



# Matematika

*za 8. razred osnovne škole*

## Modul 6: Preslikavanje ravnine

Priručnik za nastavnike



Projekt je sufinancirala Europska unija iz Europskog socijalnog fonda.

Više informacija o fondovima EU-a možete pronaći na internetskim stranicama Ministarstva regionalnoga razvoja i fondova Europske unije: [www.strukturnifondovi.hr](http://www.strukturnifondovi.hr)

Ovaj priručnik izrađen je radi podizanja digitalne kompetencije korisnika u sklopu projekta e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot-projekt), koji sufinancira Europska unija iz europskih strukturnih i investicijskih fondova. Nositelj projekta je Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNet. Sadržaj publikacije isključiva je odgovornost Hrvatske akademske i istraživačke mreže – CARNet.

# Impresum

## Ključni stručnjaci:

### Autori:

Sanja Janeš, Ivana Katalenac, Tanja Soucie,  
Renata Svedrec

### Urednica:

Štefica Dumančić Poljski

### Stručnjak za dizajn odgojno-obrazovnog procesa ili metodičko oblikovanje nastavnih sadržaja:

Toni Milun

### Stručnjak za dizajn i izradu digitalnih sadržaja te dizajn korisničkog sučelja: Željka Car

## Neključni stručnjaci:

### Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje:

Jasmina Ivšac Pavliša, Maja Peretić

### Stručnjak za pristupačnost:

Vedran Podobnik

## Recenzenti:

### Recenzent za metodičko oblikovanje sadržaja:

Ljerka Jukić Matić

### Recenzent za inkluzivnu prilagodbu sadržaja:

Ana Parać Burčul

### Izdanje:

1. izdanje

### Lektorica:

Jasna Bičanić

### Priprema i prijelom:

Algebra d.o.o.

### Podizvoditelj:

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu

### Naručitelj i nakladnik:

Hrvatska akademска i istraživačka mreža CARNet

### Mjesto izdanja:

Zagreb

### Više informacija:

Hrvatska akademска i istraživačka mreža – CARNet

Josipa Marohnića 5, 10000 Zagreb

tel.: +385 1 6661 500

[www.carnet.hr](http://www.carnet.hr)



Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom

[Creative Commons Imenovanje -Nekomercijalno-Dijeli 3.0 Hrvatska.](http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/hr/)

# Sadržaj

<b>Impresum .....</b>	<b>3</b>
<b>Uvodni dio priručnika .....</b>	<b>6</b>
Kako koristiti priručnik .....	6
Što je DOS?.....	18
Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS.....	24
Didaktička uloga multimedijskih i interaktivnih elemenata DOS-a.....	25
Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima .....	27
Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS .....	29
Suvremene nastavne metode i DOS .....	31
Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama.....	32
<b>Modul 6:Preslikavanje ravnine.....</b>	<b>34</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	34
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula .....	34
Digitalni alati i dodatni sadržaji .....	36
<b>6.1.Vektori .....</b>	<b>38</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	38
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula .....	39
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	40
<b>6.2.Zbrajanje i oduzimanje vektora .....</b>	<b>43</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	43
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula .....	44
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	45
<b>6.3.Translacija .....</b>	<b>49</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	49
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula .....	50
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	51
<b>6.4.Osna simetrija .....</b>	<b>54</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	54

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula .....	55
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	57
<b>6.5.Centralna simetrija .....</b>	<b>59</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	59
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula .....	60
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	62
<b>6.6.Rotacija.....</b>	<b>64</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	64
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula .....	65
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	67
<b>6.7.Povezivanje preslikavanja .....</b>	<b>69</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	69
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula .....	70
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	71
<b>Aktivnosti za samostalno učenje .....</b>	<b>74</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	74
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	74
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	76
	77
<b>Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda .....</b>	<b>78</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	78
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	78
<b>Pojmovnik.....</b>	<b>80</b>

# Uvodni dio priručnika

## Kako koristiti priručnik

Priručnik za primjenu DOS-a je prateći materijal uz digitalne obrazovne sadržaje (DOS) iz matematike za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred opće gimnazije (Matematika 7, Matematika 8, Matematika 1 i Matematika 2).

Sastoji se od dva bitno različita dijela: općeg dijela i dijela namijenjenog određenom razredu.

**Prvi dio priručnika** (prvih 7 poglavlja) priručnika daje uvod o digitalnim obrazovnim sadržajima i njihovojo ulozi u suvremenim metodama poučavanja. Ovaj dio je identičan za sve razrede.

**Drugi dio priručnika** daje preporuke nastavnicima za korištenje konkretnih jedinica DOS-a i multimedijalnih elemenata u odgojno-obrazovnom procesu, navodi dodatne digitalne alate i sadržaje koji će doprinijeti ostvarivanju odgojno-obrazovnih ishoda te daje smjernice i sadržaje za rad s učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (inkluzija).

Priručnik je dostupan u tri formata: PDF, ePub (format za elektroničke knjige, može se preuzeti i čitati na računalima i mobilnim uređajima) i OneNote (Microsoft OneNote 2016, digitalna bilježnica koja omogućuje na jednom mjestu održavanje bilješki i informacija s dodatnim prednostima; mogućnosti naprednog pretraživanja i umetanja multimedije).

U prvom poglavlju, koje je upravo pred Vama, navedene su upute kako koristiti priručnik na primjeru OneNote inačice.

## OneNote inačica priručnika

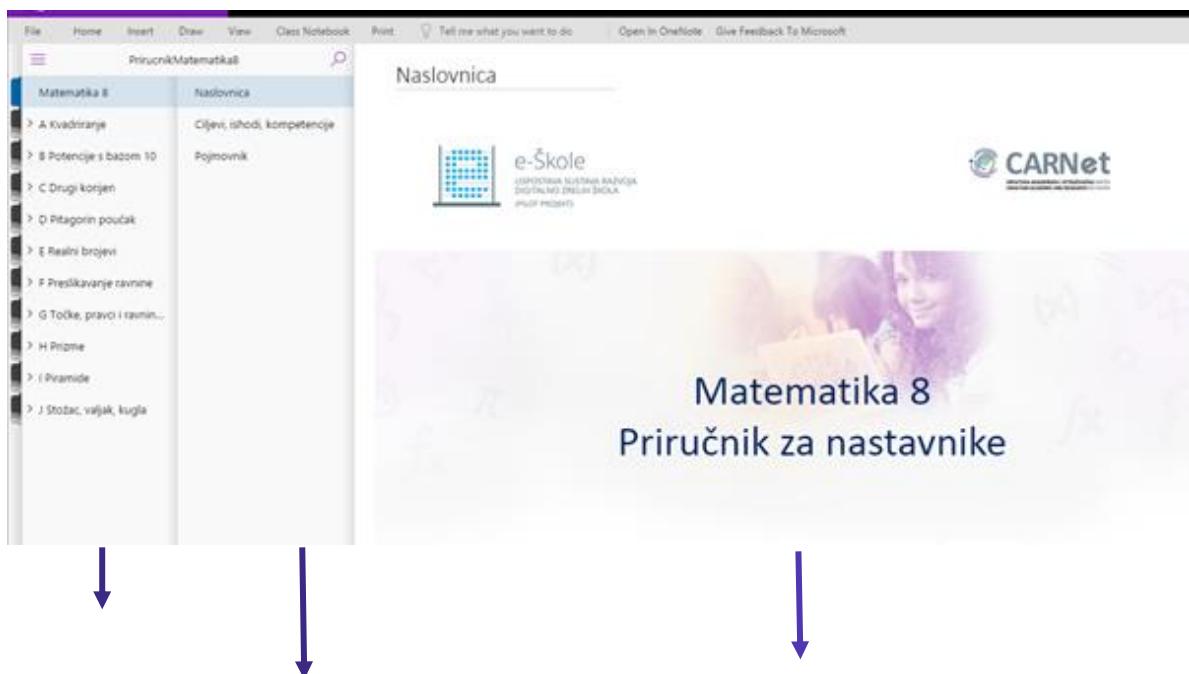
Osnovne značajke OneNote-a su:

- automatsko spremanje
- mogućnost pisanja na proizvolnjom mjestu svake stranice
- mogućnost ubacivanja svih vrsta sadržaja, dokumenata i poveznica
- mogućnost reorganiziranja i ponovnog korištenja stranica i odjeljaka
- pripadni moćni alati za označavanje i pretraživanje
- mogućnost spremanja poveznice na originalne sadržaje prilikom kopiranja
- brzo i pregledno kretanje kroz pojedine dijelove dokumenta.

OneNote inačica priručnika sadrži sve što i pdf inačica te dodatne stranice „Pomoćni interaktivni sadržaji“ na kojima su interaktivni i multimedijalni sadržaji umetnuti u OneNote. Tako pripremljene sadržaje učitelji i nastavnici mogu lako koristiti za nastavu te prema potrebi mijenjati i prilagoditi svojim potrebama.

U OneNote priručniku sadržaji su grupirani u odjeljke, sekcije i stranice unutar sekcija. Početni odjeljci sadrže poglavlja prvog, općeg dijela priručnika. Slijede odjeljci koji se odnose na konkretan DOS. Svaki DOS podijeljen je na module, a moduli na jedinice, što je detaljno opisano u sljedećem poglavlju.

Sadržaji koji se odnose na module konkretnog DOS-a nalaze se na stranicama odjeljka s naslovom modula, a sadržaji na razini jedinice se nalaze na stranicama sekcija s naslovima jedinica. Moduli su označeni slovima A, B, C, ..., a jedinice brojevima 1.1, 1.2 itd.



### Odjeljci i sekcije

#### Stranice

#### Sadržaj stranice

Uvodni odjeljak (na slikama to je prvi odjeljak Matematika 8) ima stranice:

- **Naslovica**
- **Ciljevi, ishodi, kompetencije**
  - Ovdje su navedeni ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini cijelog DOS-a prema kojima je izrađen DOS.
- **Pojmovnik**
  - U priručniku se nalazi pojmovnik ključnih pojmoveva prenesen iz konkretnog DOS-a.

**Ciljevi, ishodi, kompetencije**

**Matematika 8**

**Ciljevi i zadaće**

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
  - Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izrađavanju te u različitim okruženjima
  - Rješavanje problemskih situacija
  - Upotrebljavanje matematičkog načina rasudavanja te kritičkog promišljanja
  - Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
  - Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te poptivnog odnosa prema matematički radu općenito
  - Osjećavanje važnosti matematike i prepoznavanje njenе uloge u svakodnevnom životu

**Odgajno-obrazovni ishodi**

- Primjeniti kvadriranje i korjenovanje pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primjeniti potenciranje s bazom 10 pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primjeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primjeniti realne brojeve pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života
  - Primjeniti preslikavanja ravnine
  - Prepozнатi prostorne oblike u jednostavnim situacijama izvan matematičkog konteksta Koristi se mjerim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
  - Koristi se mjerim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
  - Riješiti problem iz matematike i svakodnevnog konteksta koristeći se mjerim obilježjima geometrijskih tijela

**Generičke kompetencije**

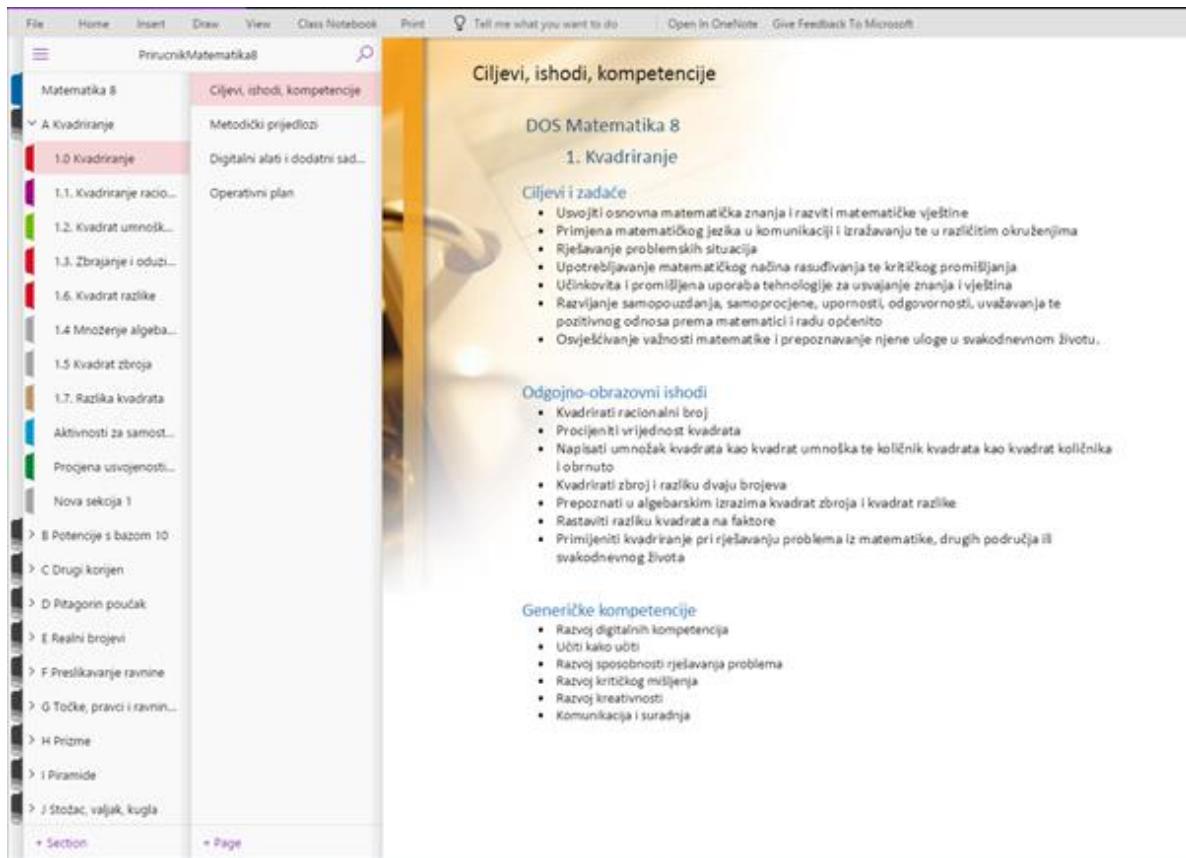
- Rješavanje problema
  - Donošenje odluka
  - Metakognicija
  - Saradnja
  - Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
  - Aktivno građanstvo

Slijede odjeljci koje obrađuju pojedine module (označeni slovima A, B, C ...). Svaki modul ima uvodnu sekciju (1.0. u modulu A, 2.0. u modulu B ...) i sekcije po jedinicama (1.1., 1.2. ... u modulu A; 2.1., 2.2. .... u modulu B itd.)

Uvodna sekcija svakog modula sadrži sljedeće stranice (na ilustracijama koje slijede to je modul A Kvadriranje):

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini modula.



**Ciljevi, ishodi, kompetencije**

**DOS Matematika 8**

**1. Kvadriranje**

**Ciljevi i zadaće**

- Usvajanje osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvježavanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

**Odgojno-obrazovni ishodi**

- Kvadrirati racionalni broj
- Procijeniti vrijednost kvadrata
- Napisati umnošak kvadrata kao kvadrat umnoška te količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto
- Kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva
- Prepoznati u algebarskim izrazima kvadrat zbroja i kvadrat razlike
- Rastaviti razliku kvadrata na faktore
- Primijeniti kvadriranje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

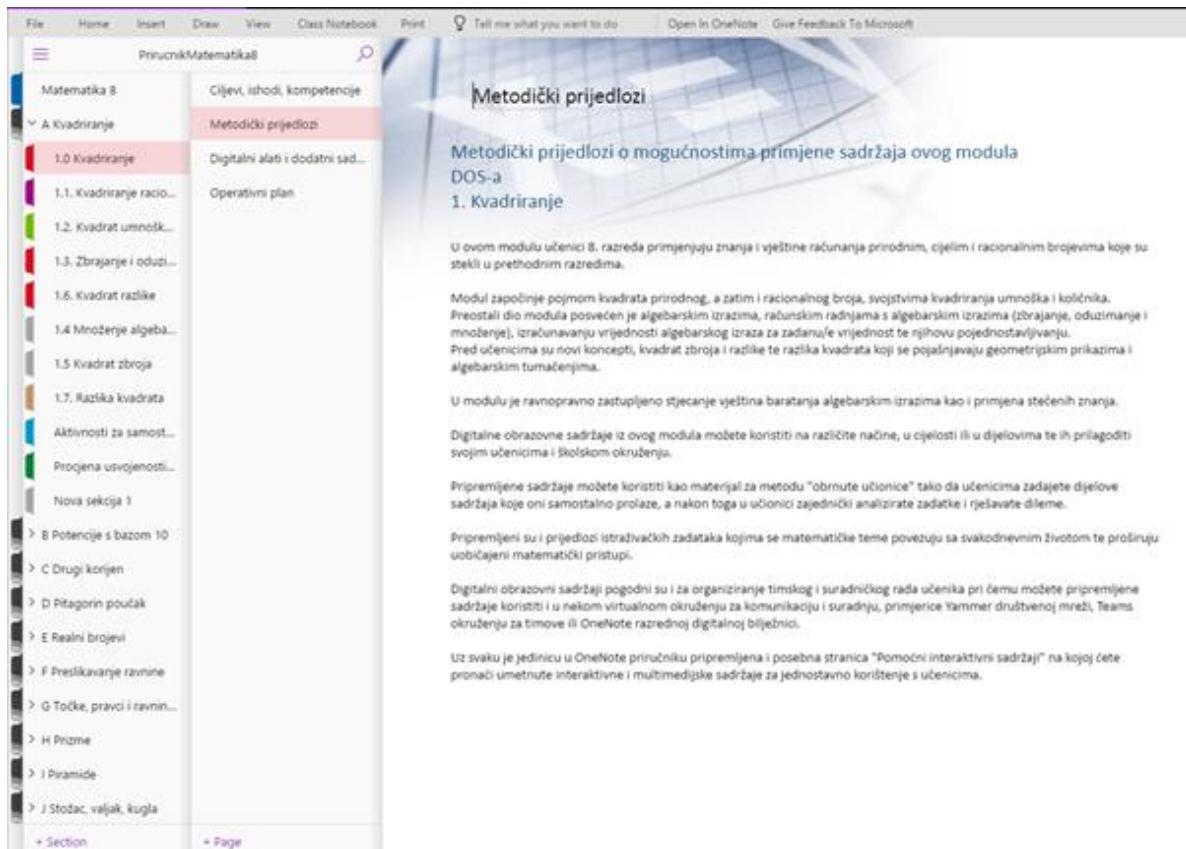
**Generičke kompetencije**

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako ubiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

## Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula. To je sažetak metodičkih prijedloga za korištenje jedinica ovog modula, odnosno preporuke koje su primjenljive na sve jedinice.

Neki metodički prijedlozi i preporuke identični su u više modula, no ta ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se isti u još nekom drugom modulu.



**Metodički prijedlozi**

**Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula**

**DOS-a**

**1. Kvadriranje**

U ovom modulu učenici 8. razreda primjenjuju znanja i vještine računanja prirodnim, cijelim i racionalnim brojevima koje su stekli u prethodnim razredima.

Modul započinje pojamom kvadrata prirodnog, a zatim i racionalnog broja, svojstvima kvadriranja umnoška i količnika. Preostali dio modula posvećen je algebarskim izrazima, računskim radnjama s algebarskim izrazima (zbrajanje, oduzimanje i množenje), izračunavanju vrijednosti algebarskog izraza za zadane/v vrijednost te njihovu pojednostavljivanju. Pred učenicima su novi koncepti, kvadrat zbroja i razlike te razlika kvadrata koji se pojašnjavaju geometrijskim prikazima i algebarskim tumačenjima.

U modulu je ravnopravno zastupljeno stjecanje vještina baranja algebarskim izrazima kao i primjena stičenih znanja.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete koristiti na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete koristiti kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dileme.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskog i suradničkog rada učenika pri čemu možete pripremljene sadržaje koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice Yammer društvenoj mreži, Teams okruženju za timove ili OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici.

Uz svaku je jedinicu u OneNote priučniku pripremljena i posebna stranica "Pomoći interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetнуте interaktivne i multimediješke sadržaje za jednostavno korištenje s učenicima.

## Digitalni alati i dodatni sadržaji

Informacije na ovoj stranici podijeljene su u tri grupe.

### Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

- Navedeni su digitalni alati koji su preporučeni u priručniku za korištenje u ovom modulu, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute.
- Većina preporučenih digitalnih alata spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

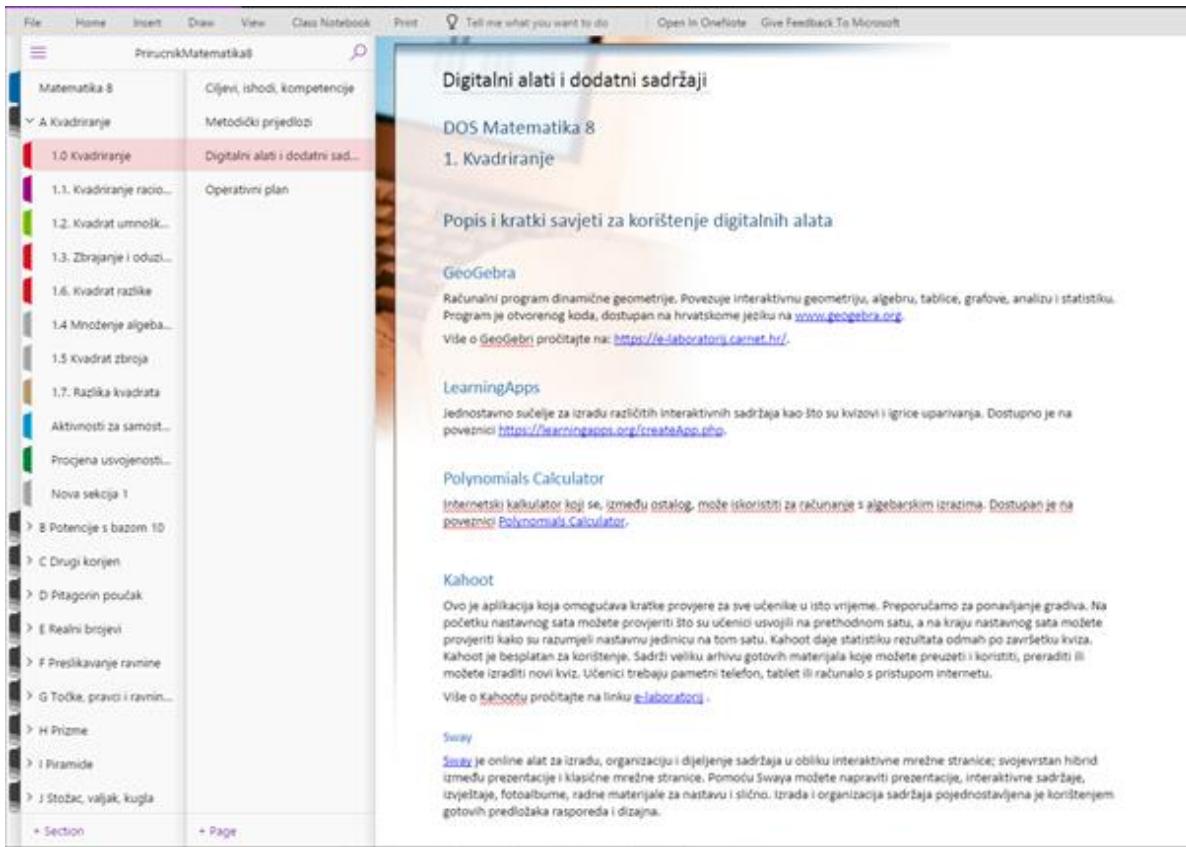
### Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

- Navedene su poveznice na sve sadržaje predložene u jedinicama modula kao pomoć u izvođenju nastave. Tako ih nastavnici mogu naći na jednom mjestu.

### Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnike

- Ovdje su predloženi izvori na kojima nastavnici sami mogu pronaći i odabrati sadržaje koji im mogu pomoći u izvođenju nastave. To su interaktivni sadržaji (animacije, simulacije...), video materijali, izvori na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te također stručni članci vezani uz područje matematike koje obrađuje modul.
- Veliki broj navedenih izvora spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul

sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.



**Digitalni alati i dodatni sadržaji**

**DOS Matematika 8**

**1. Kvadriranje**

**Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata**

**GeoGebra**  
Računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorenog koda, dostupan na hrvatskome jeziku na [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).  
Više o **GeoGebri** pročitajte na: <https://elaboratori.carnet.hr/>.

**LearningApps**  
Jednostavno sručje za izradu različitih interaktivnih sadržaja kao što su kvizovi i igre uparanja. Dostupno je na [poveznici](https://learningapps.org/createApp.php) <https://learningapps.org/createApp.php>.

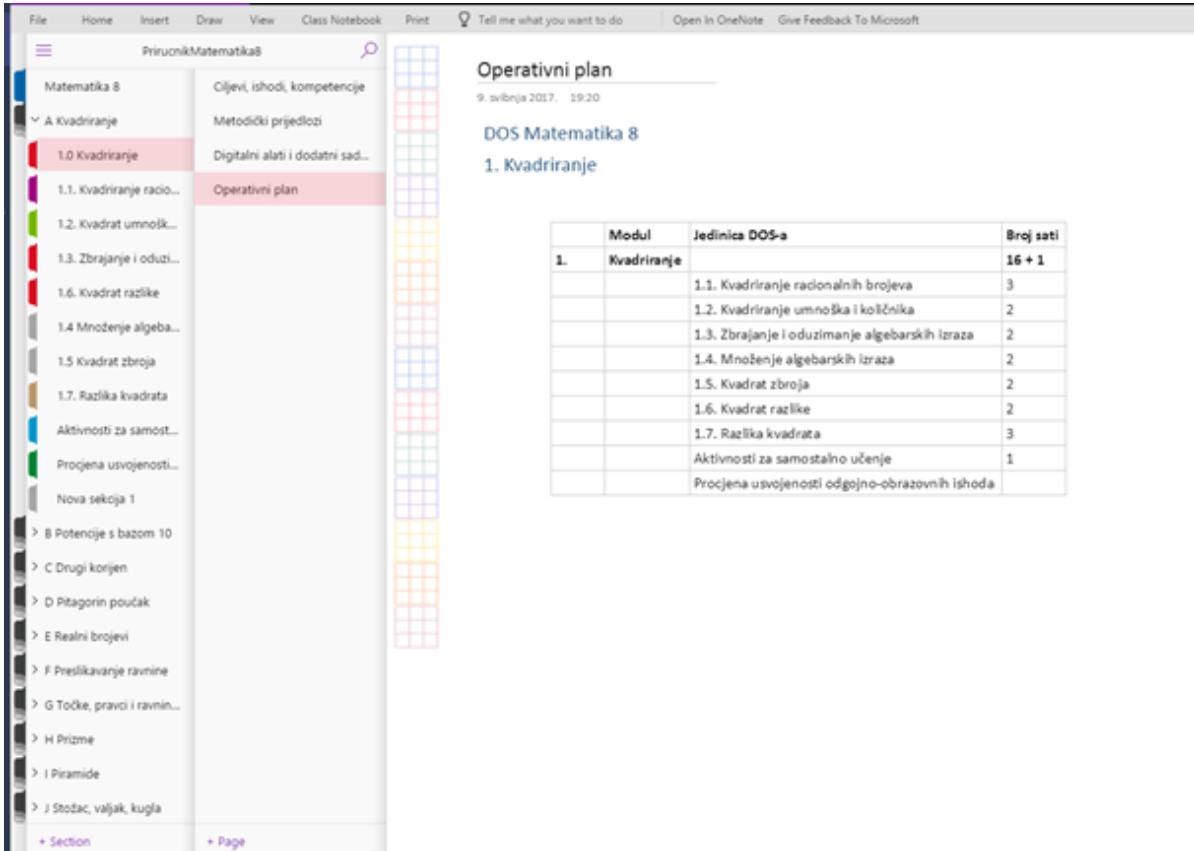
**Polynomials Calculator**  
Internetski kalkulator koji se, između ostalog, može iskoristiti za računanje s algebraškim izrazima. Dostupan je na [poveznici](https://polynomialcalculator.com) [PolynomialCalculator](https://polynomialcalculator.com).

**Kahoot**  
Ovo je aplikacija koja omogućava kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučamo za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah po završetku kviza. Kahoot je besplatan za korištenje. Sadrži veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i koristiti, preraditi ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.  
Više o **Kahootu** pročitajte na linku [elaboratori.carnet.hr/](https://elaboratori.carnet.hr/).

**Sway**  
**Sway** je online alat za izradu, organizaciju i dijeljenje sadržaja u obliku interaktivne mrežne stranice; svojevrstan hibrid između prezentacija i klasične mrežne stranice. Pomoći **Swayu** možete napraviti prezentacije, interaktivne sadržaje, izvještaje, fotoalbume, radne materijale za nastavu i slično. Izrada i organizacija sadržaja pojednostavljena je korištenjem gotovih predlošaka rasporeda i dizajna.

## Operativni plan

To je popis jedinica unutar modula s predviđenim brojem sati za njihovu obradu.



**Operativni plan**  
9. svibnja 2017. 19:20

**DOS Matematika 8**  
**1. Kvadriranje**

Modul	Jedinica DOS-a	Broj sati
1. Kvadriranje	1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva	3
	1.2. Kvadriranje umnoška i količnika	2
	1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	2
	1.4. Množenje algebarskih izraza	2
	1.5. Kvadrat zbroja	2
	1.6. Kvadrat razlike	2
	1.7. Razlika kvadrata	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

Sekcije uz svaku jedinicu modula (na ilustracijama to je jedinica *1.1 Kvadriranje racionalnih brojeva*) sadrže sljedeće stranice:

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije za konkretnu jedinicu. Prema njima je izrađen sadržaj jedinice.

**Ciljevi, ishodi, kompetencije**

**DOS Matematika 8**

**1. Kvadriranje**

**1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva**

**Ciljevi i zadaće**

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanim izrađavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kvadriranjem racionalnih brojeva.
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze.
- Primjeniti stekla znanja i vještine vezane uz kvadriranje racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

**Odgajno-obrazovni ishodi**

- Kvadrirati racionalni broj misaonom, metodom pisanih računa te koristeći se djelepm računalom.
- Procijeniti vrijednost kvadrata.
- Izračunati vrijednost brojevnog izraza s kvadratima.
- Primjeniti kvadriranje racionalnog broja pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života.

**Generičke kompetencije**

- Razvoj digitalnih kompetencija.
- Učiti kako učiti.
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema.
- Razvoj kritičkog mišljenja.
- Razvoj kreativnosti.

## Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja konkretnе jedinice. Oni nisu pripreme za nastavni za nastavni sat već prijedlozi nastavniku koje dijelove sadržaja može i na koji način koristiti u nastavi.

## Pomoćni interaktivni sadržaji

Ovdje su interaktivni, multimedijijski sadržaji umetnuti u OneNote.

Sekcija "Metodički prijedlozi" podijeljena je na dva dijela:

### (a) Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Započinje s općim uputama vezanim uz različite svrhe primjene jedinice (npr. obrada, ponavljanje ...), odnos prema ostalim jedinicama modula i eventualnu vezu s drugim modulima. Navedena je i preporuka koji se oblici učenja i poučavanja mogu primijeniti pri korištenju sadržaja jedinice.

Slijede prijedlozi primjene sadržaja jedinice:

- Uvod i motivacija
- Razrada sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak.

Ova podjela prati strukturu korištenu u DOS-u i tim redoslijedom izdvojeni su dijelovi sadržaja koje je pogodno koristiti u nastavi. Redoslijed nije sugestija organizacije nastavnog sata. Cjelovito osmišljavanje i priprema izvođenja nastave prepušteni su nastavniku, kao i izbor mjesta na kojima će uklopiti sadržaje jedinice DOS-a.

- Dodatni prijedlozi

Ovdje su navedeni dodatni prijedlozi koji mogu pomoći nastavniku u ostvarenju odgojno-obrazovnih ishoda predviđenih u jedinici. To su poveznice na digitalne sadržaje, ukazivanje na neka alternativna metodička rješenja i sl.

**(b) Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe**

- Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Svaka jedinica sadrži dijelove koji po složenosti ili sadržaju izlaze izvan okvira programa. Oni su na ovom mjestu u priručniku istaknuti, kao i prijedlozi nastavniku kako organizirati njihovo izvođenje i prezentaciju rezultata. Ponekad su u priručniku navedeni i prijedlozi zadatka/aktivnosti koji se ne nalaze u jedinici.

Aktivnosti za učenike koji žele znati više i za darovite učenike birane su kao projektni zadaci ili dodatne teme za samostalno istraživanje. Mogu se provoditi samostalno ili u manjim skupinama.

- Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje razradili su prijedloge i smjernice nastavnicima za svaku jedinicu.

File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open In OneNote Give Feedback To Microsoft

PriručnikMatematika8

Metodički prijedlozi

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

1. Kvadriranje

1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Planirani broj nastavnih sati: 3 sata

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica podnje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrađa sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

Uvod i motivacija

Za motivaciju je izabran koncept površine kvadrata s duljinama stranica koje su prirodni brojevi.

Razradna sadržaja učenja i poučavanja

**Kvadrat prirodnog broja**

Motivacijski je primjer poslužio za uvođenje pojma **kvadrata prirodnog broja**.

Nakon toga je definiran kvadrat nule. Kvadrat nule može se objasniti kao kvadrat kojem je stranica duljine nula pa je i površina takva kvadrata jednaka nuli.

U nekoliko uvodnih primjera istaknute su važne činjenice o kvadratu prirodnog broja:

- Kvadrat je prirodnog broja prirodnim brojem.
- Od dva prirodnih broja veći kvadrat ima onaj koji je veći.
- Postupak je kvadriranje broja različit od postupka množenja broja s dva.

**Kvadrat racionalnog broja**

Interaktivnim predloškom učenik istražuje postojanje kvadrata racionalnih brojeva.

To čini postupac: prirodnih brojeva s nulom, negativnih cijeli brojevi, racionalni brojevi decimalnog zapisa, racionalni brojevi zapisa u obliku pravog razlomka.

Važni su naglašeni u ovome dijelu na sljedećem:

- zapis kvadrata racionalnog broja - upotreba zagrada za kvadriranje negativnih brojeva i razlomaka
- definicija kvadrata racionalnog broja
- kvadrat racionalnog broja veći ili jednak nuli
- jednakost kvadrata suprotnih racionalnih brojeva.

**Važnost zagrade i upotreba zagrada**

Istaknuta je i važnost **upotrebe zagrada** te njihov utjecaj na rezultat. Učenici to može provjeriti zadatcima u kojima su zadani razni položaji zagrade u odnosu na kvadriranje. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, a tek potom odgovoriti. Dva su tipa zadataka: točno/netočno i uparanje.

**Djeleprični računalni**

Kako bi se učenici znali služiti djelepričnim računalom pri izračunavanju ili prejenjem izračuna, ponuđena je 2D animacija koja im to pokazuje. Kvadrati mogu na dva načina, množenjem broja sa samim sobom ili koritenjem tipke  $\times^2$ .

**Procjena izmaza kvadrata racionalnog broja**

Istraživanjem niza zadanih kvadrata pozitivnih racionalnih brojeva učeno je ponašanje kvadrata brojeva većih od jednog cijelog i onih između nula i jedan.

Za pozitivne racionalne brojeve veće od jednog cijelog, zadan je problem iz svakodnevice – Tepih za dječju sobu.

Jedan je od važnih koraka privlačenja koncepta kvadrata racionalnog broja sposobnost smislenje **procjene kvadrata racionalnog broja**. Procjena je uvedena primjerom Ponirobit. **Rešavanjem primjera** pokazuje se postupak provođenja misaone ili računske procjene. Procjena, pomoću najbolje ponuđene, učenik može vježbati izmaz zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom.

**Kvadrat mješovitog broja**

Poseban je primjer zadan za određivanje kvadrata mješovitog broja uz određivanje približne vrijednosti.

**Istraživanje kvadrata prirodnih brojeva**

Kako bi se otkrilo je li neki prirodnji broj kvadrat, treba koristiti postupak rastavljanja na proste faktore.

Dana su dva tipa zadataka: višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i točno/netočno. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek potom odgovoriti.

Važno je, takođe, snalažljivo ili misaono određivanje kvadrata nekih racionalnih brojeva pomicanjem decimalnog zarez.

Za uvođenje mješavog računanja nekih racionalnih brojeva, ponuđena su četiri zadatka.

**Praeračunavanje mješavih jedinica za površinu**

Od klijunče je važnost **povezati** kvadriranje racionalnih brojeva sa mješavim računanjem s preračunavanjem kvadratnih mješavih jedinica. Trina je primjera uz slikovni podršku predstavljeno kako preračunavati kvadratne mješavne jedinice:

- iz veće kvadratne mješavne jedinice u manju
- iz manje kvadratne mješavne jedinice u veću.

U nizu zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom učenici mogu vježbati preračunavanje.

**Redoslijed računske operacija**

Kako je kvadriranje računska radnja trećeg stupnja, potrebno je opisati **redoslijed računske operacija** u zadatcima u kojima se pojavljuje kvadriranje, množenje/djeljenje i izbrajanje/oduzimanje racionalnih brojeva.

Za uvođenje računa izraza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i izbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva osmisljena je zabavna aplikacija na poveznici [Kvadrat broja](#). Kad učenik točno rješava zadatke, otvara se sličica. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatci, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti.

Osim te aplikacije, zadana su još dva zadatka uparanja za izračunavanje računskih izraza s kvadratima.

**Primjena**

Dva primjera, od kojih jedan koristi 2D animaciju za objašnjenje postupka rješavanja, uvođe učenika u niz zadatka primjene naučenog za rješavanje problemskih situacija iz matematike ili svakodnevice.

Ponuđeni su i posebno označeni zadatci korelacije, koji u sebi sadrže i ishod primjene postotnog računa.

**Zanimljivost**

Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost** vezana za šahovska polja i promjer postolja šahovske figure pjesaka. Ta je zanimljivost iskoristena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao projektni i nagradni zadatak za učenike.

File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open In OneNote Give Feedback To Microsoft

Priručnik Matematika

Matematika 8

A Kvadriranje

1.0 Kvadriranje

1.1. Kvadriranje razd...  
1.2. Kvadrat umnoška...  
1.3. Zbrajanje i oduz...  
1.6. Kvadrat razlike  
1.4 Množenje algebr...  
1.5 Kvadrat zbroja  
1.7. Radika kvadrata  
Aktivnosti za samost...  
Procjena usvojenosti...  
Nova sekcija 1

> B Potencije s bazom 10  
> C Drugi korijen  
> D Pitagorin poučak  
> E Realni brojevi  
> F Prelikavanje ravnine  
> G Tocke, pravci i ravni...  
> H Prizme  
> I Pramide  
> J Stozac, valjak, kugla

Metodički prijedlozi

Ojlevi, ishodi, kompetencije

Pomoći interaktivni sadrži...

Zanimljivost  
Prije kraja, predstavljena je zanimljivost vezana za lahotska polja i promjer postolja lahotske figure pjesaka. Ta je zanimljivost iskorištena i za zadatak. Zadatak može biti osmisljen i kao projektni i nagradni zadatak za učenike.

Završetak  
U završnom je dijelu dan ovaj na najvažnije ishode koje je učenik trebao odgovoriti u ovoj jedinici.

Dodatni prijedlozi

- Motivacijski primjer može biti ideja za školski projekt Matematika u školskom vrtu. Pritom kvadrati ne moraju biti jedan izvan drugog već jedan unutar drugog. Svaki razred može u svom dijelu zasadići cvijeće, ljekovito bilje, itd.

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

Pet načina za izračun kvadrata dvoznamenjačkog broja:  
<http://mathseivation.com/methods-to-square-two-digit-numbers-in-seconds/>

Kako izračunati kvadrate velikih brojeva:  
<http://willaboutmath.com/2007/11/04/how-to-square-large-numbers-quickly-part-1/>

Metode starih Veda za mentalno računanje kvadrata brojeva:  
<https://brilliant.org/discussions/thread/vedic-maths-trick-to-find-squares-of-numbers-2/>

File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open In OneNote Give Feedback To Microsoft

Priručnik Matematika

Matematika 8

A Kvadriranje

1.0 Kvadriranje

1.1. Kvadriranje razd...  
1.2. Kvadrat umnoška...  
1.3. Zbrajanje i oduz...  
1.6. Kvadrat razlike  
1.4 Množenje algebr...  
1.5 Kvadrat zbroja  
1.7. Radika kvadrata  
Aktivnosti za samost...  
Procjena usvojenosti...  
Nova sekcija 1

> B Potencije s bazom 10  
> C Drugi korijen  
> D Pitagorin poučak  
> E Realni brojevi  
> F Prelikavanje ravnine  
> G Tocke, pravci i ravni...  
> H Prizme  
> I Pramide  
> J Stozac, valjak, kugla

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako sile sadržaje ove jedinice prilagođiti učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da učenici koriste konkretnie didaktičke materijale, dostupno našem i sljedećem. Neka kvadriraju samo prirodne brojeve i taj kvadrat i prikazuju staganjem konkreta u obliku kvadrata.

Ralunala igra:  
<https://sites.google.com/site/jensukovicamatematika/0-razred/0-kvadriranje-igra>  
<https://www.mathlearningcenter.org/web-access/genoar/>  
<https://www.mathsisfun.com/square-root.html>

Za učenike s otjecenjem vidi preporuča se voditi računa o prilagođenj učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, klipu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagata koja učenicima olakšavaju rad ustanju valja koristiti (tablica, billo, čitač ekranu, itd.). U scenarijima valja odabirati one elemente koji imaju zvučni zapisi kako bi su videozapisi koji je dobiti unaprijed najaviti uili popratiti usmeno ili predložicima s kratkim uputama na što učenici valja vremenjito pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za učenike s otjecenjem sluha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će prati ključne dijelove nastavne jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videozapisa u okviru koje se također sajavajući pripremiti predizak na kojem se nalazi tekst koji će ostati učenici slušati. Potrebno je uvesti u obor da će učenici s otjecenjem sluha imati težkoću s razumijevanjem definicija i upute zadataka, kao i učenici sa specifičnim teškoćama učenja.

Za učenike s poremećajima glosovno-jezično-govorno komunikacije mogu potrebno prilagođavati nastavne materijale na pojednostavljeniji način. Važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom.

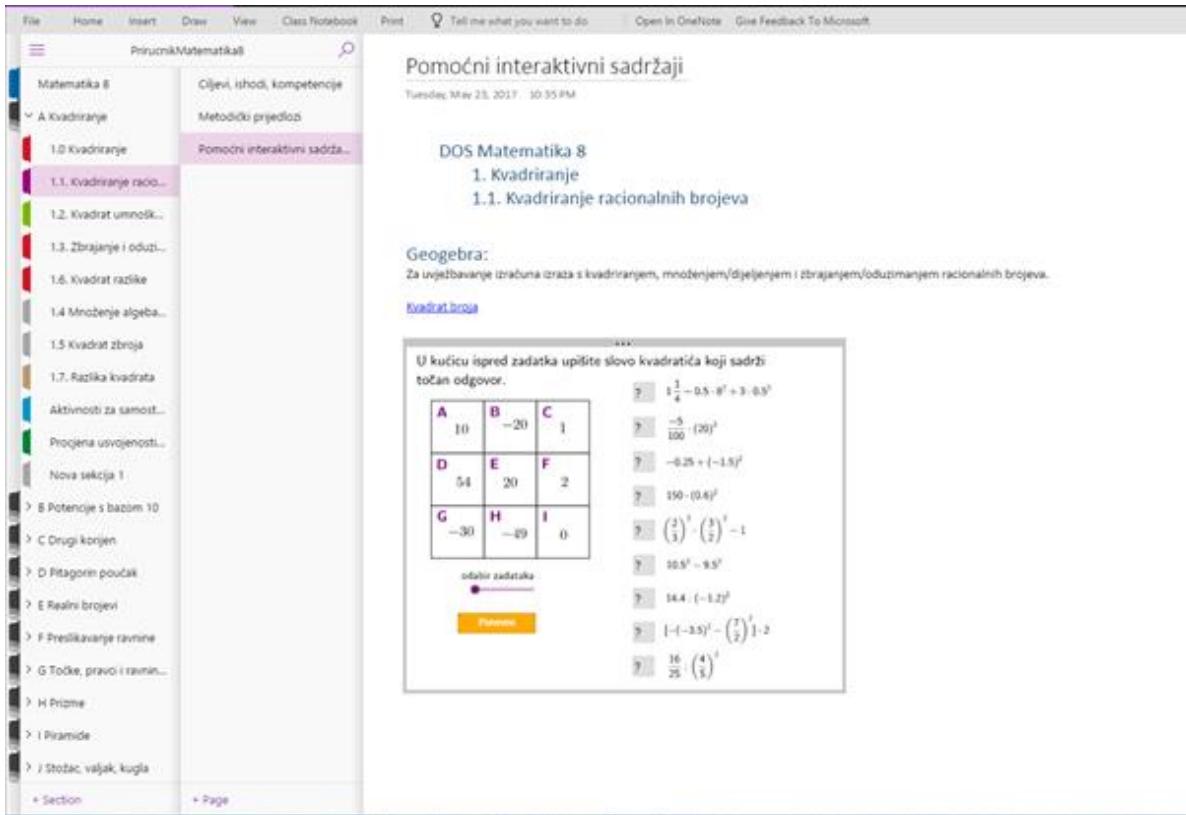
Za učenike s motoričkim teškoćama preporuča se prilagođiti vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenici školju. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može rješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava tri zadatka već valja odrediti one ključne zadatke koji mu omogućiti usvajanje odgovarajućih odgojno-obrazovnih ishoda. U radu s učenikom valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće vidjeti, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatak valja razvijati na manje korake i usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se da učenici ponuđaju ponoviti gledanje videozapisa. Učenici s intelektualnim teškoćama mogu biti dobiti prvi ihod učenca ove jedinice uz koritenje djelepog radnicala, te četvrti ihod – primjereni kvadriranje racionalnih brojeva pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Kad god je to moguće, zadatci valja poprimiti vizualnim podsticajima, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simboli je moguće preuzeti iz nekomegajne galerije simbola: <http://www.eraserac.org/>

Za učenike s poremećajima glosovno-jezično-govorno komunikacije u kojih je utvrđeno micanje ili dječja govorova apraksoja valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, valje je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i razno odgovaranju usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagođiti veličinu slova (najmanje 12 pt), te u potpunosti jedan od ponudjenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala sajavajući povezati radnacki (imeđu redova, tekst, poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi) istaknuti podebljanim linika. Valja voditi računa da im se pojednostavljene sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). U istaknutu definiciju kvadriranja potrebno je malinski efekt odrza. Dopustiti im konsteniranje djelepog radnicala pri rješavanju zadataka.

Za učenike s poremećajima u ponavljanju važno je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastavne jedinice valja ponavljati učenika za sva primijenjena ponavljanja, ali ga ne treba kritizirati i usporavati s drugima ako je došlo do neprimijenjenih ponavljanja.

Interaktivni sadržaji koji su umetnuti u OneNote navedeni su kao poveznice u popisu "Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS".



Pomoćni interaktivni sadržaji

Tuesday May 23, 2017 10:55 PM

DOS Matematika 8

1. Kvadriranje

1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Geogebra:

Uvježbavanje izračuna izraza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva.

Kvadrat broja

U kućicu ispred zadatka upišite slovo kvadratiča koji sadrži točan odgovor.

A	B	C
10	-20	1
D	E	F
54	20	2
G	H	I
-30	-49	0

odabir zadatka

štak

1.  $1 \frac{1}{4} - 0.5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 0.5^2$

2.  $\frac{-5}{100} \cdot (20)^2$

3.  $-0.25 + (-1.5)^2$

4.  $150 \cdot (0.4)^2$

5.  $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1$

6.  $10 \cdot 5^2 - 9 \cdot 5^2$

7.  $14 \cdot 4 \cdot (-1.2)^2$

8.  $[-(-3.5)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2] \cdot 2$

9.  $\frac{16}{25} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2$

Opisani sadržaji identični su onima koji se nalaze u pdf inačici priručnika, razlika je djelomično u njihovom rasporedu.

Ukoliko vam treba pomoći u snalaženju s OneNoteom možete pročitati i ove kratke upute.



Hrvatski-ONENOTE  
2016 WIN QUICK STA

---

## Što je DOS?

---

### Što je DOS?

Pojam "digitalni obrazovni sadržaj" (DOS) je naziv za sadržaj namijenjen korištenju u obrazovanju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni u sklopu pilot projekta e-Škole namijenjeni su učenicima za samostalno učenje i samoprocijenu kod kuće i na nastavnom satu. Nastavnik će koristiti DOS zajedno s priručnikom kako bi obogatio svoj način poučavanja i primjenom novih strategija i metoda učeniku omogućio aktivno učenje.

Cilj DOS-a je poticati kod učenika aktivno učenje na inovativan, učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Nastavniku pak DOS omogućava ostvarivanje definiranih odgojno-obrazovnih ishoda uz primjenu raznolikih strategija, pristupa i metoda poučavanja.

U DOS-u su korištene sve prednosti digitalnih tehnologija poput interaktivnosti, nelinearnosti, multimedijalnosti, modularnosti i prilagodljivosti.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

### Struktura DOS-a

Digitalni obrazovni sadržaji iz matematike pokrivaju cijelokupni opseg trenutačno važećeg kurikuluma/nastavnog programa određenog razreda i obuhvaća ukupni godišnji fond školskih sati predviđenih za matematiku.

Svaki DOS je podijeljen na jedinstvene samostalne cjeline – module (po deset u svakom razredu). Moduli koji čine cjeloviti DOS realizirani su kao zasebni paketi sadržaja koje je, osim kao dio cjelovitog DOS-a, moguće koristiti neovisno o drugim modulima istog DOS-a.

Svaki modul se sastoji od nekoliko jedinica, a svaka jedinica obuhvaća sadržaj učenja i poučavanja za čije provođenje je predviđeno jedan do tri školska sata. Jedinice su međusobno povezane i nadovezuju se jedna na drugu. Odabrani redoslijed jedinica je prijedlog autora, no ponekad su moguća i drugačija rješenja.

### Jedinice kao dio modula

Svaka jedinica ima sljedeće dijelove:

- uvod i motivaciju: Na početku...
- razradu sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak: ...i na kraju.

Na početku su navedeni odgojno-obrazovni ishodi za tu jedinicu DOS-a.

**ŠTO ĆU NAUČITI?**

Matematika 1 > Brojevi > 1.1. Skupovi

**1.1. Skupovi**

Europska unija  
Zajedno do fondova EU

**ŠTO ĆU NAUČITI?**

- ✓ Definirati osnovne računske radnje sa skupovima
- ✓ Provesti osnovne računske radnje sa skupovima
- ✓ Rabiti matematički jezik vezan za skupove
- ✓ Riješiti jednostavnije problemske zadatke sa skupovima

## Uvod i motivacija



Jedinice započinju motivacijskim primjerom.

**Na početku...**

Obujam jedne Kuće-kocke u Rotterdamu je  $422 \text{ m}^3$ . Kolika je duljina plošne dijagonale?

Kubuswoningen, Rotterdam

Označimo duljinu stranice kocke s  $a$ . Obujam kocke je  $V = a^3$ .

Plošna dijagonala je  $d = a\sqrt{2} = \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{2}$ .

Možemo li ovaj izraz srediti, svesti na jedan korijen?

Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

## Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada sadržaja učenja i poučavanja načinjena je sukladno načelima konstruktivističke nastave matematike u kojem se od učenika očekuje da uočavaju, istražuju, proučavaju, opažaju, povezuju i zaključuju kako bi izgradili vlastito matematičko znanje.

Pri tome se koriste multimedijijski elementi:

- ilustracije/fotografije
- 2D i 3D animacije
- video zapisi
- interakcije (elementi koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem).

## Primjer 1.

Primjeri sadrže pitanja ili računske zadatke koji su detaljno pojašnjeni i riješeni.



## Zadatak 1.

### Rješenje

Zadaci su dani u obliku interakcija u kojima učenik dobiva povratnu informaciju o točnosti rješenja ili se rezultat i dijelovi postupka dobivaju pomoću tipke Rješenje.



## Praktična vježba

U jedinicama se nalaze opisi praktičnog rada učenika. Često su popraćeni crtežima, animacijama ili video zapisom.



## Povezani sadržaji

Korelacije s drugim predmetima posebno su istaknute kao bi učenicima skrenuli pažnju na njih i potaknuli ih da povezuju znanja usvojena u pojedinim predmetima. Možete ih koristiti kao ideju za međupredmetne teme pogodne za učeničke projekte.



## Projekt

Projekti i projektni zadaci su ponuđeni kao drugačiji pristup učenju. Kroz njih učenik kroz različite oblike rada uči i primjenjuje naučeno kako bi realizirao i ostvario ciljeve projekta. U radu na projektu i projektnim zadacima moguće je osmisliti zadatke za različite razine učeničkog znanja tako da u njima mogu sudjelovati svi učenici.

U priručniku su navedeni prijedlozi i preporuke kako organizirati rad na projektu i koje upute dati učenicima.



## Kutak za znatiželjne

U "Kutku za znatiželjne" nalaze se obogaćeni sadržaji koji su izvan okvira obaveznog programa/kurikuluma. Prvenstveno su namijenjeni darovitim učenicima. Sadržaji se obogaćuju tako da se ishodi iz obaveznog kurikuluma proširuju sadržajima koji se inače rijetko dotiču pa se uči šire ili se postojeći ishodi dopunjavaju složenijima pa se uči dublje. Neki od sadržaja predstavljaju akceleraciju jer se nalaze u obaveznom kurikulumu viših razreda.



## Zanimljivost

Ruski se matematičar Nikolaj Grigorjevič Čeboťarjov (1894. – 1947.) bavio algebrrom polinoma. Hobi mu je bio faktorizacija izraza  $x^n - 1$  za razne vrijednosti cijelog broja  $n$ . Svoja je razmišljanja i rezultate bilježio na papir jer u vrijeme kada je živio, nije bilo računala koja nam danas olakšavaju račun.

Jedinice sadrže niz zanimljivosti. Možete ih koristiti kao motivaciju u bilo kojem dijelu nastavnog sata.

### Završetak

#### ...i na kraju

Na kraju svake jedinice nalazi se podsjetnik na najvažnije dijelove jedinice, zadatci za ponavljanje, prijedlozi za daljnje istraživanje, ideje za suradničko učenje, igre ili prijedlozi za projekte.

Matematika I > Koordinatni sustav u ravnini > 5.5. Primjena koordinatnog sustava

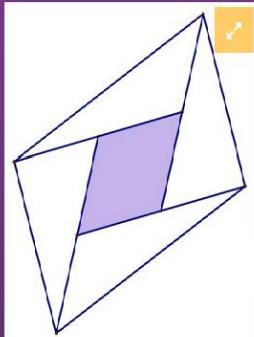
#### ...i na kraju

Riješite ovaj geometrijski zadatak s pomoću analitičke geometrije.

Stranice romba produžite kao na skici za duljinu stranice romba. Spojite dobrane vrhove. Koliko je puta površina dobivenog četverokuta veća od površine romba?

Za početak ćemo zadati vrhove romba  $A(2, 1), B(7, 3), C(9, 8)$  i  $D(4, 6)$ .

Pokušajte popotpiti zaključak.



Rješenje

PROCIJENITE SVOJE ZNANJE



Rubrika *Procijenite svoje znanje* nalazi se na kraju odabranih jedinica. Sastoji se od niza konceptualnih pitanja i zadataka za učenje, vježbanje i samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Zadaci su oblikovani na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno;
- višestruki odabir s jednim točnim odgovorom;
- višestruki odabir s više točnih odgovora;
- unos točnog odgovora;
- uparivanje odgovora;
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, markera, slike, dijelova ili cijelih formula i simbola);
- grupiranje elemenata;
- uređivanje poretku elemenata;
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora;
- umetanje riječi koje nedostaju upisom;
- unos rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Rubrika *Procijenite svoje znanje* namijenjena je učeniku za samostalni rad te mu služi kao alat za samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na razini jedne odnosno nekoliko jedinica. Učenik dobiva povratnu informaciju o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

### Aktivnosti za samostalno učenje

Matematika 1 > Brojevi > 1. Aktivnosti za samostalno učenje

## 1. Aktivnosti za samostalno učenje

U posebnoj jedinici *Aktivnosti za samostalno učenje* nalaze se aktivnosti namijenjene učenicima za samostalan rad koje pomažu u učenju i usvajanju odgojno-obrazovnih ishoda modula te aktivnosti koje učenicima nude da dodatno istraže teme vezane uz modul. Sadržavaju nekoliko vrsta zadataka, često s primjerima iz svakodnevnog života, u kojima su stopljena znanja i vještine usvojene u pojedinim jedinicama modula. Zadaci su različite razine složenosti te su neki namijenjeni svim učenicima, a neki učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima.

Jedinicom *Aktivnosti za samostalno učenje* možete se koristiti u cijelosti na nastavnom satu na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog ovim modulom ili u dijelovima koji dopunjavaju pojedine jedinice.

### Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Matematika 1 > Linearna funkcija > Procjena znanja

## Procjena znanja

Posebna jedinica *Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda* sadržava zadatke za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula i učenike uputite na nju na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog modulom.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula. Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

### Pojmovnik

U svim jedinicama DOS-a pojmovi koje se željelo istaknuti pisani su podebljanim slovima.

Najvažniji pojmovi navedeni su i u Pojmovniku. Klik na pojам vodi na početak jedinice u kojoj je definiran.

---

## Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS

---

Nastava je organizirana, cilju usmjerenja odgojno-obrazovna djelatnost. Odnos triju čimbenika nastave: učenika, nastavnika i nastavnih sadržaja opisuje didaktički trokut. Pritom su učenik i nastavnik subjekti nastavnog procesa, a nastavni sadržaji (sadržaji učenja) su predmet nastave. Naglašavanje važnosti pojedinog čimbenika nastave označavaju sintagme kao nastava orijentirana na učenika, nastavnika ili nastavne sadržaje.

DOS kao nastavni sadržaj namijenjen je prvenstveno učeniku s ciljem poticanja aktivnog učenja na učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Stoga je u didaktičkom trokutu učenik - nastavnik - DOS naglašena važnost učenika i međudjelovanje učenika i nastavnog sadržaja (u našem slučaju DOS-a). Uloga nastavnika kao nužnog subjekta nastavnog procesa u ovom trokutu i njegovo međudjelovanje s učenikom i DOS-om još pojačavaju orijentiranost nastave na učenika.

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima, prikidan je za korištenje na nizu različitih platformi od mobilnih uređaja do stolnih računala, uključuje primjenu multimedijskih elemenata, omogućava različite pristupe učenju i poučavanju. Mogućnost samoprocjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda i praćenje vlastitog napretka daje učeniku smjernice za daljnje učenje odnosno vraća ga na jedinice DOS-a čiji ishodi nisu u potpunosti usvojeni.

DOS slijedi suvremena nastavna načela:

- poticanje cjelovitog razvoja i dobrobiti učenika;
- povezanost sa životnim iskustvima, očekivanjima i usvojenim znanjima učenika;
- aktivna uloga učenika u učenju;
- izbornost i individualizacija;
- usmjereno prema suradnji;
- osiguravanje poticajnog i sigurnog okruženja;
- relevantnost za sadašnji život;
- zanimljivost kao osnova pozitivne motivacije;
- poticanje inkluzije i uvažavanje različitosti;
- vertikalna povezanost sa sadržajima koji prethode i koji se nastavljaju te horizontalna povezanost s ostalim predmetima, međupredmetnim temama i modulima;
- odgovarajući omjer širine i dubine znanja i vještina.

Time DOS proširuje okvire didaktičkog trokuta i njegovom implementacijom nastavni proces postaje didaktički mnogokut.

Učenici uče u okruženju koje omogućuje konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te aktivnom i iskustvenom učenju usmjerrenom prema pitanjima i istraživanju.

---

## Didaktička uloga multimedijskih i interaktivnih elemenata DOS-a

---

Današnji učenici, bitno više od prijašnjih generacija, odrastaju okruženi multimedijama, izloženi brzom protoku i dostupnosti informacija. Nove tehnologije sastavni su dio svakodnevnog života i nužno imaju utjecaj i na nastavni proces, kao što je već navedeno u prethodnom poglavlju.

Multimedijskim elementima omogućuje se prezentacija obrazovnih sadržaja kombinacijom slike, zvuka i teksta te uključivanje interaktivnih elemenata koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem. Sve to doprinosi privlačenju pozornosti učenika, zainteresiranosti i motivaciji te razumijevanju sadržaja i primjeni stečenih znanja u novim situacijama.

### Multimedijski i interaktivni elementi DOS-a

Multimedijski elementi DOS-a uključuju:

- zvučni zapis
- fotografije/ilustracije
- video zapis
- 2D i 3D animacije.

Ovo su elementi niske razine interaktivnosti, pri čemu interaktivnost uključuje pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa.

- Interaktivni elementi srednje razine interaktivnosti uključuju:
- pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom aktivnošću
- obrazac za ispunjavanje
- označavanje odgovora
- unos teksta, formula ili audio zapisa
- povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja (engl. zoom in) i sl.

Nalaze se u standardnim zadacima za učenje, ponavljanje i samoprovjeru odgojno-obrazovnih ishoda kao što su npr. da/ne pitalice, višestruki odgovori, povlačenje na sliku, uparivanje, grupiranje elemenata itd.

- Elementi visoke razine interaktivnosti uključuju:
- didaktične igre
- simulacije s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima
- mogućnost dobivanja povratnih informacija
- 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom, i sl.

Značajna uloga multimedijskih elemenata u DOS-u je upravo interaktivnost. Interaktivni elementi omogućuju aktivno sudjelovanje učenika u nastavnom procesu. Kroz manipulaciju određenih elemenata učenici mogu uočavati pravilnosti, postavljati i provjeravati hipoteze te metodom nepotpune indukcije donositi opće zaključke. Interaktivni elementi visoke razine omogućuju uvođenje eksperimenta u nastavu matematike.

Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

---

## Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima

---

Znanje je oduvijek bilo jedan od osnovnih instrumenata razvoja društvenih zajednica i uspješnih nacionalnih gospodarstava. U suvremenim uvjetima, osobito globalizacijskim, novostvorena znanja kao rezultat istraživanja i inovacije, postaju ne samo temelj već i ključni čimbenik razvoja nekog društva. Za uspješnu tranziciju prema društvu utemeljenom na znanju uz tradicionalan pristup, nužni su novi pristupi obrazovanju i poučavanju.

Sve se više raspravlja o tzv. cjeloživotnom učenju, odnosno o aktivnosti učenja tijekom života, s ciljem unapređivanja znanja, vještina i sposobnosti unutar osobne, građanske, društvene i poslovne perspektive.

Osim formalnog obrazovanja u obrazovnim institucijama poput škola, veleučilišta i fakulteta, sve se veća pozornost pridaje neformalnom obrazovanju putem dodatne edukacije na tečajevima i seminarima te informalnom obrazovanju koje pojedinac stječe vlastitim radom, komunikacijom, čitanjem, razvijanjem vještina, iskustava i znanja.

Uz koncept cjeloživotnog učenja najčešće se vezuju ciljevi ekonomsko-prirodne prirode, primjerice postizanje veće konkurentnosti na tržištu rada. Međutim, cjeloživotno učenje usmjereno je prema osobi i njenim individualnim sposobnostima, poboljšanju njenog ponašanja, raspolažanju informacija, povećanju znanja, razumijevanju, novim stavovima. Koncept cjeloživotnog učenja, razvijen u šezdesetim godinama prošlog stoljeća, odgovor je na problem neusklađenosti između obrazovanja mladih i odraslih osoba.

Da bi mogli ostvariti koncept cjeloživotnog učenja, do kraja obaveznog obrazovanja treba razviti određene kompetencije koje predstavljaju temelj za daljnje učenje.

Tradicionalni pristupi učenju i poučavanju dugo su bili obilježeni razredno-satnim i predmetno-satnim sustavom te frontalnom nastavom što ne može zadovoljiti zahtjeve koncepta cjeloživotnog učenja.

Nastavni proces treba omogućiti:

- uvođenje novih oblika učenja
- istraživačko i eksperimentalno poučavanje
- ispitivanje i procjenu različito postavljenih ishoda učenja
- doprinos općem sustavu obrazovanja
- doprinos razvoju svakog učenika prema njegovim sposobnostima.

DOS je razvijen na tragu ovih zahtjeva. Suvremena nastavna tehnologija ne negira tradicionalne pristupe nastavi već se na njima temelji i proširuje broj i značaj didaktičkih elemenata nastave sagledavajući ih u novim odnosima (didaktički mnogokut).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja u jedinicama DOS-a prati tradicionalnu metodiku poučavanja matematike.

U uvodu se opaža/uvodi problem pri čemu se u najvećoj mogućoj mjeri koriste primjeri iz svakodnevnog života. Nakon toga se, ovisno o problemu, upotrebljavaju različite znanstvene metode: analiziranje, sintetiziranje, apstrahiranje, induciranje, deduciranje, generaliziranje, specijaliziranje ili upotreba analogija. Da bi se u potpunosti usvojio sadržaj dan je niz primjera i zadataka s rješenjima. Sistematisacija i povezivanje sadržaja te procjena znanja, također su sastavni dio DOS-a. Samoprocjena daje učeniku samostalnost pri učenju, ali zahtjeva i odgovornost te smjernice za daljnje učenje.

Multimediji elementi doprinose motivaciji, boljem razumijevanju sadržaja i aktivnom sudjelovanju učenika u nastavi.

U DOS-u se nastavnici susreću s digitalnim alatima i raznim digitalnim sadržajima. Radi lakše implementacije digitalnih tehnologija u nastavu matematike u ovaj priručnik je uključen popis digitalnih alata, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute. Navedeni su dodatni materijali i poveznice na sadržaje koji mogu pomoći u izvođenju nastave uz DOS te poveznice na izvore gdje nastavnici sami mogu pronaći i odabrati odgovarajuće sadržaje (animacije, simulacije, video materijale, izvore na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te stručne članke vezane uz područje matematike koje obrađuje modul).

To je pomoći nastavniku u uvođenju novih oblika učenja.

Implementacija digitalnih tehnologija u nastavu matematike dodatno motivira učenike i nastavu čini maštovitom i atraktivnom. Digitalni alati i sadržaji imaju značajnu ulogu u provođenju mjerenja i obradi rezultata, a simulacije zorno predočuju procese koje iz različitih razloga inače nismo u mogućnosti tako jasno vidjeti.

---

## Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS

---

Motivacija je unutarnja snaga koja pokreće čovjeka na aktivnost i usmjerava ga k ostvarenju određenog cilja.

Motiviranje učenika za nastavu obuhvaća sve što potiče na učenje, usmjerava ga, i potiče osobni interes za određeni predmet ili područje te povećava osobnu razinu postignuća.

Motivacija u nastavi sastavni je dio uvodnog dijela nastavnog sata pri uvođenju i predstavljanju problema, no može biti prisutna u svim stadijima nastavnog sata: pri obradi, vježbanju ili ponavljanju nastavnih sadržaja.

Većina jedinica DOS-a započinje motivacijskim primjerom. Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

U razradi sadržaja naći ćete zanimljivosti koje možete koristiti kao motivacijske elemente u bilo kojem dijelu sata.

Interaktivnost i elementi igre također motiviraju učenike.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svakom modulu DOS-a osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda pojedinog modula. Samoprocjenom i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska.

Na kraju nekih jedinica je nekoliko konceptualnih pitanja i zadataka kojima se ostvaruje svrha ovakvih procjena. Dodatno, u posebnoj jedinici (Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda) možete pronaći više interaktivnih zadataka za provjeru usvojenosti svih odgojno-obrazovnih ishoda cijelog modula.

Zadaci koji su sastavni dio procjene oblikovani su na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno
- višestruki odabir s više točnih odgovora
- odabir jednog točnog odgovora (uključujući i matematičke simbole i jednostavne formule)
- uparivanje odgovora
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola)
- grupiranje (razvrstavanje) elemenata
- uređivanje poretku elemenata
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora

- umetanje riječi koje nedostaju upisom
- numeričko umetanje (mogućnost zadavanja intervala brojeva u kojem se nalazi rješenje)
- povlačenje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora
- povlačenje rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Prilikom rješavanja zadataka kod kojih se očekuje od učenika upisivanje riječi koja nedostaje, obrazovni sadržaj neće, kao točno, prihvati rješenje koje je matematički točno, ako je riječ pogrešno napisana (pravopisna pogreška). Ova opaska nije unesena u obrazovne sadržaje kako se pažnja učenika ne bi skrenula s matematike na pravopis, no u takvim situacijama bit će potrebna pomoć nastavnika.

---

## Suvremene nastavne metode i DOS

---

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima i različite pristupe učenju i poučavanju.

U školskom okruženju DOS je moguće koristiti za rad u učionici opće namjene. Poželjno je da učionice budu opremljene prijenosnim ili stolnim računalima, interaktivnom pločom ili pametnim ekranom i sl.

Osobitost DOS-a je mogućnost njegova korištenja na raznim uređajima (mobilni telefoni, tableti, prijenosna i stolna računala) te je pogodan i za rad izvan školskog okruženja.

Kroz aktivnosti za učenje, način prezentacije sadržaja i elemente za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda DOS stavlja težište na promicanje suvremenih nastavnih metoda, na strategije i pristupe kao što su rješavanje problema, istraživačka i projektna nastava i suradničko učenje te razvoj kritičkog mišljenja, sposobnosti rješavanje problema i donošenja odluka, metakogniciju, digitalnu pismenost i aktivno građanstvo.

U skladu s prirodom nastave matematike i matematike kao znanstvenog područja, DOS osobito snažan naglasak stavlja na aktivnosti koje potiču iskustveno učenje, projektno učenje i učenje kroz istraživanje. DOS sadrži interaktivne elemente u kojima učenici imaju mogućnost mijenjanja vrijednosti različitih parametara te na temelju rezultata uočavaju pravilnosti, postavljaju i provjeravaju hipoteze, a metodom nepotpune indukcije donose opće zaključke.

Multimediji i interaktivni elementi omogućuju aktivno i iskustveno učenje usmjereni prema pitanjima, problemima i istraživanjima, konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te razvijanje učenikovih kompetencija za snalaženje u novim situacijama.

## Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama

Kao što je na početku priručnika navedeno, metodičko-didaktički prijedlozi za učenike s posebnim obrazovnim potrebama koji uključuju darovite učenike kao i učenike s različitim teškoćama slijede svaku nastavnu jedinicu kao i aktivnosti za samostalno učenje. Inkluzivni pristup u procesu obrazovanja podrazumijeva učenje o različitosti od strane drugih kao i jedan podržavajući i ravnopravni odnos. U nas se već niz godina njeguje inkluzivni pristup u smislu uključenosti učenika s teškoćama u sustav obrazovanja na način da su uvažene njihove individualne potrebe putem uvođenja različitih prilagodbi i osiguravanja podrške.

Učenici s teškoćama su heterogena skupina pa tako zadatak koji je težak jednom učeniku s disleksijom neće biti težak drugome učeniku s istom teškoćom. Kako bi im se osigurala primjerena podrška prilikom obrazovanja, važno je prepoznavati te razumjeti njihova obilježja i poznavati osnovne vrste prilagodbi. Timski rad u okviru kojega surađuju predmetni nastavnici, stručni tim škole, pomoćnici i roditelji bi trebalo iznjedriti različite mogućnosti prilagodbe za što učinkovitije usvajanje sadržaja iz matematike i fizike za svakog učenika ponaosob. Metodičko-didaktički prijedlozi koji se odnose na učenike s teškoćama su u početnim modulima i jedinicama napisani na način da obuhvate temeljne smjernice za svu djecu s teškoća te su kroz daljnje jedinice razrađeni specifično u odnosu na sadržaj same jedinice kao i na obilježja određene teškoće.

Primjerice, u matematici za osmi razred, u nastavnoj jedinici 1.2. koja se odnosi na uređene parove nastavnicima je sugerirano da obrate pažnju na jezično složenije zadatke koje valja pojednostaviti i popratiti vizualnim primjerima kako za učenike koji se školju po prilagođenom programu tako i za učenike s disleksijom i/ili diskalkulijom:

U prijedlozima se nastavnike podsjeća na uporabu funkcionalnosti koje su ugrađene u DOS-ove, a mogu olakšati praćenje nastave učenicima sa specifičnim teškoćama učenja kao i onima koji imaju teškoće vizualne obrade (promjena fonta, boje pozadine, uvećanje zaslona). Nadalje, ostvarene su poveznice između samoga gradiva i obilježja teškoća koje mogu probuditi učenikov interes za nastavne sadržaje, na primjeru iz fizike (sedmi razred, jedinice 1.5 i 1.7):

„Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se povezati masu tijela i mjerne jedinice s interesima učenika koji su često iznimno izraženi ili atipični u svim zadatcima u kojima je to moguće. Primjerice, ako učenik voli kuhanje, može ostalim učenicima demonstrirati svoj omiljeni recept kao i mase pojedinih sastojaka.“

„Uvijek je važno uzeti u obzir moguću senzoričku preosjetljivost učenika s poremećajem iz spektra autizma na određene podražaje te u skladu s tim prilagoditi nastavnu jedinicu (miris svijeće s aromom vanilije).“

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće nisu zamišljeni na način da osiguravaju prilagođeni materijal za poučavanje niti svojevrsni „recept“, već nastavnike podsjećaju na prilagodbu načina poučavanja i one segmente nastavne jedinice koje bi trebalo dodatno pojasniti, ponoviti, pojednostaviti, predstaviti na drugačiji način ili na razinu složenosti zadatka od kojih valja odabrati one jednostavnije. U prijedlozima je naglašena važnost uporabe pomagala koja olakšavaju učenje te svih aspekata digitalne tehnologije.

Inkluzivni pristup podrazumijeva uvažavanje različitosti koje je izrazito važno razviti kao vrijednost kod učenika tipičnoga razvoja zbog čega se, uz ostale prijedloge, preporuča provoditi što više vršnjačke suradnje (primjerice u aktivnostima za slobodno učenje).

## Modul 6: Preslikavanje ravnine

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće MODULA

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okružjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, poštovanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješćivanje važnosti matematike i prepoznavanje njezine uloge u svakodnevnom životu

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Nacrtati vektor, suprotni vektor te zbroj i razliku zadanih vektora
- Razlikovati preslikavanja ravnine
- Prepoznati osnosimetrične likove
- Prepoznati centralnosimetrične likove
- Preslikati geometrijski lik zadanim preslikavanjem ravnine
- Primjeniti preslikavanja ravnine pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

#### Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

### Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

U ovomu modulu učenici 8. razreda zaokružuju znanja i vještine u preslikavanjima ravnine koje je počelo, matematički gledano, u 5. razredu, a intuitivno od predškolske dobi, osnov simetrijom.

Tijekom cijele osnovne škole geometrijom se razvija prostorni zor, snalaženje u prostoru i ravnini, razvijanje i njegovanje fine motorike, urednosti, preciznosti i poštovanje procedure konstrukcije.

Pod konstrukcijom se ne smatra samo Euklidska konstrukcija, jednobridno ravnalo i šestar nego općenito uporaba geometrijskog pribora.

Kako je prostor naše prirodno okružje, mogli bismo zamjetiti da je nekim učenicima snalaženje u ravnini apstraktnije i teže. Zato je ova tema, Preslikavanje u ravnini, izuzetno važna za poboljšanje zora, motorike i urednosti općenito.

Modul počinje relativno novim pojmom vektora s kojim su se učenici već susreli u fizici 7. razreda pri učenju djelovanja sile. Matematički pristup definiranju vektora i klase vektora ponešto je drukčiji i precizniji nego u fizici. Zato je nužno finim postupcima dovesti u vezu i spojiti učenikova fizikalna znanja o vektoru s matematičkom nadgradnjom.

Osim samog pojma i svojstava vektora, upoznali su sa zbrojem i razlikom nekolinearnih vektora, kakvim su se isključivo bavili u fizici.

Prirodni nastavak je prvo preslikavanje, translacija u ravnini. S početim preslikavanjem točke dolazi se do prepoznavanja, konstrukcije te dopunjavanja skupova točaka translacijom za zadani vektor. Također, određivanja vektora translatiranih skupova točaka.

Osna i centralna simetrija učenicima su bliske perceptivski i konstruktivno. Centralna je simetrija manje zahtjevna od osne. Pristup njihovu učenju sličan je kao i kod translacije. U jedinicama su ostvareni svi, zahtjevni, ishodi preslikavanja.

Rotacija je učenicima zahtjevna perceptivno i konstrukcijski. Postupno uvođenje, od promatranja i uočavanja do konstrukcije, olakšava im i približava im realizaciju ishoda jedinice rotacije.

Zadnja je jedinica povezivanje preslikavanja, odnosno najvrjedniji dio modula. To je prava primjena naučenog gdje se pokazuje koliko učenik barata pojmovima preslikavanja, prepoznavanjem i konstrukcijama.

Sve su jedinice bogate 2D animacijama, interakcijama srednje i visoke razine te GeoGebrinim appletima kao pomoć u istraživanju.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovoga modula možete upotrijebiti na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima te ih prilagoditi učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete upotrijebiti kao materijal za metodu obrnute učionice tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dvojbe.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskoga i suradničkog rada učenika, pri čemu možete pripremljene sadržaje upotrijebiti i u nekom virtualnom okružju (za komunikaciju i suradnju), primjerice u Yammer društvenoj mreži, Teams okružju za timove ili OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici.

Uz svaku je jedinicu u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica Pomoćni interaktivni sadržaji na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i višemedijske sadržaje za jednostavnu uporabu s učenicima.

---

## Digitalni alati i dodatni sadržaji

---

### Popis i kratki savjeti za uporabu digitalnih alata

#### GeoGebra

Računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorena koda, dostupan na hrvatskome jeziku na [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).

Više o GeoGebri pročitajte na: <https://e-laboratorij.carnet.hr/>.

#### LearningApps

Jednostavno sučelje za izradu različitih interaktivnih sadržaja, kao što su kvizovi i igrice uparivanja. Dostupno je na poveznici: <https://learningapps.org/createApp.php>.

#### Polynomials Calculator

Internetski kalkulator koji se, između ostalog, može iskoristiti za računanje s algebarskim izrazima. Dostupan je na poveznici: [Polynomials Calculator](#).

#### Kahoot

Ovo je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah nakon završetka kviza. Uporaba Kahoota je besplatna. Sadržava veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti injima se koristiti, preraditi ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.

Više o Kahootu pročitajte na linku [e-laboratorij](#).

## Sway

Sway je *online* alat za izradu, organizaciju i dijeljenje sadržaja u obliku interaktivne mrežne stranice; svojevrstan hibrid između prezentacije i klasične mrežne stranice. S pomoću Swaya možete napraviti prezentacije, interaktivne sadržaje, izvještaje, fotoalbume, radne materijale za nastavu i slično. Izrada i organizacija sadržaja pojednostavljena je uporabom gotovih predložaka rasporeda i dizajna.

Više o Swayu pročitajte u [CARNetovom e-laboratoriju](#) ili na stranici [Početak rada s aplikacijom Sway](#).

## Office Mix

Office Mix besplatan je dodatak za Microsoft PowerPoint koji omogućuje dodavanje interaktivnih sadržaja u prezentacije. S pomoću Office Mixa, u prezentaciju možete umetnuti ankete, kvizove, interaktivne simulacije kao što su GeoGebra i Phet, snimanje zvuka, videa te označavanje na kliznicama (slajdovima). Tako napravljene prezentacije ostaju interaktivne i nakon objave u [Office Mix galeriji](#) pa se mogu koristiti i za formativno praćenje.

Više o Office Mixu možete pročitati na stranicama o njegovoj primjeni u obrazovanju [Office Mix for teachers](#).

## Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
6.	Preslikavanje ravnine	14+ 1
	6.1. Vektori	2
	6.2. Zbrajanje i oduzimanje vektora	2
	6.3. Translacija	2
	6.4. Osna simetrija	2
	6.5. Centralna simetrija	2
	6.6. Rotacija	2
	6.7. Povezivanje preslikavanja	2
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

## 6.1. Vektori



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s vektorima
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz vektore u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgajno-obrazovni ishodi

- Iskazati definiciju vektora i njegova svojstva
- Nacrtati vektor jednak zadanom vektoru
- Nacrtati suprotni vektor zadanom vektoru

#### Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

---

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

### Uvod i motivacija

U uvodnom se dijelu učenici susreću sa zadatkom programiranja putanje robota koji treba slijediti zadanu stazu i uočavaju da opis kretanja mora biti vrlo precizan - sadržavati upute o smjeru kretanja, ali i o duljini puta koju u pojedinom smjeru treba prijeći. To im daje ideju za rješavanje sljedećeg zadatka i dovodi do pojma vektora.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Osnovni pojmovi i primjeri

Na početku su navedeni osnovni pojmovi – definiran je vektor i navedene sve njegove odrednice – duljina, smjer i orientacija. Crtežom i primjerom fotografijama objašnjen je pojam kolinearnih vektora istog smjera i suprotnih smjerova.

#### Jednaki i suprotni vektori

Uvedeni su pojmovi jednakih i suprotnih vektora (analogija s cijelim brojevima), te pojam nultvektora koji ima duljinu 0, a smjer mu nije definiran. Učenici provjeravaju razumijevanje pojmove rješavajući zadatke s vektorima zadanim na modelu paralelograma, kvadrata te (u animaciji) na modelu šesterokuta.

#### Vektori u koordinatnom sustavu

Nakon geometrijskih modela, učenici rješavaju zadatke s vektorima čije su rubne točke zadane koordinatama u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini. U rješavanju učenici koriste gotov interaktivni predložak za ucrtavanje točaka s cjelobrojnim koordinatama.

U takav interaktivni predložak učenici ucrtavaju točke "krećući" se u smjeru zadanih vektora i tako u koordinatnom sustavu crtaju sliku pri čemu ponavljaju osnovne pojmove vezane za vektore.

## Za one koji žele znati više

Prije kraja, učenici koji žele znati više mogu se pozabaviti rješavanjem zadatka s vektorima čije su rubne točke vezane za istaknute točke pravilnog šesterokuta.

## Završetak

U završnom je dijelu dan osvrt na najvažnije ishode koje je učenik trebao usvojiti i primijeniti ih u rješavanju postavljenog zadatka.

## Dodatni prijedlozi

Istražiti fizikalne vektorske veličine (prvenstveno silu).

Ideja za rad u paru: Osmisliti vlastitu sliku u koordinatnom sustavu i crtanje opisati vektorima. Zamijeniti opis s prijateljem iz para i nacrtati sliku na temelju uputa.

Konstruirati pravilni osmerokut i razmotriti vektore čije su rubne točke vezane za njegove vrhove.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo članak [Vektori](#) Andelka Marića, objavljenog u Matki broj 78.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za bolju vizualizaciju [vektora](#), [kolinearnih vektora](#), [suprotnih vektora](#) i [jednakih vektora](#) dostupni su appleti u GeoGebri autora Igora Vidovića.

Za dodatnu vježbu, moguće je pogledati prvih pet videouradaka na mrežnim stranicama [Eduvizije](#) i riješiti njima pripadajuće zadatke.

Tijekom cijele nastavne jedinice valja voditi računa o ponavljanju i pojednostavljivanju uputa (za sve učenike koji imaju teškoće jezičnoga razumijevanja). Tako je, primjerice, uputno odmah u uvodnom dijelu pojasniti pojam vektora. Prvi je zadatak ove nastavne jedinice jezično zahtjevan

i zato treba imati na umu da se učenicima sa specifičnim teškoćama učenja on usmeno dodatno pojasni.

U 1. zadatku treba imati na umu da učenici sa specifičnim teškoćama učenja imaju poteškoća s prostornom orijentacijom i organizacijom zbog čega bi im u početku ovaj zadatak trebalo dodatno usmeno pojasniti (npr. dati odmah na početku primjer u prostoru - nekoliko se učenika, okrenutih na različite strane u razredu, mora okrenuti desno - tako da vide da nam informacija „desno“ sama po sebi nije dovoljno informativna).

Tijekom čitave nastavne jedinice treba voditi računa i o novim pojmovima koji se spominju, a koje će učenici sa specifičnim teškoćama učenja puno duže i teže usvajati. Zato treba voditi računa da se:

- Naglasi i ponovi da je duljina vektora isto što i modul (i dalje izbjegavati korištenje pojma modul s učenicima sa specifičnim teškoćama učenja).
- Utvrde pojmovi smjer i orijentacija koji su slični, i u svakodnevnom govoru mogu biti istoznačni, a ipak u ovoj cjelini nose različito značenje što je jako važno za razumijevanje vektora (primjer pojednostavljivanja: smjer - možemo ih spojiti istom ravnom linijom, pravcem; orijentacija - u kojem je pravcu okrenuta strelica).

S obzirom na to da ova cjelina nosi mnoštvo novih pojmoveva (kolinearni vektor, jednak vektor, suprotni vektor, nul-vektor), bilo bi dobro potaknuti učenike da naprave malu mentalnu mapu tih pojmoveva sa slikovnim predlošcima koja će im stalno biti dostupna i koju će moći dopunjavati i poslije novim pojmovima, definicijama i formulama koje su važne za rješavanje zadataka.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se koristiti vizualnu potporu tako da se sadržaj jedinice unaprijed najavi pomoću slike ili natuknica. Učenik može i prije nastavne jedinice dobiti zadatak da pripremi što više informacija i primjera o vektorima u svakodnevici. Ako se uoči da se učenik dobro snalazi u zadatcima s vektorima, valja ga poticati da pokaže izračun i drugim učenicima i da, po mogućnosti, opiše postupak zadataka.

U radu s učenicima s oštećenjem sluha uvijek treba voditi računa o razumijevanju pojmoveva (kao i za učenike sa specifičnim teškoćama učenja) i poticati stvaranje vlastite umne mape / mamenta u kojem će se nalaziti najvažnije informacije za rješavanje zadataka. Kod ove skupine učenika treba paziti i na razumijevanje nekih riječi, kao što je primjerice programiranje, koje učenicima s oštećenjem sluha mogu biti apstraktne.

U vrijeme dok učenici s teškoćama rješavaju zadatke, treba kontrolirati njihov rad, provjeravati sjećaju li se nekih pojmoveva koji su ranije naučeni (npr. polovište) te provjeriti razumijevanje novih pojmoveva i logike (npr. učenicima s teškoćama može biti teško shvatljivo da vektor može početi i završiti u istoj točki).

## VEKTORI U KOORDINATNOM SUSTAVU

Prije ovoga dijela, bilo bi dobro napraviti kratku prezentaciju o koordinatnom sustavu i prisjetiti se osnovnih stvari vezanih za koordinatni sustav. Takvi će zadatci sigurno biti nešto teži za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (zbog orijentacije na papiru) i za učenike s motoričkim

teškoćama (zbog označavanja unutar koordinatnog sustava). Zato im je potrebno dati više vremena i ponuditi dodatna objašnjenja.

Jezično složenu terminologiju, koja označava zapravo jednostavne stvari, dobro je uvijek dodatno usmeno objasniti (npr. cjelobrojne koordinate - takav termin učenicima s teškoćama uglavnom neće biti nikakve asocijacije, a zapravo se radi o cijelim brojevima - 5, 4, 6, koji služe kao koordinate; pravokutni koordinatni sustav - riječ pravokutni u ovome je slučaju redundantan).

Uvedena je riječ applet za predložak, koja se poslije nastavila dosljedno koristiti umjesto riječi predložak, što je nepotrebno i jezično opterećujuće za sve učenike. Kutak za znatiželjne izbjegavati s učenicima koji imaju teškoće, važno je usvojiti ključne elemente svake cjeline.

U radu s učenicima sa specifičnim teškoćama učenja i oštećenjem sluha treba voditi računa o tome hoće li razumjeti zašto ponekad vektore označavamo jednim malim slovom, a ponekad primjerice AB. Može se dogoditi da učenici iz te skupine teškoća shvate da je to mnogo važnije nego što uistinu jest i da na promišljanje o oznakama utroše previše vremena.

### Dodatna literatura za nastavnike

Različite ideje o vektorima na engleskome jeziku možete pronaći na sljedećim linkovima: [jedan](#) i [dva](#).

## 6.2. Zbrajanje i oduzimanje vektora



---

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

---

#### Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane sa zbrajanjem i oduzimanjem vektora
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane za zbrajanje i oduzimanje vektora u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Nacrtati vektor jednak zbroju dvaju vektora
- Nacrtati vektor jednak razlici dvaju vektora
- Riješiti problemski zadatak primjenom zbrajanja i oduzimanja vektora

#### Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

---

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

### Uvod i motivacija

Motivacija za zbrajanje i oduzimanje vektora prezentirana je na konkretnim primjerima "usmjerenog kretanja" - trčanja ravnom stazom, odnosno interaktivnog "potezanja" vagona s kamenjem. Oba su primjera vezana za kolinearne vektore.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Zbrajanje i oduzimanje kolinearnih vektora

Učenici na temelju riješenih zadataka zaključuju da su zbrajali kolinearne vektore iste orientacije ili suprotnih orientacija, da su u nekim situacijama zbrojeni vektori rezultirali nul-vektorom. Detaljno su opisane sve situacije koje mogu nastati, a popraćene su i odgovarajućim 2D animacijama. Istim se analogija zbrajanja i oduzimanja kolinearnih vektora sa zbrajanjem i oduzimanjem cijelih brojeva.

#### Kolinearni vektori oko nas

Prezentirani su konkretni zadatci iz svakodnevnog života čije se rješavanje zapravo svodi na zbrajanje ili oduzimanje kolinearnih vektora. Svoje znanje učenici odmah utvrđuju rješavajući odgovarajuće zadatke. Pri rješavanju se koriste pripremljenim predlošcima.

#### Zbrajanje i oduzimanje nekolinearnih vektora

Na primjeru razigranih pasa učenici uviđaju da promjena smjera njihova kretanja znači promjenu smjera vektora. Uočavaju da u slučaju zbrajanja nekolinearnih vektora neće biti dovoljno zbrajati samo njihove duljine (i "paziti na predznak"). Odmah je sugeriran postupak zbrajanja "nadovezivanjem", tj. pravilo trokuta. U nastavku je taj postupak opisan i prikazan tipičnim primjerima. Naglasak je na činjenici da su zbroj i razlika dvaju vektora vektori koji počinju u početnoj točki prvog, a završavaju u završnoj točki drugog (odnosno drugom vektoru suprotnog) vektora. Naučeno se odmah primjenjuje na odgovarajućim zadatcima na modelu kvadrata i u pravokutnom koordinatnom sustavu. U rješavanju zadataka učenici si pomažu uporabom interaktivnih predložaka s pomoću kojih otkrivaju i svojstvo komutativnosti koje vrijedi za

zbrajanje vektora. Također, zaključuju da svojstvo komutativnosti ne vrijedi za oduzimanje vektora.

### Pravilo paralelograma

Svojstvo komutativnosti zbrajanja vektora dovodi do zaključka da se vektori mogu zbrajati i na drugi način - prenošenjem zadanih nekolinearnih vektora u zajedničku početnu točku te "razapinjanjem" paralelograma čija je "usmjerena dijagonala" zbroj zadanih vektora. Pravilo se ilustrira na primjeru odgurivanja jedrilice iz "kuta" lučice jer sile djeluju odjedanput, a ne "jedna po jedna". Pravilo se može uvježbavati na interaktivnom modelu plovidbe do otočića.

### Zbrajanje i oduzimanje triju i više vektora

U nastavku je prikazan postupak zbrajanja i oduzimanja triju i više vektora "nadovezivanjem". Iako se ne radi o vektorima u koordinatnom sustavu, interaktivni predložak može i ovdje biti koristan.

Zainteresirani učenici imaju priliku dobro uvježbati postupak zbrajanja i oduzimanja vektora na mnogobrojnim interaktivnim materijalima.

### Završetak

U završnom je dijelu dostupan predložak u kojem učenici mogu birati vježbu zbrajanja/oduzimanja kolinearnih/nekolinearnih vektora pravilom trokuta ili paralelograma. Na kraju mogu riješiti postavljene zadatke i procijeniti svoja postignuća u jedinicama Vektori te Zbrajanje i oduzimanje vektora.

### Dodatni prijedlozi

- Učenici mogu rješavati zadatke iz zanimljivog [appleta](#) GeoGebre kolega Šime Šuljića i Damira Belavića.
- Učenici mogu dodatno uvježbati [zbrajanje i oduzimanje](#) vektora pravilom paralelograma.
- Za kraj, učenici se mogu još jednom [podsetiti naučenoga o vektorima](#) (na engleskome jeziku).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo proučavanje postupka zbrajanja vektora s pomoću pravila paralelograma.

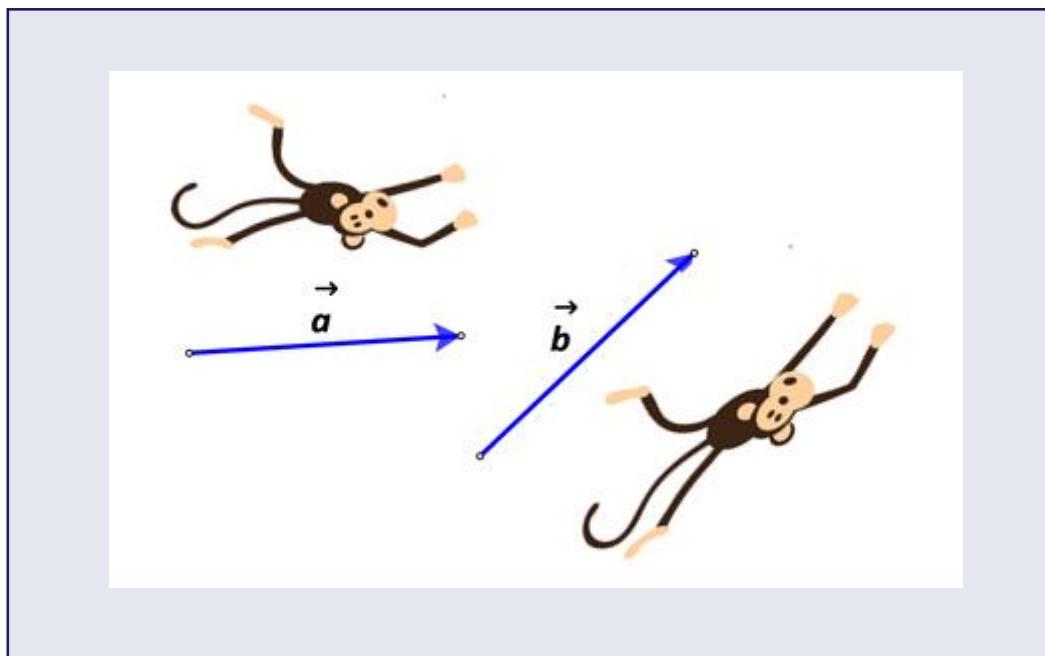
Učenici također mogu odigrati [igru](#) na engleskome jeziku. Također, moguće je na engleskome jeziku proučiti

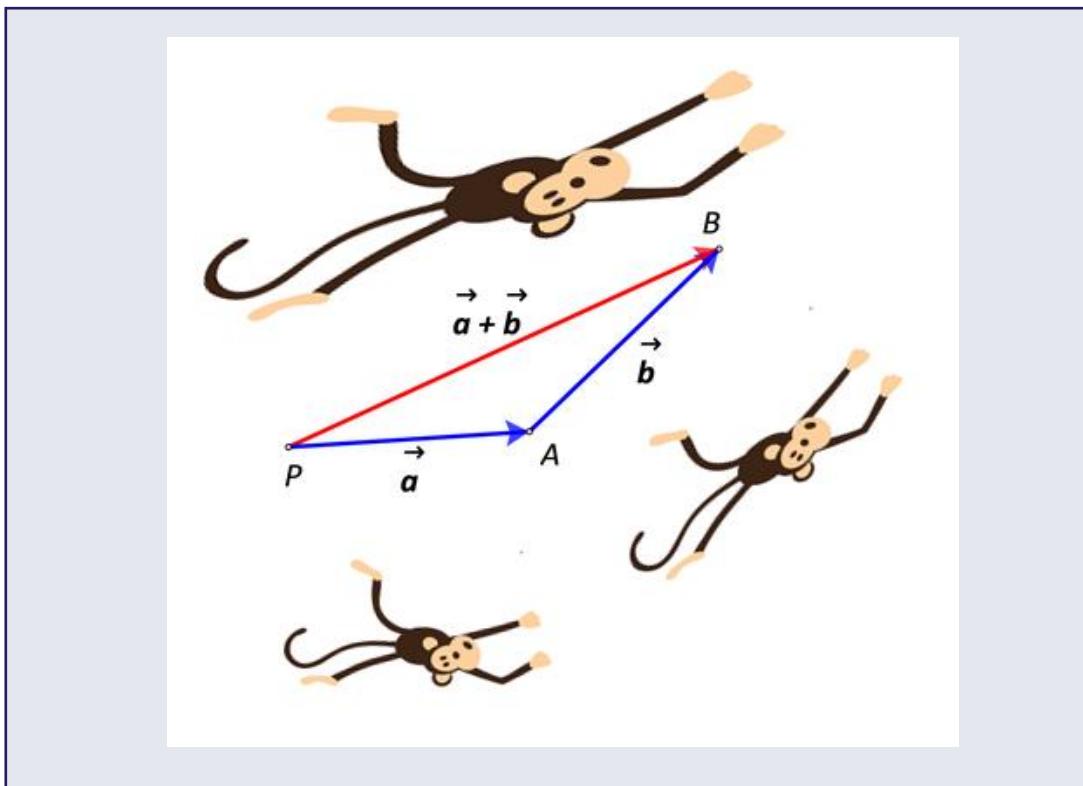
[prepoznavanje zbroja vektora](#) i [zbrajanje zadanih vektora u mreži kvadrata](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Zbrajanje kolinearnih vektora moguće je lakše vizualizirati pomoću interakcije "potezanja" vagona s kamenjem. Učenicima se može omogućiti korištenje interakcije pri rješavanju zadataka sa zbrajanjem kolinearnih vektora. Oduzimanje kolinearnih vektora treba povezati sa zbrajanjem te ponovno koristiti istu interakciju.

Za zbrajanje i oduzimanje nekolinearnih vektora učenicima se može sugerirati da početak vektora nazovu "rep", a kraj "glava" te da s pomoću plišanog majmunčića ili psa (sa što dužim repom) zapamte pravilo "glava/rep" za zbrajanje/oduzimanje vektora. Rep plišane životinje postave na početak prvog vektora, a glavu na kraj. Zatim ponavljaju postupak za drugi vektor. Ne mijenjajući položaj plišane životinje, prenesu njezin rep na "glavu" prvog vektora. Rezultantni vektor crtaju od "repa" prvog vektora do "glave" drugog vektora.





Zadatci od 1. do 4.: Bolje ih je grupno rješavati i komentirati dok učenici s teškoćama ne shvate način rješavanja. Nije poželjno očekivati da će učenici s teškoćama odmah samostalno rješavati takve zadatke.

#### ZBRAJANJE I ODUZIMANJE KOLINEARNIH VEKTORA

Primjer 1. - Objasniti postupno korak po korak. Imati na umu da će učenici s teškoćama teško pratiti sve matematičke oznake za vektore.

Zaključke u žutim kvadratima potkrijepiti slikovnim prikazom; jezično su zahtjevni, zato je uputno dodatno ih usmeno objasniti.

Posebnu pozornost treba obratiti objašnjavanju zbrajanja vektora koje se svede na oduzimanje (i obratno). Dati više primjera koji će se zajednički rješavati prije nego što se očekuje od učenika s teškoćama da samostalno rješavaju takve zadatke.

Zadatak 6. je presložen za učenike sa specifičnim teškoćama učenja i za učenike s motoričkim teškoćama. U skladu s individualnim mogućnostima, učenike treba voditi kroz zadatak te im dati više vremena i smjernica za njegovo rješavanje.

U 7. a zadatku treba naglasiti važnost paralelnosti. Također, učenici s teškoćama (vida, specifičnih teškoća učenja, vizualne percepcije...) mogu imati teškoće u približnom određivanju paralelnosti; tada im je potrebno dopustiti i pokazati im kako to raditi s pomoću ravnala.

Treba iznimno paziti kad je predznak negativan da učenici osvijeste njegovu važnost i kako će utjecati na tijek zbrajanja i oduzimanja vektora. Puno takvih primjera potrebno je zajednički riješiti prije nego što ih učenik samostalno počne rješavati. Dobar je postupak da učenici s teškoćama (ali i djeca urednoga razvoja) podcrtavaju predznačke tijekom rješavanja zadatka jer će se tako više na njih usmjeriti.

Ako učenici s teškoćama nisu ovladali prethodnim zadatcima, radite ponudite još primjera zbrajanja i oduzimanja linearnih vektora prije nego što se priđe na ovaj dio nastavne jedinice.

Zadatak 8. - Objasniti zašto smo upotrijebili korijen pri izračunu (prisjetiti se Pitagorina teorema, dodati ga u umnu mapu / memento kao i sve ostale formule i pravila koje će se koristiti dalje u zadatcima (npr. poslije se spominje komutativnost, prije ju treba objasniti). Inače je s učenicima s teškoćama uvijek bolje ponoviti sve pojmove i pravila i tek onda dati mogućnost samostalnog promišljanja o problematici (npr. Je li zbrajanje vektora komutativno? Prvo ponoviti pravilo, a zatim neka samostalno pokušaju odgovoriti.).

Zaključak u žutom kvadratu opet potkrijepiti slikom kako bi ga učenici s teškoćama bolje shvatili i upamtili.

Zadatak 9. a radite proći uz komentiranje jer slika svih varijacija vektora može biti zbumujuća. Zajedno komentirati pa eventualno pustiti koji primjer da učenici samostalno riješe, ovisno o individualnim sposobnostima.

#### PRAVILA PARALELOGRAMA

Prisjetiti se što je paralelogram i koje su njegove osnovne karakteristike i tek onda povezati s vektorima.

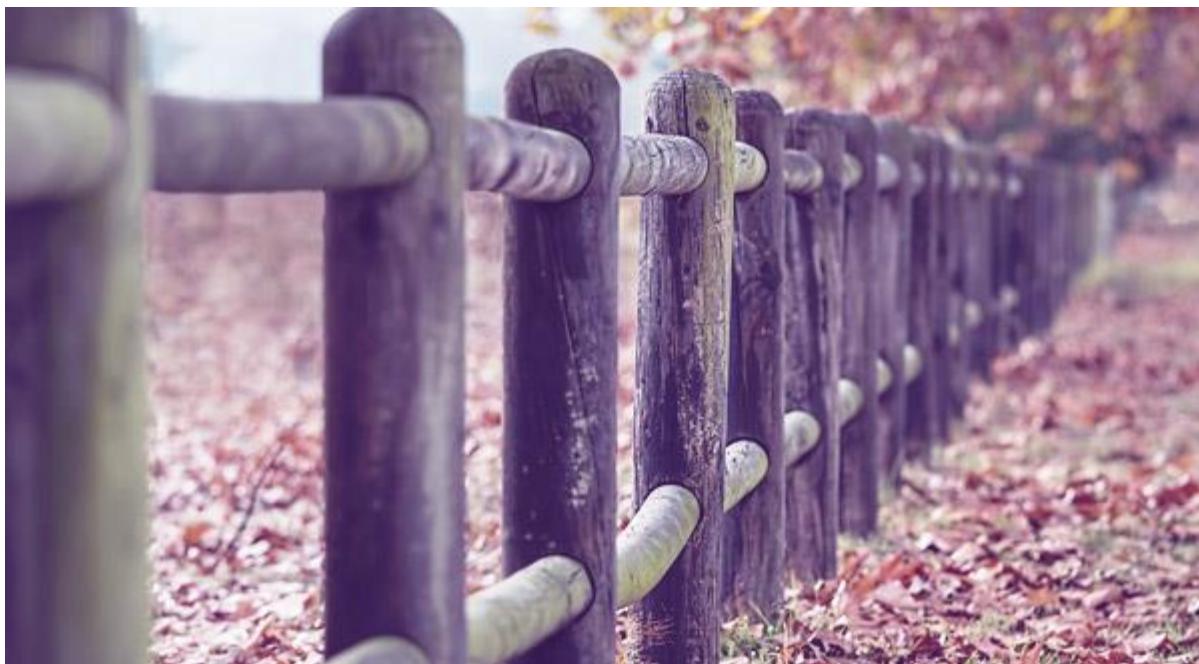
Kad uvedemo pravilo paralelograma, jasno objasniti razliku između pravila trokuta i pravila paralelograma. Povezati taj sadržaj; hoće li rezultati biti jednaki ili različiti, ovisno koje pravilo koristimo.

U 10. zadatku ne treba inzistirati na rješavanju. Zbrajanje više vektora - dati još primjera, objasniti korak po korak, poticati da pitaju ako nešto nije jasno.

#### Dodatna literatura za nastavnike

Dodatne ideje za zbrajanje vektora na engleskome jeziku možete pronaći na [linku](#).

## 6.3. Translacija



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s translacijom
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primjeniti stečena znanja i vještine vezane za translaciju u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgajno-obrazovni ishodi

- Prepoznati translatirane likove
- Translatirati zadani lik s obzirom na zadani vektor
- Nacrtati vektor koji povezuje lik i njegovu sliku nastalu translacijom

#### Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

---

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

### Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabrana fotografija zgrade iz Den Haaga ukrašene reljefom inspiriranim radom Mauritsa Cornelisa Eschera. Escher uzima jedan lik, preslikava ga pomicanjem u određenom smjeru i za istu udaljenost te prekriva cijelu ravninu s pomoću toga lika a da se likovi ne preklapaju ili da ne ostaje praznog prostora.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Pojam i primjeri translacije

Na temelju Escherovih radova uvodi se pojam i definira translacija te se s pomoću predloška proučavaju njezina svojstva. Na fotografijama su prikazani dodatni primjeri translacija iz svijeta oko nas, nakon čega učenici mogu provjeriti razumijevanje značenja pojma translacija.

#### Translacija točke, dužine, trokuta...

Opisno, slikom i interaktivnim predloškom učenici prvo translatiraju točku, zatim dužinu, pravac, trokut i kružnicu. U razumijevanju postupka pomaže pripremljeni videomaterijal.

Tako učenici postupno otkrivaju i dokazuju svojstva translacije (čuva duljinu dužine i veličinu kutova).

#### Translacija u koordinatnom sustavu

Nakon toga, translacija se proučava u pravokutnom koordinatnom sustavu. Pritom vektor može biti zadan grafički (nacrtan) ili opisno (npr. "pomak za 3 gore i 2 desno"). Osim zadatka translacije zadanog lika za zadani vektor (tj. određivanja translatirane slike početnog objekta), radi se i obratan postupak – rekonstrukcija originala na temelju poznate slike i vektora translacije. Za uvježbavanje obaju postupaka pripremljeni su razni zadatci (klasični, interaktivni i GeoGebrini appleti), a ponuđeni su i dodatni materijali dostupni na mrežnim stranicama.

## Završetak

U završnom je dijelu dan osvrt na najvažnije ishode koje je učenik trebao ostvariti u ovoj jedinici, a pripremljeni su i zadatci u kojima učenik može procijeniti je li u tome uspio.

## Dodatni prijedlozi

- Osmišljavanje ornamenta s pomoću translacije pravilnih likova u mreži kvadrata.
- Proučiti materijale dostupne na linkovima [1](#), [2](#), [3](#), i [4](#).
- Proučiti tutorijale na mrežnim stranicama Eduvizije dostupne na [linku](#).
- Učenici mogu pokušati riješiti i [kviz](#) kojim se provjerava poznавanje translacije na engleskome jeziku.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo članak Andželka Marića *Pomak ili translacija*, objavljen u Matki 79, a dostupan za preuzimanje na [linku](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenici se mogu poigrati sljedećom [aplikacijom](#).

Za bolju vizualizaciju translacije možete koncept translacije uvesti s pomoću [appleta](#).

Pojam translacije u žutom kvadratu složeno je objašnjen. Preporučuje se pojma usmeno dodatno objasniti. Istaknuti pojma translacija = paralelno pomicanje; dati učenicima da samostalno nacrtaju nekoliko paralelnih vektora i svaki put naglasiti da se radi o translaciji.

U 2. zadatku (cvjetovi) treba objasniti zašto to nije translacija ako se pokaže da učenici nisu potpuno razumjeli taj pojmom.

Primjer 1. je vrlo složen i jezično zahtjevan. Treba ga dodatno objasniti; napisati u koracima, potkrijepiti svaki korak vizualno (gotov vizualni prikaz ne znači puno); korak po korak objašnjavati i crtati. Također, treba objasniti što znači da tražimo „sliku točke A“ jer takav izraz za učenike sa specifičnim teškoćama učenja može biti zbumujući. Ako je moguće, takav izraz treba zamijeniti jednostavnjom riječju.

Predložak koji slijedi nakon primjera za učenike s motoričkim teškoćama može biti zahtjevan zbog otežanog pomicanja miša na zaslonu. Zato treba osigurati potrebnu pomoć drugog učenika ili pomoćnika u nastavi. Također, treba objasniti kako se koristi predložak jer je vrlo komplikirano. Bolje bi bilo postupno, korak po korak, objasniti kako se radi translacija, što više jezično pojednostavniti, dati nekoliko primjera, proučiti zajednički predložak i tek onda dati da samostalno rješavaju.

Pojam applet koristi se umjesto pojma predložak pa svaki put učenike s teškoćama učenja treba podsjetiti na značenje tog pojma. Bilo bi bolje upotrijebiti naziv predložak.

Treba obratiti pozornost na to da se u svim zadatcima koji zahtijevaju crtanje u koordinatnom sustavu učenicima s motoričkim teškoćama da više vremena, manji opseg zadataka (ili manje koraka unutar zadatka) i, ako je potrebno, da se osigura podrška pomoćnika u nastavi (ako učenik ne može samostalno izvršiti zadatak).

U radu s učenicima s teškoćama vida treba paziti vide li dobro i označavaju li sve što treba. Ako ne, potrebno je prilagoditi učionički prostor, mjesto sjedenja, uvećati sliku, poboljšati kontrast, to jest maksimalno prilagoditi prostor učeniku.

U 3. zadatku treba objasniti na koja se pravila odnose pravilo 1. i pravilo 2. Bilo bi dobro prvih nekoliko (pod a i b) pokazati i zajednički riješiti i tek onda očekivati samostalno rješavanje.

VIDEO je odličan primjer objašnjavanja uz vizualni prikaz. U učenika s oštećenjem vida treba provjeriti svjetlinu i kontrast (po potrebi prilagoditi), a učenicima s oštećenjem sluha dati na papiru smjernice i korake rješavanja zadatka koji prate. Ako je potrebno, treba zaustaviti video i usmeno komentirati.

Primjer 2. - Usmeno dodatno pojasniti uputu („translatirajmo dužinu ab za zadani vektor a“) učenicima sa specifičnim teškoćama učenja i učenicima s oštećenjem sluha (npr. znači da želimo pomaknuti tu dužinu AB za onoliko koliko je dug vektor, i to u istom smjeru...).

Dati više primjera prije samostalnog rješavanja 4. zadatka.

Za 5. i 6. zadatak učenicima s teškoćama, prije nego što mogu samostalno riješiti takav zadatak, treba dati primjer. S takvim zadatcima treba biti oprezan jer mogu biti prezahtjevni ako učenik nije ovlađao primjerima (kao u 4. zadatku). Ne treba inzistirati na rješavanju takvih zadataka nego omogućiti grupno rješavanje i komentiranje. Treba obratiti pozornost i na ovlađanost svim matematičkim simbolima (za paralelno, za vektor). Ovi primjeri mogu biti zahtjevni i učenicima s oštećenjem vida s obzirom na to da treba dobro gledati i označavati sitne točke. Prema potrebi, tim učenicima treba prilagoditi zadatke tako da u bilježnicu crtaju veće pravce. Učenicima s motoričkim teškoćama treba osigurati podršku pomoćnika u nastavi pri crtanju paralelnih vektora.

Svi su zadaci u translaciji koordinatnog sustava previše složeni. Treba odabrat jedan reprezentativni za učenike s teškoćama (dužina, krug ili trokut) i dati više takvih primjera. Složenije primjere rješavat će kada prema individualnim mogućnostima učenika procijenimo da on to može.

## Dodatna literatura za nastavnike

Dodatne ideje vezane za translaciju na engleskome jeziku dostupne su na [linku](#).

## 6.4.Osna simetrija



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s osnom simetrijom
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primjeniti stečena znanja i vještine vezane uz osnu simetriju u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgожно-образовни исходи

- Prepoznati osnosimetrične likove
- Preslikati zadani lik osnom simetrijom
- Nacrtati os simetrije dvaju osnosimetričnih likova
- Ispitati osnu simetričnost nacrtanih objekata

#### Генеричке компетенције

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti
- 

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

---

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

### Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabrano nekoliko fotografija iz stvarnog svijeta vezanih za osnu simetriju (zrcaljenje, refleksija). Nakon toga, učenicima je ponuđena interaktivna igra u kojoj predviđaju izgled slike u ogledalu (uz dostupnu provjeru).

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Kako nastaje slika u zrcalu?

Opisan je i grafički prikazan postupak određivanja osnosimetrične slike točke s obzirom na zadanu os simetrije te je definirano preslikavanje. Odmah je dana mogućnost rješavanja interaktivnog kviza u kojem se provjerava razumijevanje postupka.

#### Svojstva osne simetrije

Proučavajući riješene primjere i koristeći pripremljene applete, učenici istražuju i otkrivaju svojstva osne simetrije. Naslućena su svojstva potkrijepljena matematičkim argumentima (dokazima). U nastavku je predviđeno rješavanje zadataka za čije je rješavanje potrebno uočiti i primijeniti svojstva osne simetrije.

#### Osnosimetrični likovi

U nastavku se prikazuju, opisuju i definiraju osnosimetrični likovi. Istražuje se koji su od poznatih geometrijskih likova osnosimetrični i koliko osi simetrije imaju. Naučeno se odmah primjenjuje u zadatcima.

#### Osna simetrija u koordinatnom sustavu

Dalje se proučava osna simetrija u pravokutnom koordinatnom sustavu. Prvo se razmatra simetrija u odnosu na koordinatne osi, a zatim u odnosu na simetralu I. i III., odnosno II. i IV. kvadranta. Uočava se pravilnost u mijenjanju koordinata pri tim osnim simetrijama.

## Osnova simetrija u slikama

Primjeri osne simetrije i osnosimetričnih likova prikazani su na više fotografija iz realnog svijeta.

## Završetak

U završnom je dijelu dan osvrt na najvažnije ishode koje je učenik trebao ostvariti u ovoj jedinici, a ponuđeno je i nekoliko igara za uvježbavanje i utvrđivanje naučenoga o osnoj simetriji.

## Dodatni prijedlozi

Pomoću interaktivnog [kviza](#) od 10 pitanja na engleskome jeziku učenici mogu provjeriti razumijevanje pojma osi simetrije. Potrebno je odrediti je li iscrtkana linija os simetrije odabirom tipke YES/NO (DA/NE). Odgovor treba potvrditi pritiskom na tipku *Submit*.

Učenici mogu istražiti osnu simetriju pomoću sljedećeg appleta. Potrebno je postaviti [os simetrije](#) na odgovarajuće mjesto. Moguće je odabrati položaj pravca koji će se prikazati odabirom *Vertical*, *Horizontal* ili *Any*. Tipka *New Figure* prikazuje novi lik.

Učenici mogu još jednom provjeriti [svojstva likova](#) dobivenih [osnom simetrijom](#) u odnosu na početne likove.

Moguće je pozabaviti se [istraživanjem](#) mogućih „presavijanja“ i otkrivanjem koji su od likova osnosimetrični te još jednom provjeriti koji su od osnovnih četverokuta [osnosimetrični](#) i koliko osi simetrije imaju.

Proučiti osnu simetriju u koordinatnoj ravnini s obzirom na pravce koji su paralelni s koordinatnim osima, paralelni sa simetralama kvadrata i u općem položaju.

Moguće je i riješiti [interaktivne zadatke](#) vezane za osnu simetriju u koordinatnom sustavu u kojima se odmah dobiva povratna informacija o ispravnosti rješenja.

Učenici mogu još jednom proučiti „ponašanje“ koordinata točaka pri osnoj simetriji u pravokutnom koordinatnom sustavu.

Znanje je moguće provjeriti i kvizovima na engleskome jeziku, [preslikavanje osnom simetrijom](#) i [određivanja koordinata točaka](#).

Za kraj, učenici mogu pogledati koliko su lica osnosimetrična ili odigrati igricu u kojoj moraju dovršiti crtanje osnosimetrične slike [izvanzemaljca](#) kako bi se zaštitali od invazije.

Koliko je nečije lice osnosimetrično, moguće je pogledati na ovoj [poveznici](#). Učenici mogu pronaći fotografiju lica osobe s *public domain* licencom i unijeti je u aplikaciju.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo sljedeći applet za istraživanje osnosimetričnosti pojedinih [četverokuta](#).

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Pri uvođenju osne simetrije, poželjno je s učenicima izraditi slike, npr. leptira gdje se [temperom nacrtava](#) desno krilo, papir se presavije, a zatim se tempera preslika na lijevu stranu. Isto se može raditi i s [izrezivanjem](#) likova iz papira.

Učenici mogu određivati os simetrije lika koristeći [ogledalo](#).

Također, može se promatrati i zrcalna slika lika pomoću virtualnog [ogledala](#) ili se poigrati [crtanjem slike](#) koja se zatim osnom simetrijom preslikava u ostale kvadrante.

Applet [osna simetrija](#) na engleskome jeziku može pomoći pri razumijevanju samog preslikavanja osnom simetrijom. Moguće je mijenjati različite uvjete kao što su geometrijski lik, pravac preslikavanja i položaj pravca.

Također, za pomoć u razumijevanja pojma osne simetrije može se pokazati applet u kojem je potrebno pravac postaviti da bude [os simetrije slova H](#).

Jednostavna interakcija, u kojoj učenici trebaju namjestiti točkice na strani na kojoj nedostaju kako bi uzorak bio osnosimetričan, može se isprobati na sljedećem [linku](#).

Pojam osna simetrija istaknuti tako da je uvijek vidljiv (bilo u mentalnoj mapi ili negdje u učionici). Povezati osna simetrija = ogledalo, tako da budi asocijacije.

Zadaci s preslikavanjem (iako su naoko jednostavnji) učenicima sa specifičnim teškoćama učenja (osobito disleksijom) kao i ostalim učenicima s teškoćama vizualne percepcije mogu biti jako teški s obzirom na to da se radi o orientaciji na papiru. Zato primjere treba prolaziti korak po korak, a ako učenik i pogriješi, ohrabrvati ga dalje. Ako je takva teškoća izražena tako da dijete ne može ovladati ovakvim tipom zadatka, onda je takvu cjelinu bolje izbjegavati.

Primjer 1. - Točka koja leži na pravcu (C), pojasniti za što koristimo oznaku C, a za što C'.

### SVOJSTVA OSNE SIMETRIJE

Puno je matematičkih simbola i oznaka za koje valja postupno objasniti na što se koji odnosi. Paziti na vizualni prikaz, odnosno na to je li sve dovoljno uočljivo učeniku s oštećenjem vida. Ako nije, treba prilagoditi svjetlinu zaslona i kontrast.

Također, tekst bi bilo bolje zapisati u obliku u kojem će slijediti rečenicu ispod rečenice (kao da je korak po korak) jer je tako sadržaj uočljiviji, lakše čitljiv pa time i lakše razumljiv.

Objasniti da osnosimetrično znači kao da se gleda u zrcalo. Povezati s ranijim gradivom (paralelno preslikavanje) da utvrde razlike. Dati nekoliko primjera jednog i drugog preslikavanja.

Pojam osnosimetričan lik uz vizualni prikaz istaknuti na vidljivo mjesto u učionici.

U interakciji (zadatak 4.) objasniti kako se pravac rotira i da se točke moraju namjestiti na lik! Osobama s motoričkim teškoćama osigurati podršku od strane pomoćnika u nastavi (namještanje mišem zahtjeva veliku preciznost koju oni samostalno ne mogu izvesti). Ako učenici s motoričkim teškoćama neće moći samostalno riješiti zadatak, može se usmeno komentirati rješavanje.

Zadatak 5.

a) b - ovaj b je vrlo zbumnujući - treba ga maknuti u drugi red da je jasno da to označava sljedeći zadatak i da nije povezan s dopunom na praznoj crtici. Ista se pogreška javlja do kraja zadatka.

#### OSNA SIMETRIJA U KOORDINATNOM SUSTAVU

Ponoviti svu terminologiju vezanu za koordinatni sustav koja će se koristiti u ovom dijelu nastavne jedinice.

U 8. c zadatku treba prvo dati primjer rješavanja takvog zadatka pa učenicima s teškoćama dati da samostalno rješavaju.

#### Dodatna literatura za nastavnike

Za dodatne ideje dostupan je scenarij poučavanja [Jesam li simetričan?](#)

U časopisu Matematika i škola [Simetrija bez riječi](#) kolegice Alena Dika i Gordana Grujić daju ideju kako osnu simetriju povezati s likovnim odgojem.

## 6.5.Centralna simetrija



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s centralnom simetrijom
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primjeniti stečena znanja i vještine vezane uz centralnu simetriju u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati centralnosimetrične likove
- Preslikati zadani lik centralnom simetrijom
- Nacrtati središte simetrije dvaju centralnosimetričnih objekata
- Ispitati centralnu simetričnost nacrtanih objekata

#### Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja

- Razvoj kreativnosti

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

---

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

### Uvod i motivacija

Uvod počinje trima slikama na kojima je ilustrirana:

- osna simetrija
- translacija
- na kraju, kao uvod u novu jedinicu, centralna simetrija.

Na ovaj je način ponovljeno naučeno te stavljeno u usporedbu s novim preslikavanjem.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Centralna simetrija točke i dužine

U prvome su dijelu razrade opisana svojstva centralnosimetrične točke, pa onda i dužine. Točke i dužine prikazane su u kvadratnoj mreži. Kod svojstava centralnosimetričnih dužina istaknuta je njihova sukladnost i usporednost.

Priložen je i dokaz sukladnosti centralnosimetričnih dužina za učenike koji žele znati više. Ovaj je dokaz dan u jedinici jer su svi alati koji se u njemu koriste gradivo prethodnih razreda, točnije 6. razreda.

#### Centralna simetrija likova

Proučavanje centralnosimetričnih likova, skupova točaka u ravnini, uvedeno je centralnosimetričnim preslikavanjem trokuta s obzirom na središte centralne simetrije izvan lika, a u kvadratnoj mreži.

Prije kvizova prepoznavanja centralnosimetričnosti likova, dana je kroz zanimljivost povezanost osne simetrije s okomitim osima i centralne simetrije.

Najveća je pažnja dana paralelogramima čija je centralnosimetričnost uvedena preko centralnosimetričnosti kvadrata.

Također, razmatrana je centralnosimetričnost mnogokuta i ovisnost centralnosimetričnost o parnosti broja vrhova mnogokuta.

### Centralna simetrija u pravokutnom koordinatnom sustavu

Kako je centralna simetrija proučavana u kvadratnoj mreži, prirodno je da se prouči i ovisnost koordinata centralnosimetričnih točaka s obzirom na ishodište koordinatnog sustava.

### Prepoznavanje centralne simetrije

U nekoliko su kvizova dane slike i ilustracije koje prikazuju centralnosimetrične oblike i one koji to nisu.

### Konstrukcija centralnosimetrične slike

Dvjema je 2D animacijama prikazano kako se konstruira centralnosimetrična točka i dužina te animacija.

Određivanje središta centralnosimetričnih likova također je prikazano 2D animacijom.

U zadnjem dijelu razrade dan je niz interakcija visoke razine dopunjavanja bojenjem do ispunjavanja centralne simetrije zadanog motiva.

## Završetak

Na završetku su ponovljena svojstva centralne simetrije točke, dužine i lika.

## Dodatni prijedlozi

Osmisliti projekte:

- Kako je pahuljica centralnosimetrična, a daje mnoštvo motiva za realizirati, može se napraviti razredni projekt "Biramo najljepšu izrađenu pahuljicu".
- Neka osmisle i naprave svoje razredne igraće karte prema uzoru na prave.

Također, učenike treba motivirati da koriste programe dinamične geometrije bilo za crtanje ili za konstrukcije.

Motive za projekt možete pronaći na [Pahuljice](#) i [Galerija pahuljica](#).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlaže se crtanje, konstruiranje i istraživanje koristeći se alatima dinamične geometrije.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za bolju vizualizaciju, dostupni su predlošci u GeoGebri, autora Igora Vidovića.

Za dodatnu vježbu moguće je pogledati prvih pet videouradaka na mrežnim stranicama [Eduvizije](#) i riješiti njima pripadajuće zadatke.

Učenicima sa specifičnim teškoćama učenja (posebno disleksijom) pojam centralnosimetrična (točka) može biti jezično zahtjevan pa ga je potrebno više puta ponoviti. Valja inzistirati na tome da ga učenik ponovi nekoliko puta dok ga ne usvoji. Ako je potrebno, sve takve nove pojmove isticati na vidljivom i pristupačnom mjestu u učionici (ili u individualnoj umnoj mapi / mementu).

Primjer 2. - Vizualno nedovoljno uočljiv pravac na koordinatnom sustavu (posebno za učenike s oštećenjem vida). Potrebno je poboljšati kontrast i bolje istaknuti pravac i pripadajuće točke.

Paziti da učenicima sa specifičnim teškoćama učenja (ali i učenicima s oštećenjem vida, sluha i svim ostalim teškoćama kod kojih se javlja poremećaj vizualne percepcije) može biti teško približno određivati udaljenost zadanih točaka od centra. Ponuditi neku tehniku (npr. da broje kvadratiće u koordinatnom sustavu ili da koriste ravnalo) ako približno ne mogu procijeniti.

Ako u 2. zadatku učenik ne može približno procijeniti udaljenost točke od središta (kao što je prije opisano), treba se prilagoditi njegovim individualnim mogućnostima i poticati takve učenike na korištenje ravnala u rješavanju ovog i ostalih, sličnih zadataka.

#### LIKOVNI KOJI SU SAMI SEBI CENTRALNOSIMETRIČNI

Istaknuti na vidljivom mjestu u učionici (ili u osobnom podsjetniku kao što je prije opisano) kako definiramo centralnosimetričan lik.

Sat - zahtijeva povlačenje mišem, što zbog tražene preciznosti za učenike s motoričkim teškoćama može biti zahtjevno, zato im treba pružiti odgovarajuću podršku pomoćnika u nastavi ili drugog učenika.

Za termine apscisa i ordinata također vrijedi da ih treba istaknuti na vidljivom mjestu u učionici (ili u osobnom podsjetniku) ili se može „napraviti“ tehnika kojom će lakše upamtiti koja je os x a koja y (npr. XA -x je apscisa, YO- y je ordinata - upamte riječ XAYO ili YOXA).

Zadatak 9., 10. i projekt između, s obzirom na to da se radi o zrcalnom preslikavanju slova s kojim učenici sa specifičnim teškoćama učenja imaju teškoće, preporučuje se za tu skupinu učenika osmisliti zamjensku aktivnosti (npr. učenici s disleksijom i/ili diskalkulijom).

#### KONSTRUKCIJA CENTRALNOSIMETRIČNE TOČKE, DUŽINE, LIKA

Kod crtanja inače, a crtanja bez koordinatnog sustava posebno, treba osigurati podršku pomoćnika u nastavi učenicima s motoričkim poremećajem. Isto vrijedi i za interakcije koje zahtijevaju motoričku preciznost. Neke je od interakcija potrebno potpunije objasniti jer dano objašnjenje nije dovoljno.

## 6.6.Rotacija



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s rotacijom
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primijeniti stečena znanja i vještine vezane uz rotaciju u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgajno-obrazovni ishodi

- Prepoznati rotirane likove
- Preslikati zadani lik rotacijom
- Ispitati jesu li nacrtani objekti preslikani rotacijom

#### Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

---

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

### Uvod i motivacija

Jedinica počinje primjerom u kojem je rotacija očita jer su predmeti poslagani u polukrug oko istog središta. Na drugoj su slici istaknute i veličine kutova, ali bez odabiranja smjera.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Cijela je jedinica napravljena na predlošcima polarnoga koordinatnog sustava, ali se to nigdje ne spominje i ne treba ga spominjati.

To je učinjeno radi lakšeg snalaženja, kao što su prethodna preslikavanja napravljena u pravokutnome koordinatnom sustavu.

Razrada počinje objašnjnjem pozitivnoga i negativnog smjera 3D animacijom i, dodatno, prikazima u bloku.

Sama rotacija počinje rotacijom točke i u kvizu se odabiru smjer i kut rotacije točke.

U videozapisu je dan osvrt na beskonačnost vrtnje pa, samim time, i kut zakretanja.

Nakon točke, rotira se i dužina. Prikaz rotacije dužine je u 2D animaciji. Naravno da naglasak treba staviti na sukladnosti dužina preslikanih rotacijom.

### Rotacija lika

Rotacija lika uvedena je rotacijom trokuta uz raspravu o položaju središta rotacije u odnosu na trokut.

Interakcija srednje razine omogućava promatranje rotiranja lika općenito.

### Zanimljivost

U zanimljivosti je rotacija povezana s centralnom simetrijom.

Poseban je dio posvećen likovima koji se mogu rotirati sami u sebe pod određenim uvjetima. Time se došlo do generalizacije rotacije pravilnih mnogokuta i na kraju, do savršenog oblika rotacije, kruga, odnosno kružnice.

### Rotacija u koordinatnom sustavu

Kako su sva preslikavanja smještana i promatrana u pravokutnometrijskom koordinatnom sustavu, to je učinjeno i kod rotacije, samo su primjeri jednostavniji.

### Ljepota rotacije

U dijelu koji se poziva na ljepotu rotacije raznolik je splet zadataka i interakcija koji zahtijevaju poznavanje svojstava rotacije. Također, dan je slikovni osvrt na ljepotu rotacije u umjetnosti. Rotacija u prirodi predstavljena je pahuljom snijega i njezinom višestrukom simetrijom.

### Konstrukcija

Zadnji dio razrade posvećen je konstrukciji rotacije točke i dužine.

Učenici će moći na GeoGebrinu appletu vježbati rotaciju točke i dužine.

Devet interakcija visoke razine još će više omogućiti učenicima proučavanje i učenje te primjenu svojstava rotacije.

Pred kraj je dan i jedan problemski zadatak čije se rješenje modelira rotacijom.

### Završetak

U završnom je dijelu dan osvrt na svojstva rotacije dužine i skupova točaka općenito. Ponovljeno je gdje se sve s rotacijom susrećemo.

Završna procjena prema planu DOS-a obuhvaća provjeru ishoda osne i centralne simetrije te rotacije.

### Dodatni prijedlozi

Uporaba materijala na poveznicama:

Rotacija u koordinatnom sustavu: [slika rotacije](#), [koordinate rotirane točke](#).

Korištenje motiva [pahuljice](#) za rotaciju i [galerija kristala pahuljice](#).

O redu simetrije na [poveznici](#).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo crtanje, konstruiranje i istraživanje uporabom alata dinamične geometrije te materijala s poveznice [eduvizije](#).

Sve transformacije učenik može vježbati na GeoGebrinu appletu na [poveznici](#).

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za bolju vizualizaciju dostupni su appleti u GeoGebri, autora Igora Vidovića.

Za dodatnu je vježbu moguće pogledati prvi pet videouradaka na mrežnim stranicama [Eduvizije](#) i riješiti njima pripadajuće zadatke.

Osobe s disleksijom teško određuju L i D stranu, stoga pozitivan i negativan smjer rotacije treba obilježiti i istaknuti na vidljivom mjestu u učionici kako bi ga uvijek imali pri ruci. Može se povući paralela/asocijacija s lepezom tako da bude lakše pamtljivo koji je smjer pozitivan, a koji negativan (otvaramo lepezu - pozitivan, zatvaramo - negativan).

Potrebno je objasniti složenije primjere zadataka (npr. Kad je zadani kut u zadatku velik, potrebno je podsjetiti učenike s teškoćama da jedan krug ima 360 stupnjeva, a ne treba očekivati da će se sami sjetiti.).

### PRESLIKAVANJE DUŽINE ROTACIJOM

Prisjetiti se crtanja kutova od 30, 45 itd. stupnjeva s obzirom na to da je to znanje koje će biti potrebno u ovoj nastavnoj jedinici.

Zadatak 4. - Ovakve je tipove zadataka s da/ne odgovorima poželjno usmeno dodatno objasniti (rješenje). Ovako se ostavlja prostora za pogađanje što nam svakako ne bi trebao biti cilj. Potrebno je naglasiti da na kraju translatirana dužina mora biti jednak duga. Ako im je približno provjeravanje dužine translatiranih pravaca teško, valja poticati da to rade ravnalom.

Rotacije će trokuta i četverokuta osobama koje imaju teškoće s vizualnom percepcijom biti jako zahtjevne. Stoga se treba držati što jednostavnijih primjera.

Lik rotiramo tako da rotiramo njegove vrhove oko istog središta rotacije za isti kut - ovaj je dio potrebno istaknuti prije. Povezati s rotacijom dužine. Vrijedi li isto i za dužine? Objasniti učenicima s teškoćama.

U radu s učenicima s teškoćama valja izbjegavati samostalno rješavanje zadataka rotacije četverokuta i složenijih likova. Vizualno je poprilično složeno, a svrha je da učenici shvate kako se rotiraju (za to služe interakcije). Za samostalno rješavanje ostaviti jednostavnije primjere.

Kad zadatak traži da se „posluže stečenim znanjem“, učenicima s teškoćama uvijek treba dodatno objasniti te prijašnje pojmove, formule itd. Takve je zadatke uvijek bolje prvo riješiti pa učenicima s teškoćama ponuditi da rješavaju samostalno.

#### KONSTRUKCIJA ROTACIJE TOČKE, DUŽINE, LIKA

Zadaci s bojenjem likova i pomakom za kut - složeniji primjeri mogu biti teški osobama s disleksijom (one će teže približno procijeniti kut, boje mogu stvarati dodatnu zbrku, kao i mnoštvo crta). Isto vrijedi i za osobe oštećena vida.

## 6.7. Povezivanje preslikavanja



---

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

---

#### Ciljevi i zadaće

- Učinkovito primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s dvama ili više preslikavanja
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Primjeniti stečena znanja i vještine vezane za povezivanje preslikavanja u rješavanju problemskih situacija
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Uzastopno preslikavati zadane likove
- Pronaći najkraći postupak preslikavanja između dvaju nacrtanih objekata
- Riješiti problemski zadatak primjenom preslikavanja

#### Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula

---

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

### Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabrana slika otiska stopala pri hodu. Ona je nastala kao kombinacija dvaju preslikavanja – osne simetrije i translacije. Takvo preslikavanje poznato je pod nazivom klizno zrcaljenje.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Ponovimo

Prvo se rješavanjem interaktivnih zadatka ponavlja do sada naučeno o preslikavanjima ravnine (svim transformacijama), a zatim se prepoznavanje napravljene transformacije obavlja samo na temelju slike.

#### Povezivanje preslikavanja

Nakon toga se proučavaju kombinacije (uzastopna djelovanja) dviju translacija, odnosno centralne simetrije i translacije. Za svaku od ovih kombinacija traži se postoji li izravno preslikavanje prvoga na treći lik. Zaključci se provjeravaju i uz pomoć interaktivnih zadataka.

#### Dvije osne simetrije

Posebno se proučava povezivanje dviju osnih simetrija s različito postavljenim osima (parallelne osi, okomite osi i osi koje se sijeku, ali nisu okomite). Za svaku od tih kombinacija postoji "zamjensko" preslikavanje početnog lika do njegove "druge slike".

#### Prepozna kombinaciju preslikavanja

Ponuđeno je nekoliko zadataka u kojima učenici trebaju otkriti koja su preslikavanja i kojim redom korištena kako bi se početni lik "A" preslikao preko lika "B" na lik "C".

## Završetak

U završnom je dijelu dan osvrt na najvažnije ishode koje je učenik trebao ostvariti u ovoj jedinici te su ponuđene igre za utvrđivanje naučenoga.

## Dodatni prijedlozi

Učenicima se mogu ponuditi različite igre (na engleskome jeziku), kao što su [Osna simetrija i rotacija](#), [Preslikavanje ravnine](#), [Zvjezdana transformacija](#), ili kviz Prepoznaj osnu simetriju, rotaciju i translaciju.

Ako učenici rade *offline*, može im se ponuditi rješavanje zadataka u kojima će trebati napraviti dvije uzastopne [transformacije](#), putem slikevitih objašnjenja, primjera i interaktivnih zadataka podsjetiti se [translacije](#), [osne simetrije](#) i [rotacije](#). Prepoznavanje ovih preslikavanja mogu provjeriti rješavanjem jednostavne [igrice](#). Svi su spomenuti materijali na engleskome jeziku.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

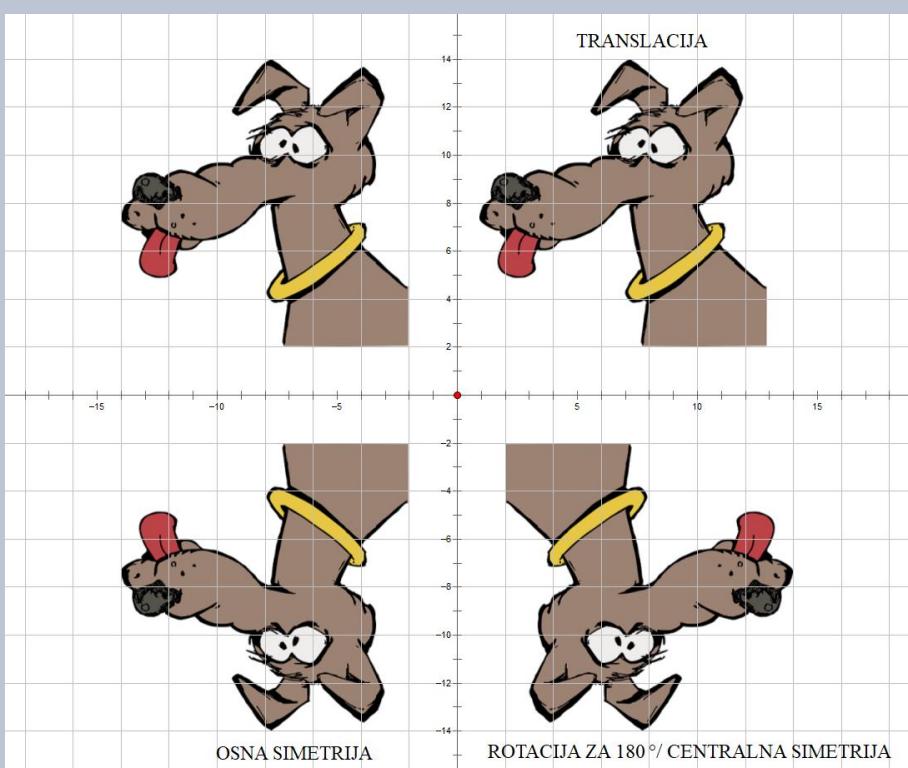
Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

- proučavanje simetrije u [kemijskim molekulama](#).

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

S učenicima je moguće izraditi podsjetnik kao što je ovaj prikazan slikom. Podsjetnik je moguće nacrtati ili izraditi na računalu. A ako je potrebno, učenicima se može ispisati već napravljen podsjetnik.



Ako učenicima poteškoće predstavlja rotacija, učitelj može ispisati zadatak s rotacijom lika u koordinatnoj ravnini, primjerice preko ishodišta za kut od  $90^\circ$  u pozitivnom smjeru. Zatim na taj papir stavlja prozirnicu, a potom pribadačom (kroz ishodište) pričvršćuje papir s prozirnicom za karton. Učenici tada bez geometrijskog pribora, koristeći mrežu kvadratiča, crtaju rotiranu sliku zadanoga lika pri čemu zakretanjem prozirnice mogu provjeravati točnost svojeg rješenja.

Prije rješavanja zadatka u ovoj cjelini preporučuje se dobro ponoviti i utvrditi pojmove centralna simetrija, osna simetrija, translacija i rotacija. Preporučuje se da učenici s teškoćama sve takve pojmove uz vizualne primjere cijelo vrijeme imaju na dostupnom mjestu u učionici ili u osobnom podsjetniku.

Posebno utvrditi značenje pojmljiva - centralna simetrija i rotacija, njihove sličnosti i razlike.

Zadatci od 3. do 7. presloženi; dati prvo primjere koji će se zajednički rješavati i tek onda vidjeti ima li učenik dovoljno znanja za samostalno rješavanje.

Također, ima puno crtanja i uporabe geometrijskog pribora što je previše složeno za učenike s motoričkim teškoćama. Njima je potrebno osigurati pomoć od strane drugih učenika ili pomoćnika u nastavi pri rješavanju takvih zadataka.

#### DVIJE OSNE SIMETRIJE

Nakon 11. zadatka objašnjenja su jezično prezahtjevna, stoga se preporučuje izbjegavati rješavanje takvih zadatake učenicima s teškoćama ili ih (ako se prema individualnim

sposobnostima procijeni da ih učenik može riješiti) dodatno pojasniti i voditi učenika kroz zadatak.

### Dodatna literatura za nastavnike

U scenariju poučavanja [Jesam li simetričan?](#) dostupni su dodatni prijedlozi za osnu i centralnu simetriju.

Izbor složenijih zadataka iz cjeline Preslikavanje ravnine pronaći ćete u [kolekciji appleta](#) kolegice Aleksandre-Marie Vuković.

U kolekciji appleta Stevea Weissburga pronaći ćete mnogobrojne radove vezane za [preslikavanje ravnine](#).

# Aktivnosti za samostalno učenje

## Ciljevi, ishodi, kompetencije

### Ciljevi i zadaće

- Usvojiti temeljna matematička znanja te razviti vještine povezane s preslikavanjima ravnine
- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

### Odgojno-obrazovni ishodi

- Nacrtati vektor, suprotni vektor te vektor zbroja i razlike zadanih vektora
- Razlikovati preslikavanja ravnine
- Prepoznati osnosimetrične likove
- Prepoznati centralnosimetrične likove
- Preslikati geometrijski lik zadanim preslikavanjem ravnine
- Primijeniti preslikavanja ravnine pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

### Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj sati: 1

U svim su jedinicama DOS-a dostupni različiti zadaci i primjeri koji omogućuju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj su zasebnoj jedinici pripremljeni različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijiskih sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

## Uvod i motivacija

Jedinica počinje ponavljanjem o do tada naučenim vrstama simetrije i razvrstavanjem likova koji su samo osnosimetrični, samo centralnosimetrični, i osnosimetrični i centralnosimetrični, ili nisu ništa od toga.

## Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Nakon toga, prikazane su slike objekata koji spadaju u kategoriju "nisu ni osnosimetrični ni centralnosimetrični", a ipak izgledaju "pravilno". Na temelju slika, uvodi se pojам rotacijske simetrije te su prikazane slike nekoliko rotacijski simetričnih oblika.

U nastavku slijede teme namijenjene učenicima koji žele znati više:

- Popločivanja ravnine
- Osna simetria na geoploči ili na točkastom papiru
- Translacija na geoploči
- Rotacija na geoploči.

## Završetak

Svaka od ovih podtema, uključujući i rotacijsku simetriju, može se razmatrati neovisno o ostalima. Teme su uglavnom namijenjene učenicima koji žele znati više te mogu poslužiti kao osnova za samostalni ili suradnički rad u skupinama.

## Dodatni prijedlozi

Moguće je provesti projekt vezan za arhitekturu i likovnu umjetnost u kojem se može koristiti popločivanje ili ukrašavanje rotacijski simetričnim oblicima.

Učenicima se mogu zadati zadatci na [linku 1](#) i [linku 2](#).

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

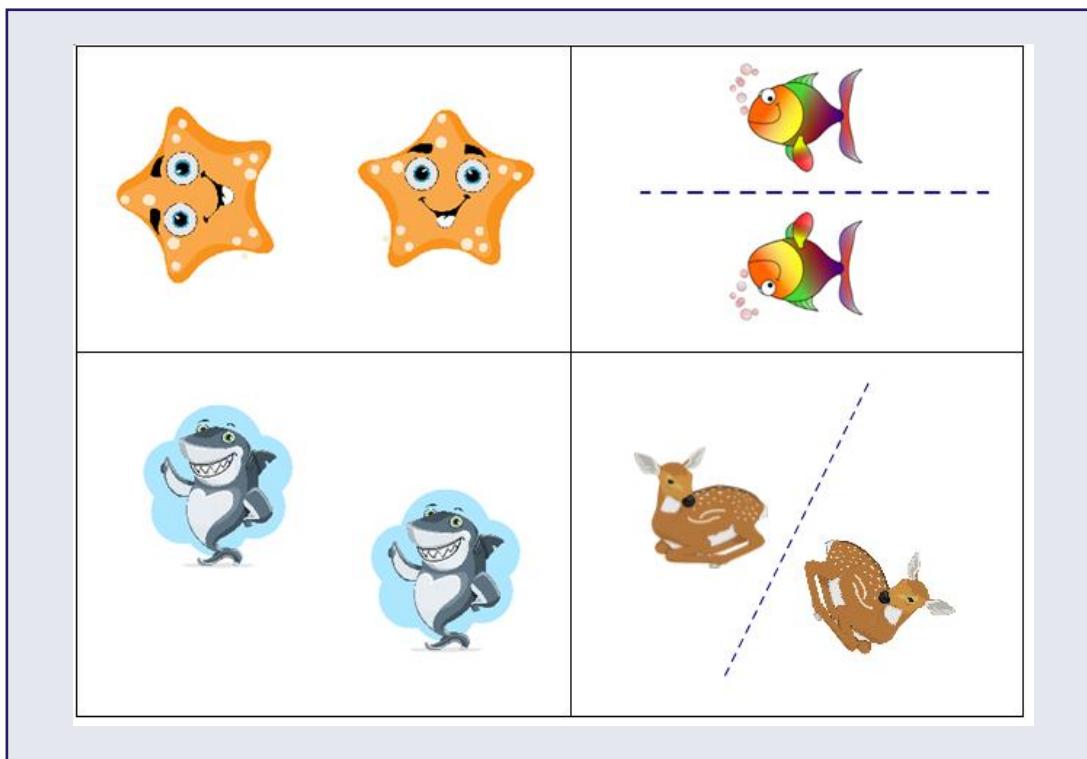
Nekoliko zanimljivih zadataka s bojenjem minimalnog broja polja dostupno je na [linku 1](#) i [linku 2](#).

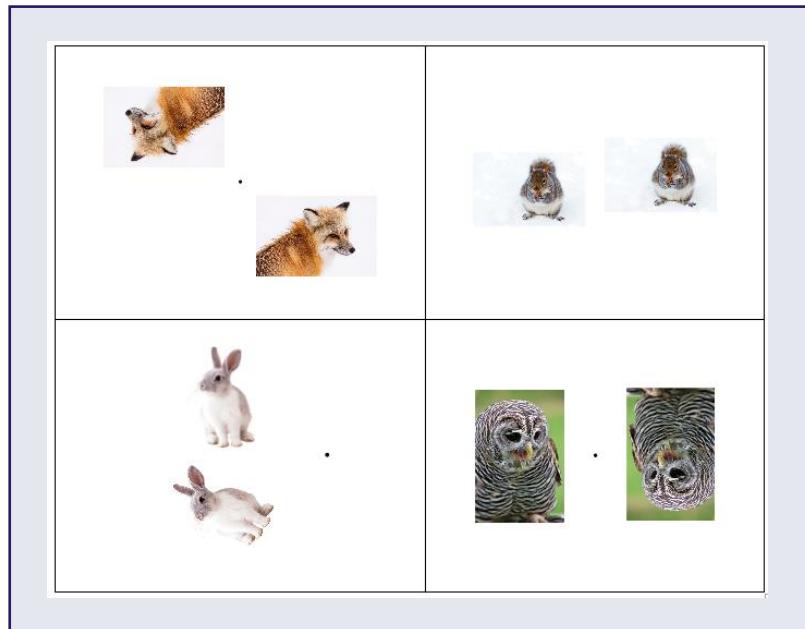
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Tijekom aktivnosti za samostalno učenje važno je držati se općih smjernica za poučavanje učenika s teškoćama.

Učenici mogu fotografirati različite primjere simetrija u svijetu u kojem žive te izraditi plakat ili prezentaciju.

Učenicima se mogu dati kartice sa slikama (uvećane, za sve učenike s teškoćama vizualne percepcije) i trebaju prepoznati/opisati svako preslikavanje.





### Dodatna literatura za nastavnike

Nikol Radović, [Transformacije ravnine a la Escher](#), [Transformacije ravnine ala Escher \(2\)](#), Poučak br. 57 i 58.

# Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

## Ciljevi, ishodi, kompetencije

### Ciljevi i zadaće

- Usvojiti temeljna matematička znanja te razviti vještine povezane s preslikavanjima ravnine
- Riješiti matematičke probleme te primjenjivati matematiku u ostalim područjima
- Učinkovito komunicirati primjenjujući odgovarajući matematički jezik
- Logički zaključivati, kritički promišljati te uspostaviti matematičke odnose i veze
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito primjenjivati tehnologiju

### Odgojno-obrazovni ishodi

- Nacrtati vektor, suprotni vektor te zbroj i razliku zadanih vektora
- Razlikovati preslikavanja ravnine
- Prepoznati osnosimetrične likove
- Prepoznati centralnosimetrične likove
- Preslikati geometrijski lik zadanim preslikavanjem ravnine
- Primijeniti preslikavanja ravnine pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

### Generičke kompetencije

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju 6. modula. Preslikavanje ravnine osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja i vještina radi ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastita napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha je ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cijelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukciju, primjenu i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.

# Pojmovnik

Izvor: CARNet-ova Dokumentacija za nadmetanje: NABAVA USLUGA IZRADE OTVORENIH DIGITALNIH OBRAZOVNIH SADRŽAJA

## *Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj (cjeloviti DOS)*

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj je obrazovni sadržaj u digitalnom obliku koji pokriva cjelokupni kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred. Jedan cjeloviti DOS obuhvaća cjelokupni godišnji fond školskih sati za kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred, prema postojećem nastavnom planu te dodatne sate za samostalno učenje i vrednovanje kod kuće.

## *Darovita djeca*

Darovita djeca su ona djeca koja posjeduju sklop osobina, visoko natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visokoga stupnja kreativnosti i motivacije koji im omogućava razvijanje izvanrednih kompetencija i dosljedno postizanje izrazito natprosječnoga postignuća i/ili uratka u jednome ili u više područja. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika*, 2016.)

## *Digitalni obrazovni materijal*

Digitalni obrazovni materijal je bilo kakav obrazovni materijal u digitalnom formatu neovisno o obliku (e-udžbenik, dio e-udžbenika, e-knjiga, cjeloviti multimedijalni materijali, obrazovna igra, digitalizirana verzija tiskanih obrazovnih materijala, on-line tečaj i dr.) i kontekstu za koji je izrađen (za primjenu u formalnom, neformalnom ili informalnom obrazovnom kontekstu).

Jedan digitalni obrazovni materijal je materijal koji sadržajno pokriva najmanje 5 nastavnih sati u potpunosti i podrazumijeva metodičko oblikovanje.

Jedan digitalni obrazovni materijal NIJE samo jedan izolirani grafički ili multimedijalni prikaz, niti prezentacija u digitalnom formatu. Nadalje, jedan digitalni obrazovni materijal NIJE tekstualni dokument (npr. word dokument) ili pdf verzija tekstualnog dokumenta koji ne podrazumijeva metodičko oblikovanje te sadržajno ne pokriva najmanje 5 nastavnih sati.

## **Digitalni obrazovni sadržaj (DOS)**

Digitalni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, električkom mediju ili je objavljen na Internetu. DOS je namijenjen prvenstveno učenicima za učenje, provjeru znanja i korištenje na nastavnom satu. Sekundarno, DOS je namijenjen i učenicima za samostalno učenje i rad kod kuće te, zajedno s pripadajućim priručnikom, nastavnicima za poučavanje.

## Interakcija

Interakcija je multimedijalni element ugrađen u sadržaj čija interaktivnost podrazumijeva pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa, akcije kao što su pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom komandom, obrazac za ispunjavanje, označavanje odgovora, unos teksta, formula ili audio zapisa, povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja, didaktična igra, simulacija s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima, mogućnost dobivanja povratnih informacija, interaktivna infografika, interaktivni video, žiroskopski prikaz, 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom i sl.

## E-pristupačnost

E-pristupačnost je nadilaženje prepreka i poteškoća na koje osobe nailaze kada pokušavaju pristupiti proizvodima i uslugama koji se zasnivaju na informacijskim i komunikacijskim tehnologijama (Europska komisija, 2005.)

## Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija) je uvažavanje različitosti i specifičnosti svakog pojedinca kroz odgoj i obrazovanje koji odgovara na različite odgojno-obrazovne potrebe sve djece i svih učenika, a temelji se na uključivanju i ravnopravnom sudjelovanju svih u odgojno-obrazovnom procesu. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje i prilagodbu iskustava učenja te vrednovanje postignuća djece i učenika s teškoćama*, 2016.)

## Jedinica DOS-a

Jedinica DOS-a obuhvaća dio, cijelu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta metodički obrađenih tako da obuhvaćaju sadržaj učenja i poučavanja predviđen za provođenje od jednog do tri školska sata. Jedinicu DOS-a čine sljedeći obavezni dijelovi: Uvod i motivacija, Razrada sadržaja učenja i poučavanja i Završetak.

## Kognitivne razine postignuća

Kognitivne razine postignuća obuhvaćaju razinu reprodukcije znanja, primjene znanja i rješavanje problema. Reprodukcija znanja kao najniža kognitivna razina postignuća obuhvaća razumijevanje gradiva (imenovanje, definiranje, ponavljanje, izvješćivanje, razmatranje, prepoznavanje, izražavanje, opisivanje). Viša kognitivna razina postignuća je primjena znanja koja podrazumijeva konceptualno razumijevanje gradiva (raspravljanje, primjena, tumačenje, prikazivanje, izvođenje, razlikovanje). Rješavanje problema je najviša kognitivna razina postignuća koja podrazumijeva sposobnost analize, sinteze i vrednovanja gradiva (uspoređivanje, razlučivanje, predlaganje, uređivanje, organiziranje, kreiranje, klasificiranje, povezivanje, prosuđivanje, izabiranje, rangiranje, procjenjivanje, vrednovanje, kombiniranje, predviđanje).

## Modul DOS-a

Jedan modul DOS-a obuhvaća smisleno povezan sadržaj učenja i poučavanja koji obuhvaća određeni broj jedinica DOS-a, koje obuhvaćaju jednu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta.

### Multimedijalni element

Multimedijalni element je zvučni zapis, fotografije, ilustracije, video zapis ili 2D i 3D animacije.

### Nastavni sadržaj

Nastavni sadržaj je konkretna građa i zadatci (aktivnosti) za usvajanje i razvijanje odgojnih i obrazovnih znanja, vještina i navika kojima se ostvaruje određeni odgojno-obrazovni ishod ili skup odgojno-obrazovnih ishoda.

### Objavljeni obrazovni sadržaj

Objavljeni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju u obrazovne svrhe objavljen u tiskanom ili digitalnom formatu uz pozitivnu stručnu recenziju ili pozitivnu evaluaciju od strane korisnika sadržaja.

### Obrazovni sadržaj

Obrazovni sadržaj je sadržaj, tiskanog ili digitalnog tipa, razvijen s primarnom namjenom korištenja u obrazovne svrhe, bilo u nastavi ili izvan nje, za formalno, neformalno ili informalno obrazovanje.

### Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja)

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja) je jasni iskaz očekivanja od učenika (što učenici znaju, mogu učiniti i koje stavove/vrijednosti imaju razvijene) na kraju nekog dijela učenja i poučavanja. Ovisno o razini na kojoj je izražen, neki odgojno-obrazovni ishod može se odnositi na razdoblje od jednog nastavnog sata, tematske cjeline, cijele godine ili ciklusa učenja i poučavanja nekog nastavnog predmeta ili međupredmetne teme. Ishodi mogu biti određeni kao znanja, vještine i/ili stavovi/vrijednosti.

### Osoba s invaliditetom

Osoba s invaliditetom je osobe koja ima dugotrajna tjelesna, mentalna, intelektualna ili osjetilna oštećenja, koja u međudjelovanju s različitim preprekama mogu sprečavati njihovo puno i učinkovito sudjelovanje u društvu na ravnopravnoj osnovi s drugima (Konvencija o pravima osoba s invaliditetom, 2006). Prema istoj konvenciji, invaliditet nije samo oštećenje koje osoba ima, nego je rezultat interakcije oštećenja osobe (koje nije samo tjelesno oštećenje kao najvidljivije) i okoline iz čega proizlazi da društvo neprilagođenošću stvara invaliditet, ali ga kroz tehničke prilagodbe prostora, osiguranje pomagala i drugih oblika podrške može i ukloniti. U kontekstu digitalnih obrazovnih sadržaja prilagodbe se odnose na primjenu principa univerzalnog dizajna i poštivanje standarda e-pristupačnosti pri izradi materijala.

## Otvoreni obrazovni sadržaj

Otvoreni obrazovni sadržaj je sadržaj slobodno dostupan za korištenje, doradu i izmjenu od trećih strana bez dodatne naknade.

## Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja / Repozitorij digitalnih nastavnih materijala

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja/Repozitorij digitalnih nastavnih materijala je repozitorij digitalnih nastavnih materijala izrađen u sklopu pilot projekta e-Škole.

## Suvremena pedagoška metoda

Suvremena pedagoška metoda je metoda koja potiče aktivan rad učenika kroz projektni i timski rad, rješavanje problema, učenje putem otkrivanja, stvaralačko učenje te poticanje kritičkog razmišljanja.

## Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama je daroviti učenik/dijete ili učenik/dijete s teškoćama u razvoju.

## Učenici/djeca s teškoćama

Učenik/dijete s teškoćama je dijete/učenik kojemu je u odgojno-obrazovnom sustavu potrebna dodatna podrška u učenju i/ili odrastanju. Prema Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi, NN 94/13. (pročišćeni tekst) učenici s teškoćama (Članak 65.) su: – učenici s teškoćama u razvoju, – učenici s teškoćama u učenju, problemima u ponašanju i emocionalnim problemima, – učenici s teškoćama uvjetovanim odgojnim, socijalnim, ekonomskim, kulturnim i jezičnim čimbenicima. U Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju (NN 24/15) navode se skupine vrsta teškoća: 1. Oštećenja vida, 2. Oštećenja sluha, 3. Oštećenja jezično-govorne-glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju, 4. Oštećenja organa i organskih sustava, 5. Intelektualne teškoće, 6. Poremećaji u ponašanju i oštećenja mentalnog zdravlja, 7. Postojanje više vrsta teškoća u psihofizičkom razvoju.