pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa.

- Interaktivni elementi srednje razine interaktivnosti uključuju:
- pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom aktivnošću
- obrazac za ispunjavanje
- označavanje odgovora
- unos teksta, formula ili audio zapisa
- povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja (engl. zoom in) i sl.

Nalaze se u standardnim zadacima za učenje, ponavljanje i samoprovjeru odgojno-obrazovnih ishoda kao što su npr. da/ne pitalice, višestruki odgovori, povlačenje na sliku, uparivanje, grupiranje elemenata itd.

- Elementi visoke razine interaktivnosti uključuju:
- didaktične igre
- simulacije s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima
- mogućnost dobivanja povratnih informacija
- 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom, i sl.

Značajna uloga multimedijских elemenata u DOS-u je upravo interaktivnost. Interaktivni elementi omogućuju aktivno sudjelovanje učenika u nastavnom procesu. Kroz manipulaciju određenih elemenata učenici mogu uočavati pravilnosti, postavljati i provjeravati hipoteze te metodom nepotpune indukcije donositi opće zaključke. Interaktivni elementi visoke razine omogućuju uvođenje eksperimenta u nastavu matematike.

Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima

Znanje je oduvijek bilo jedan od osnovnih instrumenata razvoja društvenih zajednica i uspješnih nacionalnih gospodarstava. U suvremenim uvjetima, osobito globalizacijskim, novostvorena znanja kao rezultat istraživanja i inovacije, postaju ne samo temelj već i ključni čimbenik razvoja nekog društva. Za uspješnu tranziciju prema društvu utemeljenom na znanju uz tradicionalan pristup, nužni su novi pristupi obrazovanju i poučavanju.

Sve se više raspravlja o tzv. cjeloživotnom učenju, odnosno o aktivnosti učenja tijekom života, s ciljem unapređivanja znanja, vještina i sposobnosti unutar osobne, građanske, društvene i poslovne perspektive.

Osim formalnog obrazovanja u obrazovnim institucijama poput škola, veleučilišta i fakulteta, sve se veća pozornost pridaje neformalnom obrazovanju putem dodatne edukacije na tečajevima i seminarima te informalnom obrazovanju koje pojedinac stječe vlastitim radom, komunikacijom, čitanjem, razvijanjem vještina, iskustava i znanja.

Uz koncept cjeloživotnog učenja najčešće se vezuju ciljevi ekonomske prirode, primjerice postizanje veće konkurentnosti na tržištu rada. Međutim, cjeloživotno učenje usmjereno je prema osobi i njenim individualnim sposobnostima, poboljšanju njenog ponašanja, raspolaganju informacijama, povećanju znanja, razumijevanju, novim stavovima. Koncept cjeloživotnog učenja, razvijen u šezdesetim godinama prošlog stoljeća, odgovor je na problem neusklađenosti između obrazovanja mladih i odraslih osoba.

Da bi mogli ostvariti koncept cjeloživotnog učenja, do kraja obaveznog obrazovanja treba razviti određene kompetencije koje predstavljaju temelj za daljnje učenje.

Tradicionalni pristupi učenju i poučavanju dugo su bili obilježeni razredno-satnim i predmetno-satnim sustavom te frontalnom nastavom što ne može zadovoljiti zahtjeve koncepta cjeloživotnog učenja.

Nastavni proces treba omogućiti:

- uvođenje novih oblika učenja
- istraživačko i eksperimentalno poučavanje
- ispitivanje i procjenu različito postavljenih ishoda učenja
- doprinos općem sustavu obrazovanja
- doprinos razvoju svakog učenika prema njegovim sposobnostima.

DOS je razvijen na tragu ovih zahtjeva. Suvremena nastavna tehnologija ne negira tradicionalne pristupe nastavi već se na njima temelji i proširuje broj i značaj didaktičkih elemenata nastave sagledavajući ih u novim odnosima (didaktički mnogokut).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja u jedinicama DOS-a prati tradicionalnu metodiku poučavanja matematike.

U uvodu se opaža/uvodi problem pri čemu se u najvećoj mogućoj mjeri koriste primjeri iz svakodnevnog života. Nakon toga se, ovisno o problemu, upotrebljavaju različite znanstvene metode: analiziranje, sintetiziranje, apstrahiranje, induciranje, deduciranje, generaliziranje, specijaliziranje ili upotreba analogija. Da bi se u potpunosti usvojio sadržaj dan je niz primjera i zadataka s rješenjima. Sistematizacija i povezivanje sadržaja te procjena znanja, također su sastavni dio DOS-a. Samoprocjena daje učeniku samostalnost pri učenju, ali zahtjeva i odgovornost te smjernice za daljnje učenje.

Multimedijski elementi doprinose motivaciji, boljem razumijevanju sadržaja i aktivnom sudjelovanju učenika u nastavi.

U DOS-u se nastavnici susreću s digitalnim alatima i raznim digitalnim sadržajima. Radi lakše implementacije digitalnih tehnologija u nastavu matematike u ovaj priručnik je uključen popis digitalnih alata, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute. Navedeni su dodatni materijali i poveznice na sadržaje koji mogu pomoći u izvođenju nastave uz DOS te poveznice na izvore gdje nastavnici sami mogu pronaći i odabrati odgovarajuće sadržaje (animacije, simulacije, video materijale, izvore na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te stručne članke vezane uz područje matematike koje obrađuje modul).

To je pomoć nastavniku u uvođenju novih oblika učenja.

Implementacija digitalnih tehnologija u nastavu matematike dodatno motivira učenike i nastavu čini maštovitom i atraktivnom. Digitalni alati i sadržaji imaju značajnu ulogu u provođenju mjerenja i obradi rezultata, a simulacije zorno predočuju procese koje iz različitih razloga inače nismo u mogućnosti tako jasno vidjeti.

Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS

Motivacija je unutarnja snaga koja pokreće čovjeka na aktivnost i usmjerava ga k ostvarenju određenog cilja.

Motiviranje učenika za nastavu obuhvaća sve što potiče na učenje, usmjerava ga, i potiče osobni interes za određeni predmet ili područje te povećava osobnu razinu postignuća.

Motivacija u nastavi sastavni je dio uvodnog dijela nastavnog sata pri uvođenju i predstavljanju problema, no može biti prisutna u svim stadijima nastavnog sata: pri obradi, vježbanju ili ponavljanju nastavnih sadržaja.

Većina jedinica DOS-a započinje motivacijskim primjerom. Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

U razradi sadržaja naći ćete zanimljivosti koje možete koristiti kao motivacijske elemente u bilo kojem dijelu sata.

Interaktivnost i elementi igre također motiviraju učenike.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svakom modulu DOS-a osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda pojedinog modula. Samoprocjenom i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska.

Na kraju nekih jedinica je nekoliko konceptualnih pitanja i zadataka kojima se ostvaruje svrha ovakvih procjena. Dodatno, u posebnoj jedinici (Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda) možete pronaći više interaktivnih zadataka za provjeru usvojenosti svih odgojno-obrazovnih ishoda cijeloga modula.

Zadaci koji su sastavni dio procjene oblikovani su na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno
- višestruki odabir s više točnih odgovora
- odabir jednog točnog odgovora (uključujući i matematičke simbole i jednostavne formule)
- uparivanje odgovora
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola)
- grupiranje (razvrstavanje) elemenata
- uređivanje poretka elemenata
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora

- umetanje riječi koje nedostaju upisom
- numeričko umetanje (mogućnost zadavanja intervala brojeva u kojem se nalazi rješenje)
- povlačenje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora
- povlačenje rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Prilikom rješavanja zadataka kod kojih se očekuje od učenika upisivanje riječi koja nedostaje, obrazovni sadržaj neće, kao točno, prihvatiti rješenje koje je matematički točno, ako je riječ pogrešno napisana (pravopisna pogreška). Ova opaska nije unesena u obrazovne sadržaje kako se pažnja učenika ne bi skrenula s matematike na pravopis, no u takvim situacijama bit će potrebna pomoć nastavnika.

Suvremene nastavne metode i DOS

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima i različite pristupe učenju i poučavanju.

U školskom okruženju DOS je moguće koristiti za rad u učionici opće namjene. Poželjno je da učionice budu opremljene prijenosnim ili stolnim računalima, interaktivnom pločom ili pametnim ekranom i sl.

Osobitost DOS-a je mogućnost njegova korištenja na raznim uređajima (mobilni telefoni, tableti, prijenosna i stolna računala) te je pogodan i za rad izvan školskog okruženja.

Kroz aktivnosti za učenje, način prezentacije sadržaja i elemente za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda DOS stavlja težište na promicanje suvremenih nastavnih metoda, na strategije i pristupe kao što su rješavanje problema, istraživačka i projektna nastava i suradničko učenje te razvoj kritičkog mišljenja, sposobnosti rješavanje problema i donošenja odluka, metakogniciju, digitalnu pismenost i aktivno građanstvo.

U skladu s prirodom nastave matematike i matematike kao znanstvenog područja, DOS osobito snažan naglasak stavlja na aktivnosti koje potiču iskustveno učenje, projektno učenje i učenje kroz istraživanje. DOS sadrži interaktivne elemente u kojima učenici imaju mogućnost mijenjanja vrijednosti različitih parametara te na temelju rezultata uočavaju pravilnosti, postavljaju i provjeravaju hipoteze, a metodom nepotpune indukcije donose opće zaključke.

Multimedijski i interaktivni elementi omogućuju aktivno i iskustveno učenje usmjereno prema pitanjima, problemima i istraživanjima, konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te razvijanje učenikovih kompetencija za snalaženje u novim situacijama.

Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama

Kao što je na početku priručnika navedeno, metodičko-didaktički prijedlozi za učenike s posebnim obrazovnim potrebama koji uključuju darovite učenike kao i učenike s različitim teškoćama slijede svaku nastavnu jedinicu kao i aktivnosti za samostalno učenje. Inkluzivni pristup u procesu obrazovanja podrazumijeva učenje o različitosti od strane drugih kao i jedan podržavajući i ravnopravni odnos. U nas se već niz godina njeguje inkluzivni pristup u smislu uključenosti učenika s teškoćama u sustav obrazovanja na način da su uvažene njihove individualne potrebe putem uvođenja različitih prilagodbi i osiguravanja podrške.

Učenici s teškoćama su heterogena skupina pa tako zadatak koji je težak jednom učeniku s disleksijom neće biti težak drugome učeniku s istom teškoćom. Kako bi im se osigurala primjerena podrška prilikom obrazovanja, važno je prepoznavati te razumjeti njihova obilježja i poznavati osnovne vrste prilagodbi. Timski rad u okviru kojega surađuju predmetni nastavnici, stručni tim škole, pomoćnici i roditelji bi trebao iznjedrati različite mogućnosti prilagodbe za što učinkovitije usvajanje sadržaja iz matematike i fizike za svakog učenika ponaosob. Metodičko-didaktički prijedlozi koji se odnose na učenike s teškoćama su u početnim modulima i jedinicama napisani na način da obuhvate temeljne smjernice za svu djecu s teškoća te su kroz daljnje jedinice razrađeni specifično u odnosu na sadržaj same jedinice kao i na obilježja određene teškoće.

Primjerice, u matematici za osmi razred, u nastavnoj jedinici 1.2. koja se odnosi na uređene parove nastavnicima je sugerirano da obrate pažnju na jezično složenije zadatke koje valja pojednostaviti i popratiti vizualnim primjerima kako za učenike koji se školuju po prilagođenom programu tako i za učenike s disleksijom i/ili diskalkulijom:

PriručnikMatematika7

PriručnikMatematika7

imaju stručnu pomoć asistenta, preporučuje se da asistent pomogne pri uvećanju zaslona u obradi nastave jedinice i u označavanju kočina na brojevnom pravcu. Pojedine zadatke valja jezično prilagoditi i/ili skratiti i popratiti slikama (grafičkim simbolima: <https://www.arasaas.org/>). Zadatak Serpinj građom može se predstaviti učenicima na sljedeći način:

Luna i Nikola stanuju se kod (20,4, 8,14), prolaze će do (20,22, 13,27). Razgledat će (29,4, 17,26), (36,62, 22,52), (18,13, 23,2), (23,8, 27,52) te na kraju (19,21, 30,15).

a) U kojem se gradu nalaze Luna i Nikola?

b) Imenaj ustanovu ispred koje su se našli i park pokraj te ustanove.

c) Na kojem trgu su pojeili sladoled?

d) Na kerti pronađimo i imenajmo znamenitosti koje su posjetili.

e) Ako ih baka želi odvesti na (9,02, 2,07), što bi tamo Luna i Nikola mogli raditi?

U prijedlozima se nastavnike podsjeća na uporabu funkcionalnosti koje su ugrađene u DOS-ove, a mogu olakšati praćenje nastave učenicima sa specifičnim teškoćama učenja kao i onima koji imaju teškoće vizualne obrade (promjena fonta, boje pozadine, uvećanje zaslona). Nadalje, ostvarene su poveznice između samoga gradiva i obilježja teškoća koje mogu probuditi učenikov interes za nastavne sadržaje, na primjeru iz fizike (sedmi razred, jedinice 1.5 i 1.7):

„Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se povezati masu tijela i mjerne jedinice s interesima učenika koji su često iznimno izraženi ili atipični u svim zadacima u kojima je to moguće. Primjerice, ako učenik voli kuhanje, može ostalim učenicima demonstrirati svoj omiljeni recept kao i mase pojedinih sastojaka.“

„Uvijek je važno uzeti u obzir moguću senzoričku preosjetljivost učenika s poremećajem iz spektra autizma na određene podražaje te u skladu s tim prilagoditi nastavnu jedinicu (miris svijeće s aromom vanilije).“

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće nisu zamišljeni na način da osiguravaju prilagođeni materijal za poučavanje niti svojevrсни „recept“, već nastavnike podsjećaju na prilagodbu načina poučavanja i one segmente nastavne jedinice koje bi trebalo dodatno pojasniti, ponoviti, pojednostaviti, predstaviti na drugačiji način ili na razinu složenosti zadatka od kojih valja odabrati one jednostavnije. U prijedlozima je naglašena važnost uporabe pomagala koja olakšavaju učenje te svih aspekata digitalne tehnologije.

Inkluzivni pristup podrazumijeva uvažavanje različitosti koje je izrazito važno razviti kao vrijednost kod učenika tipičnoga razvoja zbog čega se, uz ostale prijedloge, preporuča provoditi što više vršnjačke suradnje (primjerice u aktivnostima za slobodno učenje).

Modul 6: Logaritamska funkcija

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće MODULA

- Povezivanje logaritamske i eksponencijalne funkcije
- Primjenjivanje znanja o funkcijama na logaritamsku funkciju
- Prikazivanje logaritamske funkcije grafički
- Određivanje svojstava logaritamske funkcije
- Modeliranje problemskih situacija primjenom logaritamske funkcije
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, poštovanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti logaritamske funkcije u rješavanju problema iz drugih područja znanosti i života

Odgojno-obrazovni ishodi

- Računati s logaritmima
- Prikazati logaritamsku funkciju grafički
- Povezati algebarski s tabličnim i grafičkim prikazom funkcije
- Odrediti svojstva logaritamske funkcije
- Modelirati probleme iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života s pomoću logaritamske funkcije
- Prepoznati i razumjeti zakonitosti i odnose u matematici stvarnom životu te generalizirati na osnovi njih

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Provođenje zamisli i djelovanje
- Suradnja
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Samovrednovanje

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

U ovome modulu učenici se susreću s novom vrstom funkcije - logaritamskom funkcijom. U prethodnome modulu naučili su definiciju i svojstva eksponencijalne funkcije. Ta su znanja nužna za uspješno svladavanje logaritamske funkcije. Zato je važno da se učenici podsjetite pravila računanja te svojstva eksponencijalne funkcije te općenito da ponove pojam funkcije koji se u ovome modulu dopunjuje pojmovima injektivnosti i inverzne funkcije.

Istražujući vrijednosti logaritamske funkcije za različite argumente x u grafičkom prikazu mogu se uočiti osnovna svojstva logaritamske funkcije. Domena, slika funkcije, monotonost te simetričnost iz grafičkog prikaza lako su uočljive.

Eksponencijalna funkcija ima veliku važnost pri rješavanju problema u svakodnevnom životu. Mnogi od njih prikazani su algebarski, tablično i grafički, putem logaritamske funkcije. Pri njihovom rješavanju veliku ulogu može imati suvremena tehnologija. Kako i gdje upotrijebiti tehnologiju za modeliranje te vrste problema, bit će prikazano u ovome modulu.

Digitalnim obrazovnim sadržajima iz ovog modula možete se koristiti na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima, te ih prilagoditi učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete upotrijebiti kao materijal za metodu obrnute učionice tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dvojbe.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

U sklopu jedinica možete istraživati logaritamsku funkciju u različitim disciplinama, kao što su fizika, biologija, kemija, ekonomija, tehnika i slično.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskog i suradničkog rada učenika, pri čemu se pripremljenim sadržajima možete koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice društvenoj mreži Yammer, Padlet, Teams okruženju za timove, OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici (Office 365) i Google disku.

Uz svaku je jedinicu u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica Pomoćni interaktivni sadržaji na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i višemedijske sadržaje za jednostavnu uporabu s učenicima.

Digitalni alati i dodatni sadržaji

Popis digitalnih alata i kratki savjeti za njihovu uporabu

U modulu Logaritamska funkcija predložimo za uporabu sljedeće alate iz [e-laboratorija](#):

GeoGebra

GGB je računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorenoga koda, dostupan na [hrvatskom jeziku](#). Više o GGB-u možete pročitati na stranicama [e-laboratorija](#).

[Mala škola GeoGebre](#) nalazi se u bazi materijala autora Damira Belavića.

Svi GeoGebrini interaktivni sadržaji upotrebljeni u ovome modulu nalaze se u GGB-ovu e-udžbeniku Matematika 2, u poglavlju [Logaritamska funkcija](#).

Upoznajte se s virtualnim razredom, odnosno [grupama](#) u GeoGebri (upute su na engleskom jeziku), koji možete kreirati i zadavati zadaću učenicima u online okruženju, ograničiti im vrijeme predaje zadaće te pratiti tijek njihove izrade.

Preporučujemo tekst na hrvatskom jeziku autora Š. Šuljića u [Miš-u br. 87](#): *Virtualni razredi na sustavu GeoGebra* (GeoGebrine grupe). Tekst je dostupan i na [GGB-ovim stranicama Aleksandre-Marije Vuković](#).

Plickers

To je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Učenici trebaju kartice koje im nastavnici mogu ispisati, a nastavnik računalo, pametni telefon, projektor i internetsku vezu. Učenici odgovaraju, a odgovor se bilježi. Aplikacija radi i odlične statistike, koje su vidljive za vrijeme koji korisnik odabere.

Upute za uporabu možete pronaći na:

[Plickers - A Step by Step Tutorial](#)

Plickers predložimo za kratke provjere na početku i na kraju sata, za provjeru usvojenosti novih pojmova i podsjećanje na nove pojmove. Za pitanja se mogu upotrijebiti i pitanja iz jedinica.

Više pročitajte na poveznici [e-laboratorij](#).

Kahoot

To je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo je za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu

jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah nakon završetka kviza. Uporaba Kahoota je besplatna. Sadržava veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i služiti se njima, preraditi ih ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.

Više o Kahootu pročitajte na poveznici [e-laboratorij](#) ili pogledajte u videozapisu.

Socrative

To je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za učenike u isto vrijeme. Preporučujemo je za ponavljanje gradiva. Vrlo je slična spomenutom kvizu Kahoot. Socrative je jednostavan za uporabu te učenicima može poslužiti za kreiranje vlastitih kvizova. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu. Više o Socrativeu pročitajte na poveznici [e-laboratorij](#) ili pogledajte u videozapisu.

[Socrative Tutorial 2015 NEW](#)

Padlet

Padlet je *online* alat namijenjen suradnji. Alatom se koristi kao “praznim papirom”, tj. *online* zidom na kojemu možete dodavati svoje ideje, recenzije, obavijesti, informacije, učtavati slike i dokumente, a možete i drugim sudionicima omogućiti sve navedeno. Jednostavan je za uporabu, dostupan na različitim uređajima, prilagođen potrebama korisnika i namjena mu je raznovrsna. U ovome modulu možete se koristiti njime za ponavljanje pojmova, upisivanje primjera i rješavanje predviđenih zadataka. Njime se može služiti svaki učenik posebno (ako ima računalo ili tablet), a ako nemate dovoljan broj računala, učenici se mogu podijeliti u skupine i zajednički popunjavati zadani padlet na nekoliko dostupnih računala. Više o radu s Padletom možete pročitati u [e-laboratoriju](#). Pogledajte kratke upute u programu Slideshare o [Primjeni alata Padlet u obrazovanju](#).

Coggle

Coggle je digitalni alat namijenjen izradi umnih mapa. Prednosti alata Coggle su jednostavnost i minimalizam. Coggle alatom možete brzo, jednostavno i pregledno izraditi željenu umnu mapu. U ovome modulu možete ga upotrijebiti za ponavljanje pojmova i formula po jedinicama ili na kraju, za cijeli modul. O načinu uporabe možete pročitati u [e-laboratoriju](#) ili pogledati u videozapisu.

[Coggle Introduction](#)

Popplet

[Popplet](#) je jednostavan digitalni alat za vizualizaciju i organizaciju ideja ili informacija u obliku umne mape, pri čemu se koristi suradnjom. Za razliku od Cogglea, ovdje možete zajedno s učenicima izraditi umnu mapu, odnosno podijeliti sadržaje koje su naučili kao ponavljanje gradiva na kraju ili na početku sata. Uputu o načinu rada imate i u videozapisu.

[How to Make a Popplet, a Mind Mapping Tool](#)

Google disk

Google Disk besplatan je društveni programski Web 2.0 alat. Omogućuje sljedeće funkcionalnosti: jednostavno stvaranje novih dokumenata na mreži, dodavanje postojećih dokumenata, organizaciju u mape, dijeljenje dokumenata i istodobni rad više korisnika na jednom dokumentu u stvarnom vremenu. Prednost je Google diska što su dokumenti dostupni u bilo koje vrijeme i s bilo kojeg računala spojena na internet. Ovdje predlažemo da se koristite Google Prezencijom za ponavljanje gradiva, koju može pripremati više učenika istodobno, služiti se njome te prezentirati u *online* okruženju. Više o uporabi možete pročitati u [e-laboratoriju](#) ili u sljedećem videozapisu.

[Google disk](#)

Office 365

[Office 365](#) je sustav koji je najkorištenije tzv. *desktop* alate za izradu sadržaja (Word, Excel, PowerPoint) preselio u oblak, čime je omogućio pristup svim dokumentima u bilo koje vrijeme i s bilo kojeg uređaja spojena na internet. Office 365 omogućuje jednostavno stvaranje novih dokumenata u oblaku, dodavanje i organizaciju postojećih mapa, dijeljenje dokumenata te komunikaciju i suradnju s drugim korisnicima. Osim spomenutih i dobro poznatih alata "klasičnog" Microsoft Office paketa, sustav je obogaćen mnogim različitim alatima koji omogućuju veću produktivnost, kako u poslovnom okruženju tako i u nastavnom procesu. Svim učenicima, učiteljima i nastavnicima osnovnih i srednjih škola omogućen je besplatan pristup sustavu Office 365 uporabom osobnog elektroničkog identiteta u sustavu AAI@EduHr. Više o tom alatu pročitajte u [e-laboratoriju](#) ili pogledajte videozapis.

[Saving teachers time with Office 365](#)

Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

Scenariji poučavanja

Pri realizaciji modula *Logaritamska funkcija* mogu vam pomoći [scenariji poučavanja](#) razvijeni u projektu e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot projekt):

- [Pametno sa svojim novcem](#)
- [Matematičke ovisnosti](#)
- [Problemski zadatci bez problema](#)
- [Ponavljanje je majka znanja.](#)

Videosadržaji

- [Logaritamska funkcija i njezina svojstva \(2S2P\)](#) 18 videozapisa autora Tonija Miluna
- [Primjene eksponencijalne i logaritamske funkcije 01](#) autora Tonija Miluna
- [Primjene eksponencijalne i logaritamske funkcije 02](#) autora Tonija Miluna
- [Logarithms](#), pjesma o logaritmima na engleskom jeziku autora Darrena Gabrielsena

- Još jedna pjesma o logaritmima, autorice Sare Slagle, kao ideja učenicima da sami osmisle pjesmu o logaritmima, All About That BASE (logarithms)

Sadržaji na engleskom jeziku

- Pogledajte kako logaritme obrađuju na [Khan Academy](#).
- O logaritamskoj funkciji možete pročitati i na [Math Is Fun](#).
- Ponudite učenicima interaktivnu vježbu na portalu [Classzone: Evaluate Logarithms and Graph Logarithmic Functions](#).

Poveznice na dodatne izvore i važne referencije za nastavnika

Pojam obrnute učionice na [Carnetovim web stranicama](#).

Dodatne sadržaje možete pronaći na GO-LAB platformi. GO-LAB je virtualni laboratorij pogodan za istraživanje. Sadržava mnogobrojne matematičke sadržaje. Što je GO-LAB, pročitajte na [e-laboratorij](#).

Preporučujemo Priručnik za nastavnike [Primijenjena matematika podržana računalom](#) autorica Vesne Županović i Kristine Šorić, izrađen u sklopu projekta "STEM genijalci". Za ovaj modul posebno je zanimljivo prvo poglavlje, o funkcijama, te modeliranje logaritamskom funkcijom, od 146. stranice.

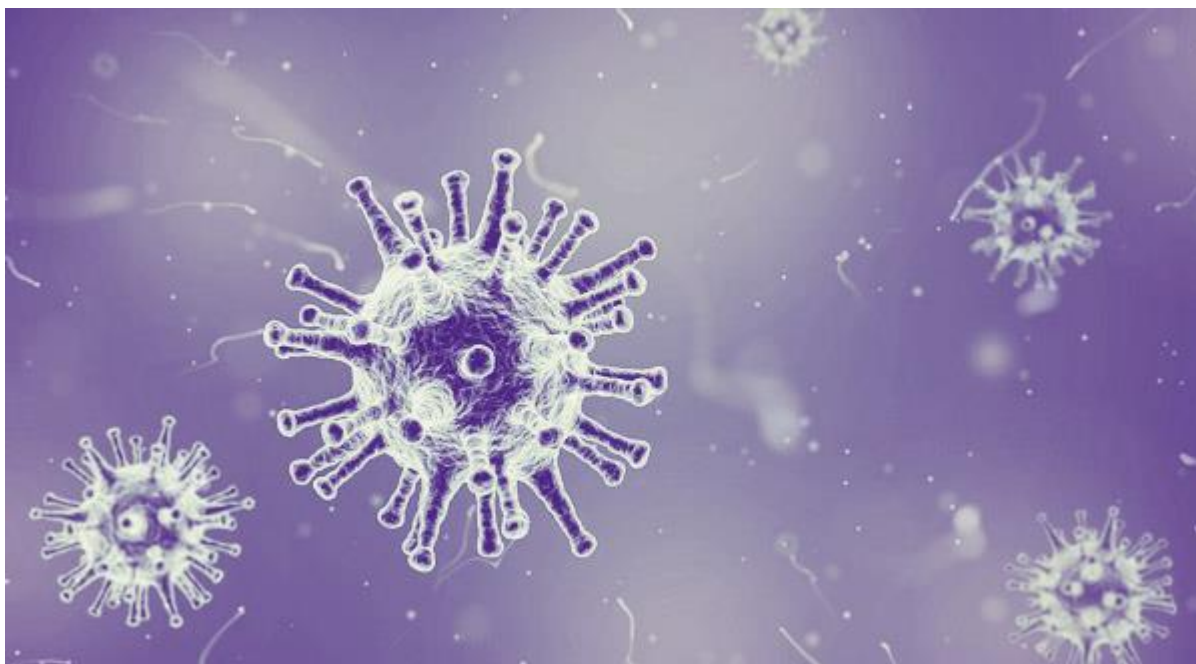
Predlažemo da potražite primjere primjene logaritamske funkcije u Priručniku za nastavnike (na stranicama 73. - 77.), pod nazivom [Funkcije u prirodoslovlju](#) (Projekt Zajedno kroz prirodoslovlje), u izdanju Gimnazije Petra Preradovića iz Virovitice.

Preporučujemo da pratite Hrvatski matematički elektronički časopis [math.e](#). Članak koji možete upotrijebiti za ovaj modul je [Benfordov zakon](#), logaritamski model koji služi za otkrivanje raznih financijskih prijevара.

Operativni plan

	Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
6.	Logaritamska funkcija		12 + 1
		6.1. Logaritamska funkcija	2
		6.2. Graf i svojstva logaritamske funkcije	2
		6.3. Veza eksponencijalne i logaritamske funkcije	3
		6.4. Računanje s logaritmima	3
		6.5. Modeliranje logaritamskom funkcijom	2
		Aktivnosti za samostalno učenje	1
		Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

6.1. Logaritamska funkcija



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Proširivanje znanja o potencijama na logaritme
- Uočavanje veze između potencija i logaritama
- Definiranje logaritamske funkcije
- Primjenjivanje matematičkog jezika u usmenome i pisanome izražavanju

Odgojno-obrazovni ishodi

- Definirati logaritamsku funkciju
- Povezati logaritme s potencijama

Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Rješavanje problema
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika. Isto tako se može upotrijebiti kao materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

U uvodu je prikazan primjer problema s eksponencijalnom funkcijom. Kako bi se odredila vrijednost varijable za poznatu vrijednost funkcije, uočena je potreba za uvođenjem inverzne funkcije.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Logaritmi

Rješavajući različite vrste jednadžbi učenici mogu uočiti da nemaju "alat" za rješavanje jednadžbi kod kojih je nepoznanica u eksponentu. Stoga se uvodi pojam logaritma. Već kod definicije logaritama važno je naglašavati potrebu da argument i baza budu pozitivni te uz to i uvjet da baza nije 1. Logaritam od nekog broja definiran je kao eksponent kojim bismo potencirali bazu da dobijemo potenciju koja čini argument logaritma. Inverznost potenciranja i logaritmiranja je stalno naglašena. Važno je da učenici dobro uvježbaju vezu logaritama i potencije, kako bi kasnije mogli računati logaritme svođenjem potencije na bazu koja je ujedno i baza logaritma. Pjesma "Logaritam je eksponent..." trebala bi pomoći učeniku da zapamti tu činjenicu i da se njome koristi u raznim situacijama.

Važan je naglasak i na pravilnom zapisivanju logaritama te čitanju logaritama i njihovih dijelova.

Računanje logaritama

Osim računanja logaritama svođenjem argumenta na potenciju s bazom koja je ujedno i baza logaritma, u ovoj jedinici je pokazano kako izračunati logaritam koristeći se džepnim računalom. Preporučuje se objašnjavanje upotrebe tipke log i tipke ln nakon samostalnog istraživanja učenika. Mnogi će učenici iz podataka koje dobiju na džepnom računalu sami moći uočiti koje su baze kod računanja log i ln. Zada li se učenicima da izračunaju vrijednosti logaritama od brojeva koji čine rastući niz, može se uočiti i monotonost logaritamske funkcije.

Definiranje logaritamske funkcije

Kod definiranja logaritamske funkcije važno je naglasiti domenu, koju mogu činiti samo pozitivni brojevi. Također se, povezujući eksponencijalnu i logaritamsku funkciju, može uočiti veza između domene i slike tih dviju funkcija. Ta veza će u idućim jedinicama biti i grafički pokazana.

Određujući vrijednosti logaritamske funkcije s bazom 2 i s bazom $\frac{1}{2}$ uočava se monotonost logaritamskih funkcija.

Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a ponovljen je pojam logaritma i logaritamske funkcije i još se jedanput ističe da je logaritam nekog broja eksponent kojim se treba potencirati baza kako bismo dobili argument.

Dodatni prijedlozi

Za uvježbavanje određivanja logaritama i/ili vrijednosti logaritamske funkcije mogu se organizirati natjecanja u kojima će se učenici natjecati tko će prije (i to točno) izračunati neki izraz. Ta natjecanja mogu biti i ekipna.

Kao dodatni materijal preporučujemo:

Članak koji govori [o uvođenju eksponencijalne i logaritamske funkcije](#) u nastavu, autora Gorana Trupčevića i Anđe Valent.

Korisna u nastavi može biti i [skripta o logaritmima](#) napisana na engleskom jeziku.

O logaritamskoj funkciji možete pročitati i na stranicama [Paul's Online Math Notes](#).

[Khan Academy](#) donosi niz tekstova, videozapisa i vježbi za učenje logaritama i logaritamske funkcije.

Osnove vezane uz ovu temu se mogu pronaći i na [webu autorice Ingrid Stewart](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više

Učenicima koji žele znati više preporučuje se istražiti [upotrebu logaritama u Excelu](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da su oni heterogena skupina i da odabir prilagodbi treba temeljiti na individualnim obilježjima učenika.

Za učenike s teškoćama preporučujemo upotrebu džepnog računala za određivanje vrijednosti logaritama.

Učenicima s diskalkulijom zadajte više primjera zadataka kao u primjerima 1. i 2., kako biste bili sigurni da su razumjeli postupak. Kako biste jednostavnije objasnili promjenu logaritma nekog broja u potenciju s bazom, možete to učiniti tako da svaki element obojite drugom bojom te i na taj način objasnite tu promjenu.

U podnaslovu Logaritamske funkcije učenicima s teškoćama jezičnog razumijevanja mogla bi biti nejasna rečenica o tome kako je logaritam inverzna funkcija od eksponencijalne pa je potrebno objasniti im je na primjeru.

6.2. Graf i svojstva logaritamske funkcije



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Proširivanje znanja o funkcijama
- Svladavanje postupka crtanja logaritamske funkcije
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje svojstava logaritamske funkcije

Odgojno-obrazovni ishodi

- Prikazati logaritamsku funkciju tablično i grafički
- Izvesti osnovna svojstva logaritamske funkcije
- Primijeniti osnovna svojstva logaritamske funkcije

Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Samovrednovanje
- Rješavanje problema
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima, za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika. Isto tako se može upotrijebiti kao materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

U uvodu se prisjećamo pojma funkcije na motivacijskom primjeru. Popisu za trgovinu pridružujemo cijene proizvoda. Možete i sami načiniti neka slična pridruživanja (npr. svakom učeniku pridružiti visinu ili redni broj u imeniku, gdje imamo pridruživanje koje je uvijek funkcija, a imamo i pridruživanje koje ne mora biti funkcija ako postoje učenici s istom visinom) i raspraviti s učenicima o tome može li takvo pridruživanje biti funkcija, odnosno kad jest, a kada nije funkcija. Neka sami raspravljaju o tome, a u nastavku jedinice dobit će odgovor.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Ponavljanje funkcija

S učenicima ponovite pojam, definiciju funkcije i svojstvo injektivnosti. U prva tri zadatka analizirajte značenje pojmova "pridruživanje", "svakom elementu", "točno jedan element" i injekciju.

Možete skicirati i nekoliko grafova te horizontalnim i vertikalnim testom ispitati je li graf funkcija, a ako jest, je li injekcija.

Definicija inverzne funkcije

S 4., 5. i 6. zadatkom navedite učenike na definiciju inverzne funkcije. Neka bolji učenici nauče zapis kompozicije funkcija. Može im se dati dodatno nekoliko zadataka za traženje kompozicije funkcija. Neka u konkretnim zadacima (*zadatak 7.*) uoče nekomutativnost kompozicije funkcija. *Zadatak 8.* neka riješe bolji učenici.

Definicija logaritamske funkcije

Logaritamsku funkciju definirajte sada kao inverz eksponencijalne funkcije. U prethodnoj jedinici logaritam je definiran kao eksponent kojim treba potencirati bazu kako bismo dobili argument. Direktno iz svojstva kompozicije međusobno inverznih funkcija slijede dva identiteta koja će se poslije upotrijebiti za računanje s logaritmima. Svakako ih pokažite i naglasite za koje nepoznanice x vrijedi koji identitet. Stalno učenike propitujte koja je domena eksponencijalne, a koja logaritamske funkcije te provjerite jesu li zapamtili uvjet na bazu.

Graf logaritamske funkcije

Graf se uvodi tablično, kao i eksponencijalna funkcija. Za određivanje točaka uzimamo one vrijednosti za argument koje su potencija baze logaritma koji crtamo. Za dobivanje vrijednosti logaritma primijenimo vezu s eksponencijalnim zapisom. Ponuđenom interaktivnom vježbom u GeoGebri učenici mogu predočiti svaku promjenu baze, koordinata točaka, odnosno vidjeti što se događa s grafom. Ponovite grafove s bazama 2, 10 i e kako bi učenici mogli usporediti proizvoljnu logaritamsku funkciju sa zadanim grafovima u danoj interakciji. U [OneNote metodičkom priručniku](#) možete pronaći GeoGebru ponuđenu učenicima za analizu logaritamskoga grafa.

Svojstva logaritamske funkcije

Neka učenici sami nabroje svojstva koja su uočili u interakciji s logaritamskim grafom. Tek nakon toga pogledajte animaciju u kojoj se sistematiziraju svojstva logaritamske funkcije. Potražite je u [OneNote metodičkom priručniku](#). Zaustavite animaciju u koraku kad se pojavi pravilo rasta funkcije za $a > 1$. Pojavit će se točka na grafu koja "putuje" po grafu svojom domenom. Na osi ordinata prikazana je vrijednost funkcije u toj točki. Neka učenici uoče da uz rast apscise raste i ordinata.

Za razumijevanje svojstava eksponencijalne funkcije najbolje je koristiti se ponuđenim GeoGebrom i prema danim uputama istraživati. Preporučujemo da zajedno s učenicima uporabom GeoGebre utvrdite koja svojstva ima eksponencijalna funkcija. GeoGeobra s dvjema eksponencijalnim funkcijama, radi lakše usporedbe i uočavanja svojstava u odnosu na različite baze, nalazi se i u [OneNote metodičkom priručniku](#).

Primjena svojstava

U *zadacima 11., 12. i primjeru 3.* provjerava se jesu li učenici razumjeli kako se crta graf te znaju li uočiti i primijeniti svojstva logaritamskoga grafa.

Završetak

Na kraju predlažemo da se još jedanput vratite na sve one primjere koje ste ponudili za traženje funkcija i odgovorite na pitanja što od toga jest, a što nije funkcija, odnosno gdje imamo injekciju, a možda netko uoči i surjekciju.

U procjeni znanja od učenika se traži da razumiju definiciju i svojstva logaritamske funkcije te vezu s eksponencijalnom funkcijom.

Dodatni prijedlozi

Predlažemo uporabu GeoGebre kao interaktivnog alata za rješavanje zadataka s logaritamskom funkcijom te zadavanje domaće zadaće u GeoGebri u virtualnoj razrednoj skupini, o čemu možete više saznati u [OneNote metodičkom priručniku](#). Na portalu [tes teach](#) je niz videouputa o crtanju logaritamske funkcije, svojstvima i ostale zanimljivosti o logaritmima. Ti videozapisi

moгу se upotrijebiti za obrnutu učionicu. Neke od videozapisa potražite u [OneNote metodičkom priručniku](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više

Preporučite učenicima zainteresiranim za dodatno ponavljanje funkcija prezentaciju s portala [skole.hr](#) autorice Aleksandre Mudrinić. Od učenika koji žele znati više očekujemo da dodatno ponove [kompoziciju funkcija](#). Surjekciju, injekciju i inverz učenici mogu dodatno ponoviti na portalu [Khan Academy](#). Na uvijek zanimljivim stranicama [Math is Fun](#), uz bijekciju, mogu ponoviti [inverznu funkciju](#). Na portalu [ChiliMath](#) dobivanje inverzne funkcije iz eksponencijalne razrađeno je po koracima. Preporučujemo i to učenicima. Provjerite jesu li razumjeli pojam bijekcije na konkretnim primjerima, onima koji su ponuđeni u jedinici, ali i onima koje ste sami s njima obradili (npr. pridruživanje učenika rednom broju u imeniku i sl.). Na portalu [tes teach](#) je niz videouradaka s uputama kako pronaći inverznu funkciju. Neke od njih potražite u [OneNote metodičkom priručniku](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenike s diskalkulijom potrebno je u 2. zadatku podsjetiti što je svojstvo injektivnosti, iako je u zadatku dodana formula.

Također, u 7. zadatku potrebno ih je podsjetiti što je svojstvo komutativnosti.

Pri objašnjavanju grafa logaritamske funkcije, učenicima s diskalkulijom i oštećenjem vida unaprijed pripremite ispisan prvi graf, kako bi mogli jednostavnije pratiti nastavnikove upute. Organizirajte rad na prvoj interakciji grafa logaritamske funkcije kao rad u paru te učenika s diskalkulijom povežite s učenikom bez teškoća, koji bi mu mogao pomoći u razumijevanju toga što se događa s grafom kad mijenjamo bazu i pomičemo točku na grafu. Isto učinite i pri rješavanju zadatka 10.e).

Zadatak interakcije ispod 10. zadatka trebali biste učenicima s teškoćama popratiti usmenim uputama.

Za lakše rješavanje 12. zadatka učenicima unaprijed pripremite ispisan graf kako se ne bi stalno morali sa zadatka vraćati na sliku.

6.3. Veza eksponencijalne i logaritamske funkcije



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Spoznavanje veze između eksponencijalne i logaritamske funkcije s pomoću njihovih grafova
- Primjenjivanje matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju pri opisu grafova eksponencijalne i logaritamske funkcije
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za grafički prikaz funkcija te grafičko interpretiranje podataka

Odgojno-obrazovni ishodi

- Grafički prikazati svojstvo inverznosti eksponencijalne i logaritamske funkcije
- Povezati grafički i algebarski vezu između eksponencijalne i logaritamske funkcije

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Istraživanje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 sata

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima, za obradu, vježbanje, ponavljanje, za samostalni, suradnički ili projektni rad učenika te kao radni materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

Kao motivacijski primjer ponovno se vraćamo na Emin rođendan (iz modula *Eksponecijalne funkcije*) i postavljamo problem glasne glazbe, odnosno udaljenosti od izvora zvuka. U uvodu su postavljena neka pitanja da se vidi koliko učenici znaju o problemu buke i decibelima te da ih se potakne na razmišljanje. Problem se rješava nakon što se ponove i nauče neki pojmovi o funkcijama i o vezi između logaritamske i eksponencijalne funkcije. Na sva pitanja iz uvoda odgovori će se dobiti u jedinici u nastavku.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Graf inverzne funkcije

Nakon kratkog ponavljanja funkcije i njezina inverza definiraju se grafovi inverznih funkcija, simetrični u odnosu na pravac $y = x$. Ovdje se mogu ponoviti međusobno inverzne eksponencijalne i logaritamske funkcije. Učenici mogu sami pronaći neke inverzne funkcije koje znaju, simetrične u odnosu na pravac $y = x$. Preporučujemo zanimljivu prezentaciju, dostupnu na www.slideserve.com o funkcijama. Možda nije cijela prezentacija primjerena ovoj jedinici, ali možete izdvojiti dio koji obrađuje inverzne funkcije i kompoziciju funkcija te neke primjere o kojima možete raspraviti s učenicima.

Od eksponencijalnoga do logaritamskoga grafa i svojstva

Ponavljamo crtanje eksponencijalne funkcije s pomoću tablice točaka kako bismo prema definiciji inverzne funkcije iskoristili istu tablicu za crtanje njoj inverznoga grafa, tako da zamijenimo vrijednosti koordinatama x i y . U prethodnoj jedinici crtali smo logaritamsku funkciju direktno računajući vrijednosti logaritma. Kako nije uvijek lako pronaći logaritam nekog broja, koristimo se vrijednostima eksponencijalne funkcije kako bismo nacrtali logaritamski graf.

S pomoću GeoGebre ponuđene učenicima (možete je pronaći u [OneNote metodičkom priručniku](#)) istražite i ispitajte svojstva logaritamske funkcije. Uočite sličnosti i razlike između svojstava eksponencijalne i logaritamske funkcije. Predlažemo da napravite usporednu tablicu svojstava eksponencijalne i logaritamske funkcije kao malu sistematizaciju.

Veza potencije i logaritma

Uz primjere od 3. do 5. te zadatke od 8. do 10. od učenika se očekuje da do automatizma nauče povezivati eksponencijalne i logaritamske izraze, a za one koji žele više i traženje inverza elementarne logaritamske funkcije.

Računanje intenziteta zvuka iz uvoda

Korelacijom s fizikom rješavamo problem intenziteta zvuka. Ponuđen je i dodatni zadatak za one koji žele znati više.

Predlažemo da napravite projektni zadatak gdje će odabrani učenici proučiti, istražiti i napraviti prezentaciju o akustici, jakosti zvuka, buci, trenutačno valjanim propisima o dopuštenoj razini buke u zatvorenim prostorima. (Neki linkovi već su ponuđeni za istraživanje). Posebno bi trebalo istražiti koje su posljedice (glasnog) slušanja glazbe sa slušalicama na ušima, što je česta pojava među mladima.

Zadatak 11. predlažemo da naprave učenici koji žele znati više i objasne ga u razredu.

Crtanje logaritma s pomacima

Jednostavniji grafovi predviđeni su za sve učenike s pomoću tablice točaka prema analogiji s crtanjem elementarne logaritamske funkcije.

Crtanje s pomoću pomaka osnovnoga logaritamskoga grafa predlažemo učenicima koji žele znati više. Ponuđena im je GeoGebra kojom mogu proučiti što se događa s grafovima ovisno o realnim brojevima x_0 i y_0 u jednadžbi grafa $y = \log_a(x - x_0) + y_0$ te nakon toga riješiti postavljene im zadatke. Interakciju logaritma s pomacima preporučujemo svim učenicima. Možete je pronaći u [OneNote metodičkom priručniku](#).

Na kraju se svi mogu poslužiti GeoGebrinim predloškom i nacrtati graf funkcije koji žele. Mogu time provjeravati jesu li dobro nacrtali grafove koji su se od njih tražili (npr. za zadaću). U polje za unos mogu napisati i jednadžbu asimptote. Može im poslužiti i za crtanje eksponencijalnoga grafa.

Osmislite malo natjecanje. Neka jedna skupina zada uvjet (svojstvo) koji mora zadovoljiti neki graf, a ostali moraju pronaći graf s tim svojstvom i nacrtati ga s pomoću predloška. Neka se učenici izmjenjuju tako da svi dođu u situaciju da moraju osmisliti zadatak, kao i da ga moraju riješiti. Najuspješnijeg crtača moraju nagraditi ocjenom.

Završetak

Predlažemo da skupina učenika istraži povijest nastanka logaritma, logaritamskih tablica, prvotnu svrhu logaritama, kako su se tijekom povijesti razvijali i našli put u mnogim područjima života te zašto su nam danas potrebni logaritmi. Neka im moto budu citati dani na kraju jedinice. Preporučujemo zanimljivu prezentaciju [o povijesti matematike u vrijeme renesanse](#) autorice

Franke Miriam Bruckler. O povijesti logaritama možete više pronaći i na engleskim stranicama [MAA \(Mathematical Assosiation of America\)](#).

Dodatni prijedlozi

U [OneNote metodičkom priručniku](#) potražite video u kojem autor Toni Milun rješava jedan zadatak s državne mature. Pogledajte ga s učenicima. Neka ga pokušaju riješiti na neki drugi način koji su naučili u ovoj jedinici (grafički).

Za dodatni rad možete se koristiti sljedećim sadržajima na engleskom jeziku:

- [Khan academy](#) nudi kviz za ponavljanje i videozapise za učenje. Jedan takav videozapis potražite u [OneNote metodičkom priručniku](#).
- U [Classzone](#) pronađite zadatke koji povezuju logaritamsku i eksponencijalnu funkciju.
- [MATHhelp](#) isto tako nudi kviz povezivanja eksponencijalnoga i logaritamskog izraza. Kviz je zanimljiv jer nudi i postupak rješavanja. Može se zadati učenicima za domaću zadaću (pogotovo onima kojima treba pomoć pri rješavanju zadataka).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenicima koji žele znati više ponudite sljedeće sadržaje s portala na engleskom jeziku:

- [Tes teach](#) (inverz eksponencijalne i logaritamske funkcije)
- [Benfordov zakon](#) je zanimljiva primjena logaritama popularna u financijskom svijetu. Predložimo da se time pozabave učenici koje zanima ekonomija i prezentiraju ga u razredu. [Khan academy](#) obrađuje ga u dva videa.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Tekst *Na početku* jedinice potrebno je pročitati učenicima s teškoćama u čitanju.

Kako bi učenici s teškoćama lakše riješili 1. zadatak te kako se ne bi trebali za svaki dio zadatka vraćati na dio jedinice u kojoj je zadan zadatak, funkciju i inverznu funkciju možete zapisati na neko vidljivo mjesto (primjerice na ploču).

Definiciju da su grafovi inverznih funkcija međusobno simetrični s obzirom na simetralu 1. i 3. kvadranta potrebno je pokazati i grafički.

Učenicima s diskalkulijom i oštećenjem vida potrebno je unaprijed ispisati sliku koordinatnog sustava u 1. primjeru te tablicu iz 2. i 8. primjera.

Videozapis uz 3. zadatak potrebno je usmeno objasniti, kako bi bio jasniji učenicima s teškoćama.

Prije rješavanja 5. zadatka ponovite s učenicima značenje riječi asimptota.

Učenicima s diskalkulijom dodatno objasnite što se događa s logaritamskom funkcijom mijenjajući bazu u interakciji *Praktične vježbe*.

6.4. Računanje s logaritmima

$$\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$$

$$\log_a \frac{u}{v} = \log_a u - \log_a v$$

$$\log_a u^r = r \cdot \log_a u$$

$$\log_a \sqrt[n]{u} = \frac{1}{n} \log_a u$$

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvajanje pravila za računanje s logaritmima
- Rješavanje zadataka uz primjenu pravila
- Primjenjivanje matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju pri opisu logaritamske funkcije
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za grafičko interpretiranje podataka

Odgojno-obrazovni ishodi

- Odrediti pravila za računanje s logaritmima
- Primijeniti pravila za računanje s logaritmima

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Istraživanje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Samovrednovanje

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima, za obradu, vježbanje, ponavljanje, za samostalni, suradnički, projektni rad učenika te kao radni materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

Kao uvod predstavljeno je jedno od pravila i zapravo naglašena važnost logaritama. Predstavljamo matematičare i inovatore koji su učinili prvi korak prema izradi modernih računala. Učenici mogu ranije istražiti o ovoj temi i napraviti malu prezentaciju kao uvod u jedinicu.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Svojstva logaritamske funkcije

Za početak imamo dva pravila o kojima se već govorilo, ali sada ih trebamo ponovno naglasiti i ponoviti.

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

Također ponovimo često upotrebljavano:

$$\ln e = 1$$

$$\log 10 = 1$$

Logaritam umnoška

Učenike upoznajemo s pravilom za logaritam umnoška. Možemo ih i navesti računajući posebno logaritam umnoška dvaju brojeva pa posebno logaritme tih brojeva i zbrojiti ih. Učenici tako sami dolaze do zaključka. Na kraju svakako izvodimo pravila.

U nekoliko primjera i zadataka pravilo uvježbavamo.

Logaritam potencije

Uvodimo pravilo i dokazujemo ga. Pravilo primijenimo na nekoliko primjera i zadataka. Učenici mogu pokušati i sami osmisliti nekoliko zadataka.

Logaritam kvocijenta

Uvodimo pravilo i dokazujemo ga. Pravilo primijenimo na nekoliko primjera i zadataka. Učenici mogu pokušati i sami osmisliti nekoliko zadataka.

Primjena pravila

Važno je da pravila učenici zapamte pa je dobro uvježbati ih na što više zadataka. Pravila primijenimo na zadacima u kojima se traži upotreba više pravila.

Izvodimo još dva važna pravila:

$$a^{\log_a x} = x$$

$$\log_a a^x = x$$

Pravilo za promjenu baze

Uvodimo pravilo za promjenu baze. Gdje se pravilom koristimo? Ako naše džepno računalo nema logaritam proizvoljne baze, s pomoću ove formule prevodimo u bazu 10 ili e i računamo.

Pravila je bitno uvježbati do automatizma jer će nam trebati u rješavanju jednadžbi.

Završetak

Za kraj pogledajte videozapis i 3D animaciju. Bit će vam jasnije kako je to točno logaritam na mala vrata uveo mehanička računala.

Dodatni prijedlozi

Za dodatni rad možete se koristiti sadržajima na hrvatskom jeziku:

- [Matematika podržana računalom](#)
- [Grupni rad-tablice](#) - autorica Tanja Vukas
- [Računanje s logaritmima](#) - autor Robert Gortan.

Sadržaji na engleskom jeziku su:

- [Riješeni primjeri](#)
- [Logaritamska funkcija i pravila.](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

S darovitim učenicima možete istražiti kako su zapravo nastale logaritamske tablice i koliko je vremena trebalo za njihovu izradu.

Također možete naučiti kako u glavi računati logaritme: [Mentalni logaritmi](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da se koristite većim fontom, osobito kod baza logaritama.

Za učenike s ADHD-om možete izraditi mini MEMO kojim se učenik može služiti tijekom rada. Učenici mogu izraditi plakat s osnovnim svojstvima i pravilima logaritama funkcije.

Postupak rada za nekoliko primjera napravite kao kartice za slaganje. Učenici neka poslije napravljeni zadatak izrežu i slažu u pravilan redoslijed.

Tekst *Na početku* potrebno je pročitati učenicima s teškoćama u čitanju.

Kako bi učenici lakše upamtili pravilo umnoška, logaritam potencije i kvocijenta, možete im pravila ispisati na papiru i staviti na vidljivo mjesto. Za svako pravilo možete im obojiti elemente pravila u drugu boju kako bi mogli pratiti slijed.

6.5. Modeliranje logaritamskom funkcijom



Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Usvajanje postupka kreiranja logaritamske funkcije uz zadane uvjete
- Spoznavanje logaritamske veze između dviju pojava i kreiranje grafičkog prikaza
- Primjenjivanje matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju pri opisu grafa logaritamske funkcije
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za grafičko interpretiranje podataka

Odgajno-obrazovni ishodi

- Modelirati logaritamsku funkciju koja opisuje određeni problem
- Grafički prikazati logaritamsku vezu između dviju pojava
- Interpretirati podatke prikazane grafički

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Istraživanje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Samovrednovanje

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima, za obradu, vježbanje, ponavljanje, za samostalni, suradnički, projektni rad učenika te kao radni materijal za obrnutu učionicu.

Uvod i motivacija

U uvodu objašnjavamo razliku između problema koji se mogu modelirati s pomoću eksponencijalne i logaritamske funkcije. Navodimo primjere kod kojih vrijednost na početku naglo raste, a onda je taj rast sve sporiji i sporiji. Nakon uvoda neka učenici sami navedu primjere, a tek onda im iznesite ostale, koje nisu naveli.

Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Određivanje logaritamske funkcije s pomoću točaka s grafa

Znamo da je funkcija logaritamska ili slutimo da jest. Kako ćemo s pomoću nekoliko točaka doći do funkcije kojom možemo modelirati neke druge situacije i napraviti predviđanje? Napravite s učenicima *primjer 1.*, u kojem je taj postupak primijenjen. Graf nacrtajmo s pomoću IT-ija ili tablice. Izračunajte sada vrijednost funkcije za proizvoljni argument. Je li točka na grafu?

Vježbajmo na različitim grafovima očitavanje vrijednosti funkcije za zadani argument i obrnuto.

Možemo li iz grafa pronaći funkciju? Očitajmo dvije točke (pazimo da budu točno očitane) i ponovimo postupak iz primjera 1.

Na kraju, s pomoću nekoliko interaktivnih pitanja provjerite usvojenost ovoga dijela gradiva. Učenici se mogu koristiti tabletima ili mobilnim telefonima ili vježbajte zajedno služeći se projektorom.

Modeliranje logaritamske funkcije koja opisuje problem

Kako bismo mogli modelirati realne probleme, moramo znati kad primijeniti linearni model, kad eksponencijalni model, a kad logaritamski model. Pokažite učenicima na primjerima kako prepoznati razliku.

U nastavku zadajte tablicu s podacima o očekivanom životnom vijeku. Zajednički prvo provjerite koji model upotrijebiti. Prikažimo podatke grafički. Pronađimo funkciju s pomoću dviju točaka (po skupinama), odaberite različite točke i usporedite s funkcijom koju ste dobili s pomoću GeoGebre. Neka učenici pronađu podatke na internetu i usporede ih s dobivenima.

Zajedno smislite novi primjer ili iskoristite pripremljeni zadatak. Na dva ponuđena načina pronađite funkciju. Koja je točnija? Ispitajte zajedno. Jedna skupina može raditi na jedan način, druga na drugi, pa usporediti rezultate.

Logaritamska ljestvica

Predstavite učenicima logaritamsku ljestvicu i kako se njome koristiti. S pomoću ovog modela riješite primjer potresa. Potaknite učenike na istraživanja i traženje problema koje možete modelirati. Možete istaknuti atmosferski tlak, pH-vrijednosti u kemiji, radioaktivni raspad. Kao izazov riješite forenzički zadatak. Možete složiti više sličnih zadataka i skupni rad. Možete učenicima dati da sami smisle zadatke jedni drugima. Neka se koriste Marinovom aplikacijom ili naprave vlastite aplikacije.

Završetak

Za kraj, pogledajte 3D animaciju Gabrielova roga i istražite ulogu logaritama. Što je binarni logaritam?

Dodatni prijedlozi

Za dodatni rad možete se koristiti sljedećim sadržajima na hrvatskom jeziku:

- [Matematika podržana računalom.](#)

Sadržaji na engleskom jeziku su:

- [Math is fun](#) - ponavljanje i primjena.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima

S darovitim učenicima možete izraditi logaritamsko računalo - kružno i linearno.

- <http://www.hpmuseum.org/sliderul.htm> - o logaritamskom računalu
- https://youtu.be/ck5700s_yyA Napravi svoje logaritamsko računalo
- [Landauova igra i binarni logaritam](#)

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da se koristite GeoGebrinim interakcijama - uz upotrebu mogućnosti povećanja i podebljanja crta, te dodatno isticanje za slabovidne učenike.

Za učenike s ADHD-om možete izraditi mini MEMO kojim se učenik može koristiti tijekom rada. Učenici mogu izraditi plakat s osnovnim svojstvima logaritamske funkcije. Projekte svakako provoditi u skupini i učeniku dodijeliti posao koji može uspješno odraditi. Poticati osjećaj uspješnosti.

Tekst *Na početku* potrebno je pročitati učenicima s teškoćama u čitanju.

U 1. primjeru učenike sa specifičnim teškoćama u učenju potrebno je podsjetiti na načine kojima možemo riješiti jedndžbu s dvjema nepoznicama.

U 2. i 3. primjeru potrebno je učenicima dati ispisane grafove na papiru kako bi mogli jednostavnije riješiti zadatke.

Provjerite razumiju li učenici s teškoćama u jezičnom razumijevanju značenje izraza magnituda te amplituda potresa.

Učenicima s teškoćama u čitanju potrebno je pročitati 5. zadatak te im izdvojiti važne podatke iz zadatka.

Učenicima s motoričkim teškoćama trebat će pomoć pri upisivanju ili odabiru rezultata u zadatcima te u interaktivnim zadatcima.

Aktivnosti za samostalno učenje

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Spoznavanje osnovnih matematičkih znanja o logaritamskoj funkciji
- Povezivanje grafa i svojstava logaritamske funkcije
- Modeliranje problemskih situacija primjenom logaritamske funkcije
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvježavanje važnosti eksponencijalne funkcije u rješavanju svakodnevnih problema
- Istražiti i proširiti stečena znanja o eksponencijalnoj funkciji

Odgojno-obrazovni ishodi

- Računati s logaritmima
- Pokazati logaritamsku funkciju grafički
- Povezati algebarski prikaz s tabličnim i grafičkim prikazom
- Odrediti svojstva logaritamske funkcije
- Modelirati probleme s pomoću logaritamske funkcije

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Provođenje zamisli i djelovanje
- Istraživačke vještine
- Interakcija i suradnja

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj sati: minimalno 1 sat

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadatci i primjeri koji omogućuju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i višemedijskih sadržaja koji omogućuju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Uvod

U uvodu odigrajte s učenicima igru Pogodi broj. Povećavajte raspon između brojeva i raspravite kako izračunati minimalan broj pitanja.

Neka učenici problem modeliraju u Excelu.

Projekti

Učenicima se predlaže izrada triju samostalnih projekata:

- Potres
- Rast djece
- Temperatura u zatvorenom automobilu.

Upute koje su predložene možete proširiti ili zadati svoje upute. Dobro je da učenici rade u skupinama ili u parovima kako bi se naučili surađivati i dijeliti poslove. Mora biti jasno da svatko od njih treba napraviti jedan dio projekta i tijekom izlaganja se to treba vidjeti.

Prvi i drugi projekt moguće je napraviti i u razredu. Ono što je drukčije u trećem projektu, a u matematici je rijetko, to je mjerenje, ispitivanje, gdje su svi učenici angažirani i svi nešto rade. Jedan dio može mjeriti i zapisivati, drugi računati, treći ucrtava u GeoGebru i traži k. Uče raditi u skupini, surađivati i ubrzati radni proces.

Svakako su dobrodošle dodatne ideje.

Eksponencijalna vs. Logaritamska

Sad možemo problem iz prethodne teme riješiti bez modela, tj. izračunati. Pokažite kako. Neka učenici nađu još primjera iz prethodne cjeline, gdje sada možemo računati ono što smo morali dobiti na druge načine.

Napierove kosti

Kako su izgledala prva pomagala za brže računanje. Napravite modele i računajte. Pogledajte detaljne upute u Pomoćnim interaktivnim sadržajima.

Završni dio

U završnom dijelu je pojam logaritamske spirale s primjerima. Učenici mogu potražiti još primjera i napraviti izložbu.

Prijedloga je mnogo, trebate izabrati s učenicima najbolje i svaka skupina neka napravi svoj mali projekt, koji će izložiti.

Dodatni prijedlozi

Za dodatno uvježbavanje i razumijevanje sadržaja ovog modula predlažemo:

- [pH model](#)
- [Zašto je ph-ljestvica logaritamska?](#)

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime ujedno dobivaju povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Izmjenjuju se "obični", interaktivni te kontekstualni zadatci, tako da se promjenom dinamike dulje zadržava učenikova pozornost na samim sadržajima, čime se potiče i ustrajnost i samostalnost u radu.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Uputite učenike na zadatke s natjecanja dostupne na stranicama profesorice [Antonije Horvatek](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala ili sadržaja. Prilagodbe valja odabirati na osnovi specifičnih obilježja učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- ponoviti ili pojednostavniti upute
- jezično prilagoditi složenije zadatke
- koristiti se vizualnom podrškom: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisak
- razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- povećati razmak između redova
- formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- omogućiti uporabu džepnog računala
- voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta s obzirom na specifičnosti učenika
- omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- koristiti se različitim alatima koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama rabi asistivnu tehnologiju, valja je integrirati i u aktivnosti za samostalno učenje.

Postupci koji se primjenjuju kod određene skupine učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama:

- povezati zadatke sa specifičnim interesima učenika radi osiguravanja motiviranosti, najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)
- smanjiti zahtjeve za pisanje ili prepisivanje s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenutcima zasićenosti, uporaba podsjetnika (poremećaj pozornosti)
- upotrijebiti font sans serif (ili Verdanu, Dyslexiu), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno kod dodatnih materijala (specifične teškoće u učenju)
- osigurati češće stanke tijekom rada, povezivati sadržaje s primjerima iz svakodnevnog života (poremećaj pozornosti, specifične teškoće učenja)
- usmeno objasniti zadatak, omogućiti uporabu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu prema izvoru zvuka (oštećenje sluha).

U osmišljavanju prilagodbi uvijek treba raditi timski i stalno surađivati sa stručnim timom škole, pomoćnikom u nastavi i roditeljima. Svim učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama važno je osigurati da aktivno sudjeluju tijekom aktivnosti za samostalno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u skupinama, gdje će učenik imati prigodu surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima skupine).

Učenicima s teškoćama u čitanju važno je pročitati tekst zadatka *Na početku*.

Kako bi učenici s teškoćama lakše riješili zadatke, mogu ih raditi u paru s učenicima koji nemaju posebne potrebe.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Ciljevi, ishodi, kompetencije

Ciljevi i zadaće

- Povezivanje logaritamske i eksponencijalne funkcije
- Primjenjivanje znanja o funkcijama na logaritamsku funkciju
- Prikazivanje logaritamske funkcije grafički
- Određivanje svojstava logaritamske funkcije
- Modeliranje problemskih situacija primjenom logaritamske funkcije
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti logaritamske funkcije kod rješavanja problema iz drugih područja znanosti i života

Odgojno-obrazovni ishodi

- Računati s logaritmima
- Prikazati logaritamsku funkciju grafički
- Povezati algebarski s tabličnim i grafičkim prikazom funkcije
- Odrediti svojstva logaritamske funkcije
- Modelirati probleme iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života s pomoću logaritamske funkcije
- Prepoznati i razumjeti zakonitosti i odnose u matematici i stvarnom životu te generalizirati na osnovi njih

Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Provođenje zamisli i djelovanje
- Suradnja
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Samovrednovanje

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula 6. Logaritamska funkcija osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stajališta radi ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informaciju koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina, u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha takvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućuje provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukcija, primjena i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više

Za učenike koji žele znati više predlažemo samostalno istraživanje teme. Također bismo preporučili učenicima da riješe zadatke vezane za ovu temu koji su se pojavljivali na [natjecanjima](#) te one koji su bili na [Državnoj maturi](#) prijašnjih godina.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da im se predoče razni interaktivni sadržaji iz ovog modula, ali i s interneta, koji su objašnjeni u ovom [OneNote Metodičkom priručniku](#).

Pojmovnik

Izvor: CARNET-ova Dokumentacija za nadmetanje: NABAVA USLUGA IZRADE OTVORENIH DIGITALNIH OBRAZOVNIH SADRŽAJA

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj (cjeloviti DOS)

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj je obrazovni sadržaj u digitalnom obliku koji pokriva cjelokupni kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred. Jedan cjeloviti DOS obuhvaća cjelokupni godišnji fond školskih sati za kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred, prema postojećem nastavnom planu te dodatne sate za samostalno učenje i vrednovanje kod kuće.

Darovita djeca

Darovita djeca su ona djeca koja posjeduju sklop osobina, visoko natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visokoga stupnja kreativnosti i motivacije koji im omogućava razvijanje izvanrednih kompetencija i dosljedno postizanje izrazito natprosječnoga postignuća i/ili uratka u jednome ili u više područja. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika*, 2016.)

Digitalni obrazovni materijal

Digitalni obrazovni materijal je bilo kakav obrazovni materijal u digitalnom formatu neovisno o obliku (e-udžbenik, dio e-udžbenika, e-knjiga, cjeloviti multimedijalni materijali, obrazovna igra, digitalizirana verzija tiskanih obrazovnih materijala, on-line tečaj i dr.) i kontekstu za koji je izrađen (za primjenu u formalnom, neformalnom ili informalnom obrazovnom kontekstu).

Jedan digitalni obrazovni materijal je materijal koji sadržajno pokriva najmanje 5 nastavnih sati u potpunosti i podrazumijeva metodičko oblikovanje.

Jedan digitalni obrazovni materijal NIJE samo jedan izolirani grafički ili multimedijalni prikaz, niti prezentacija u digitalnom formatu. Nadalje, jedan digitalni obrazovni materijal NIJE tekstualni dokument (npr. word dokument) ili pdf verzija tekstualnog dokumenta koji ne podrazumijeva metodičko oblikovanje te sadržajno ne pokriva najmanje 5 nastavnih sati.

Digitalni obrazovni sadržaj (DOS)

Digitalni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu. DOS je namijenjen prvenstveno učenicima za učenje, provjeru znanja i korištenje na nastavnom satu. Sekundarno, DOS je namijenjen i učenicima za samostalno učenje i rad kod kuće te, zajedno s pripadajućim priručnikom, nastavnicima za poučavanje.

Interakcija

Interakcija je multimedijalni element ugrađen u sadržaj čija interaktivnost podrazumijeva pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa, akcije kao što su pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom komandom, obrazac za ispunjavanje, označavanje odgovora, unos teksta, formula ili audio zapisa, povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja, didaktična igra, simulacija s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima, mogućnost dobivanja povratnih informacija, interaktivna infografika, interaktivni video, žiroskopski prikaz, 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom i sl.

E-pristupačnost

E-pristupačnost je nadilaženje prepreka i poteškoća na koje osobe nailaze kada pokušavaju pristupiti proizvodima i uslugama koji se zasnivaju na informacijskim i komunikacijskim tehnologijama (Europska komisija, 2005.)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija) je uvažavanje različitosti i specifičnosti svakog pojedinca kroz odgoj i obrazovanje koji odgovara na različite odgojno-obrazovne potrebe sve djece i svih učenika, a temelji se na uključivanju i ravnopravnom sudjelovanju svih u odgojno-obrazovnom procesu. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje i prilagodbu iskustava učenja te vrednovanje postignuća djece i učenika s teškoćama*, 2016.)

Jedinica DOS-a

Jedinica DOS-a obuhvaća dio, cijelu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta metodički obrađenih tako da obuhvaćaju sadržaj učenja i poučavanja predviđen za provođenje od jednog do tri školska sata. Jedinicu DOS-a čine sljedeći obavezni dijelovi: Uvod i motivacija, Razrada sadržaja učenja i poučavanja i Završetak.

Kognitivne razine postignuća

Kognitivne razine postignuća obuhvaćaju razinu reprodukcije znanja, primjene znanja i rješavanje problema. Reprodukcijska razina znanja kao najniža kognitivna razina postignuća obuhvaća razumijevanje gradiva (imenovanje, definiranje, ponavljanje, izvješćivanje, razmatranje, prepoznavanje, izražavanje, opisivanje). Viša kognitivna razina postignuća je primjena znanja koja podrazumijeva konceptualno razumijevanje gradiva (raspravljavanje, primjena, tumačenje, prikazivanje, izvođenje, razlikovanje). Rješavanje problema je najviša kognitivna razina postignuća koja podrazumijeva sposobnost analize, sinteze i vrednovanja gradiva (uspoređivanje, razlučivanje, predlaganje, uređivanje, organiziranje, kreiranje, klasificiranje, povezivanje, prosuđivanje, izabiranje, rangiranje, procjenjivanje, vrednovanje, kombiniranje, predviđanje).

Modul DOS-a

Jedan modul DOS-a obuhvaća smisleno povezan sadržaj učenja i poučavanja koji obuhvaća određeni broj jedinica DOS-a, koje obuhvaćaju jednu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta.

Multimedijalni element

Multimedijalni element je zvučni zapis, fotografije, ilustracije, video zapis ili 2D i 3D animacije.

Nastavni sadržaj

Nastavni sadržaj je konkretna građa i zadatci (aktivnosti) za usvajanje i razvijanje odgojnih i obrazovnih znanja, vještina i navika kojima se ostvaruje određeni odgojno-obrazovni ishod ili skup odgojno-obrazovnih ishoda.

Objavljeni obrazovni sadržaj

Objavljeni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju u obrazovne svrhe objavljen u tiskanom ili digitalnom formatu uz pozitivnu stručnu recenziju ili pozitivnu evaluaciju od strane korisnika sadržaja.

Obrazovni sadržaj

Obrazovni sadržaj je sadržaj, tiskanog ili digitalnog tipa, razvijen s primarnom namjenom korištenja u obrazovne svrhe, bilo u nastavi ili izvan nje, za formalno, neformalno ili informalno obrazovanje.

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja)

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja) je jasni iskaz očekivanja od učenika (što učenici znaju, mogu učiniti i koje stavove/vrijednosti imaju razvijene) na kraju nekog dijela učenja i poučavanja. Ovisno o razini na kojoj je izražen, neki odgojno-obrazovni ishod može se odnositi na razdoblje od jednog nastavnog sata, tematske cjeline, cijele godine ili ciklusa učenja i poučavanja nekog nastavnog predmeta ili međupredmetne teme. Ishodi mogu biti određeni kao znanja, vještine i/ili stavovi/vrijednosti.

Osoba s invaliditetom

Osoba s invaliditetom je osoba koja ima dugotrajna tjelesna, mentalna, intelektualna ili osjetilna oštećenja, koja u međudjelovanju s različitim preprekama mogu sprečavati njihovo puno i učinkovito sudjelovanje u društvu na ravnopravnoj osnovi s drugima (Konvencija o pravima osoba s invaliditetom, 2006). Prema istoj konvenciji, invaliditet nije samo oštećenje koje osoba ima, nego je rezultat interakcije oštećenja osobe (koje nije samo tjelesno oštećenje kao najvidljivije) i okoline iz čega proizlazi da društvo neprilagođenošću stvara invaliditet, ali ga kroz tehničke prilagodbe prostora, osiguranje pomagala i drugih oblika podrške može i ukloniti. U kontekstu digitalnih obrazovnih sadržaja prilagodbe se odnose na primjenu principa univerzalnog dizajna i poštivanje standarda e-pristupačnosti pri izradi materijala.

Otvoreni obrazovni sadržaj

Otvoreni obrazovni sadržaj je sadržaj slobodno dostupan za korištenje, doradu i izmjenu od trećih strana bez dodatne naknade.

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja / Repozirotij digitalnih nastavnih materijala

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja/Repozitorij digitalnih nastavnih materijala je repozitorij digitalnih nastavnih materijala izrađen u sklopu pilot projekta e-Škole.

Suvremena pedagoška metoda

Suvremena pedagoška metoda je metoda koja potiče aktivan rad učenika kroz projektni i timski rad, rješavanje problema, učenje putem otkrivanja, stvaralačko učenje te poticanje kritičkog razmišljanja.

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnih potrebama

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama je daroviti učenik/dijete ili učenik/dijete s teškoćama u razvoju.

Učenici/djeca s teškoćama

Učenik/dijete s teškoćama je dijete/učenik kojemu je u odgojno-obrazovnom sustavu potrebna dodatna podrška u učenju i/ili odrastanju. Prema Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi, NN 94/13. (pročišćeni tekst) učenici s teškoćama (Članak 65.) su: – učenici s teškoćama u razvoju, – učenici s teškoćama u učenju, problemima u ponašanju i emocionalnim problemima, – učenici s teškoćama uvjetovanim odgojnim, socijalnim, ekonomskim, kulturalnim i jezičnim čimbenicima. U Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju (NN 24/15) navode se skupine vrsta teškoća: 1. Oštećenja vida, 2. Oštećenja sluha, 3. Oštećenja jezično-govorne-glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju, 4. Oštećenja organa i organskih sustava, 5. Intelektualne teškoće, 6. Poremećaji u ponašanju i oštećenja mentalnog zdravlja, 7. Postojanje više vrsta teškoća u psihofizičkom razvoju.