



# Matematika

*za 2. razred srednje škole*

## Modul 2: Kvadratna jednadžba

Priručnik za nastavnike

Više informacija o fondovima EU-a možete pronaći na internetskim stranicama Ministarstva regionalnoga razvoja i fondova Europske unije: [www.strukturnifondovi.hr](http://www.strukturnifondovi.hr)

Ovaj priručnik izrađen je radi podizanja digitalne kompetencije korisnika u sklopu projekta e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot-projekt), koji sufinancira Europska unija iz europskih strukturnih i investicijskih fondova. Nositelj projekta je Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET. Sadržaj publikacije isključiva je odgovornost Hrvatske akademske i istraživačke mreže – CARNET.

# Impresum

## Ključni stručnjaci:

### Autori:

Aleksandra Brmbota, Karolina Brleković, Marina Njerš, Sanja Loparić

### Urednica:

Štefica Dumančić Poljski

### Stručnjak za dizajn odgojno-obrazovnog procesa ili metodičko oblikovanje nastavnih sadržaja:

Toni Milun

### Stručnjak za dizajn i izradu digitalnih sadržaja te dizajn korisničkog sučelja:

Željka Car

## Neključni stručnjaci:

### Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje:

Jasmina Ivšac Pavliša, Maja Peretić

### Stručnjak za pristupačnost:

Vedran Podobnik

## Recenzenti:

### Recenzent za metodičko oblikovanje sadržaja:

Nikola Koceić Bilan

### Recenzent za inkluzivnu prilagodbu sadržaja:

Ana Parać Burčul

## Izdanje:

1. izdanje

## Lektorica:

Ivan Kojundžić

## Priprema i prijelom:

Algebra d.o.o.

## Podizvoditelj:

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu

## Naručitelj i nakladnik:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža CARNET

## Mjesto izdanja:

Zagreb

## Više informacija:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET

Josipa Marohnića 5, 10000 Zagreb

tel.: +385 1 6661 500

www.carnet.hr



Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom  
[Creative Commons Imenovanje -Nekomercijalno-Dijeli 3.0 Hrvatska.](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/hr/)

# Sadržaj

<b>Impresum .....</b>	<b>3</b>
<b>Uvodni dio priručnika .....</b>	<b>7</b>
Kako koristiti priručnik .....	7
Što je DOS? .....	19
Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS .....	25
Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a .....	26
Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima .....	28
Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS .....	30
Suvremene nastavne metode i DOS .....	32
Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama .....	33
<b>Modul 2:Kvadratna jednadžba .....</b>	<b>35</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	35
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a .....	36
Digitalni alati i dodatni sadržaji .....	36
<b>2.1. Kvadratna jednadžba .....</b>	<b>41</b>
Ciljevi i zadaće .....	41
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	41
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	43
<b>2.2. Posebni oblici kvadratne jednadžbe .....</b>	<b>45</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	45
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	46
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	47
<b>2.3. Rješavanje kvadratne jednadžbe .....</b>	<b>49</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	49
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	50
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	52
<b>2.4. Diskriminanta kvadratne jednadžbe .....</b>	<b>54</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	54

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	55
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	57
<b>2.5. Viéeteove formule .....</b>	<b>59</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	59
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	60
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	61
<b>2.6. Faktorizacija kvadratnog trinoma .....</b>	<b>63</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	63
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	64
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	65
<b>2.7. Sustavi kvadratne i linearne jednadžbe.....</b>	<b>67</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	67
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	68
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	69
<b>2.8. Bikvadratne jednadžbe .....</b>	<b>71</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	71
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	72
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	73
<b>2.9. Primjena kvadratnih jednadžbi.....</b>	<b>75</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	75
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	76
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	77
<b>Aktivnosti za samostalno učenje .....</b>	<b>79</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	79
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	80
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	81
<b>Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.....</b>	<b>83</b>

Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	83
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	84
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	84
<b>Pojmovnik.....</b>	<b>85</b>

# Uvodni dio priručnika

## Kako koristiti priručnik

Priručnik za primjenu DOS-a je prateći materijal uz digitalne obrazovne sadržaje (DOS) iz matematike za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred opće gimnazije (Matematika 7, Matematika 8, Matematika 1 i Matematika 2).

Sastoji se od dva bitno različita dijela: općeg dijela i dijela namijenjenog određenom razredu.

**Prvi dio priručnika** (prvih 7 poglavlja) priručnika daje uvod o digitalnim obrazovnim sadržajima i njihovoj ulozi u suvremenim metodama poučavanja. Ovaj dio je identičan za sve razrede.

**Drugi dio priručnika** daje preporuke nastavnicima za korištenje konkretnih jedinica DOS-a i multimedijalnih elemenata u odgojno-obrazovnom procesu, navodi dodatne digitalne alate i sadržaje koji će doprinijeti ostvarivanju odgojno-obrazovnih ishoda te daje smjernice i sadržaje za rad s učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (inkluzija).

Priručnik je dostupan u tri formata: PDF, ePub (format za elektroničke knjige, može se preuzeti i čitati na računalima i mobilnim uređajima) i OneNote (Microsoft OneNote 2016, digitalna bilježnica koja omogućuje na jednom mjestu održavanje bilješki i informacija s dodatnim prednostima; mogućnosti naprednog pretraživanja i umetanja multimedije).

U prvom poglavlju, koje je upravo pred Vama, navedene su upute kako koristiti priručnik na primjeru OneNote inačice.

## OneNote inačica priručnika

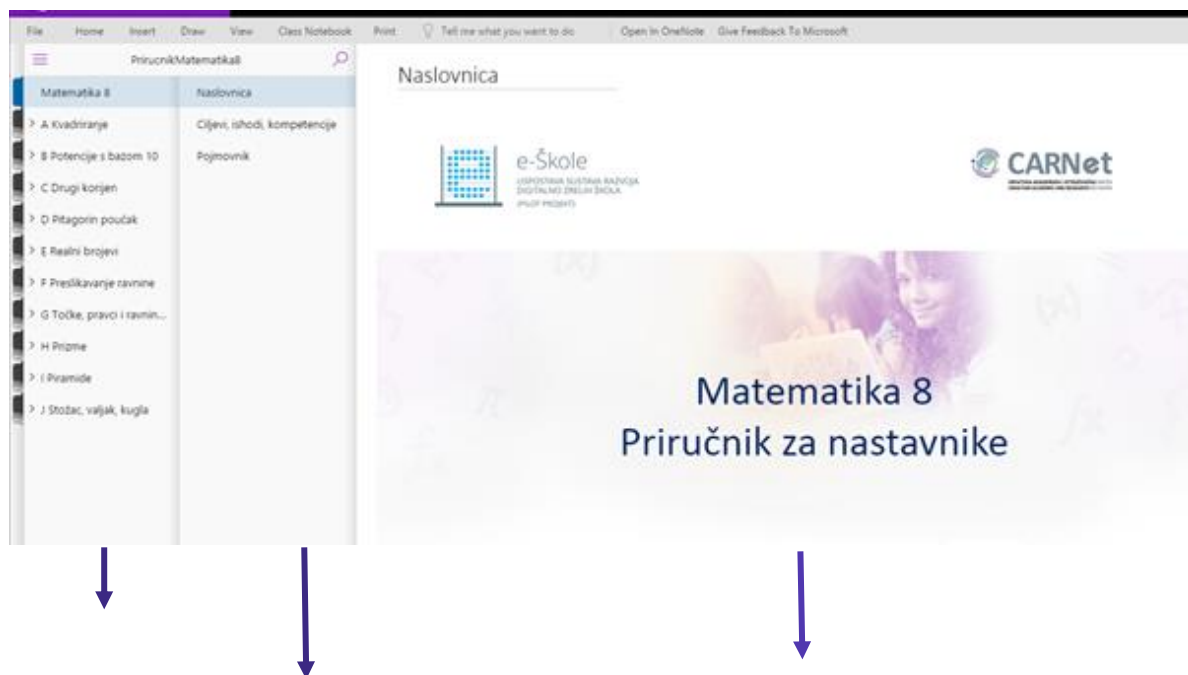
Osnovne značajke OneNote-a su:

- automatsko spremanje
- mogućnost pisanja na proizvoljnom mjestu svake stranice
- mogućnost ubacivanja svih vrsta sadržaja, dokumenata i poveznica
- mogućnost reorganiziranja i ponovnog korištenja stranica i odjeljaka
- pripadni moćni alati za označavanje i pretraživanje
- mogućnost spremanja poveznice na originalne sadržaje prilikom kopiranja
- brzo i pregledno kretanje kroz pojedine dijelove dokumenta.

OneNote inačica priručnika sadrži sve što i pdf inačica te dodatne stranice „Pomoćni interaktivni sadržaji“ na kojima su interaktivni i multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote. Tako pripremljene sadržaje učitelji i nastavnici mogu lako koristiti za nastavu te prema potrebi mijenjati i prilagoditi svojim potrebama.

U OneNote priručniku sadržaji su grupirani u odjeljke, sekcije i stranice unutar sekcija. Početni odjeljci sadrže poglavlja prvog, općeg dijela priručnika. Slijede odjeljci koji se odnose na konkretan DOS. Svaki DOS podijeljen je na module, a moduli na jedinice, što je detaljno opisano u sljedećem poglavlju.

Sadržaji koji se odnose na module konkretnog DOS-a nalaze se na stranicama odjeljka s naslovom modula, a sadržaji na razini jedinice se nalaze na stranicama sekcija s naslovima jedinica. Moduli su označeni slovima A, B, C, ..., a jedinice brojevima 1.1, 1.2 itd.



Odjeljci i sekcije

Stranice

Sadržaj stranice

Uvodni odjeljak (na slikama to je prvi odjeljak Matematika 8) ima stranice:

- **Naslovnica**
- **Ciljevi, ishodi, kompetencije**
  - Ovdje su navedeni ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini cjelovitog DOS-a prema kojima je izrađen DOS.
- **Pojmovnik**
  - U priručniku se nalazi pojmovnik ključnih pojmova prenesen iz konkretnog DOS-a.



The screenshot shows a digital textbook page for 'Matematika 8'. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is titled 'Ciljevi, ishodi, kompetencije' and lists objectives, educational outcomes, and generic competencies for the subject.

**Ciljevi, ishodi, kompetencije**

**Matematika 8**

**Ciljevi i zadaće**

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
  - Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
  - Rješavanje problemskih situacija
  - Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
  - Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
  - Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
  - Osjećivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu

**Odgojno-obrazovni ishodi**

- Primijeniti kvadriranje i korjenovanje pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primijeniti potenciranje s bazom 10 pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primijeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primijeniti realne brojeve pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnom životu
  - Primijeniti preslikavanja ravnine
  - Prepoznati prostorne oblike u jednostavnim situacijama izvan matematičkog konteksta koristeći se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
  - Koristiti se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
  - Riješiti problem iz matematike i svakodnevnog konteksta koristeći se mjernim obilježjima geometrijskih tijela

**Generičke kompetencije**

- Rješavanje problema
  - Donošenje odluka
  - Metakognicija
  - Suradnja
  - Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
  - Aktivno građanstvo

Slijede odjeljci koje obrađuju pojedine module (označeni slovima A, B, C ...). Svaki modul ima uvodnu sekciju (1.0. u modulu A, 2.0. u modulu B ...) i sekcije po jedinicama (1.1., 1.2. ... u modulu A; 2.1., 2.2. .... u modulu B itd.)

Uvodna sekcija svakog modula sadrži sljedeće stranice (na ilustracijama koje slijede to je modul A *Kvadriranje*):

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini modula.

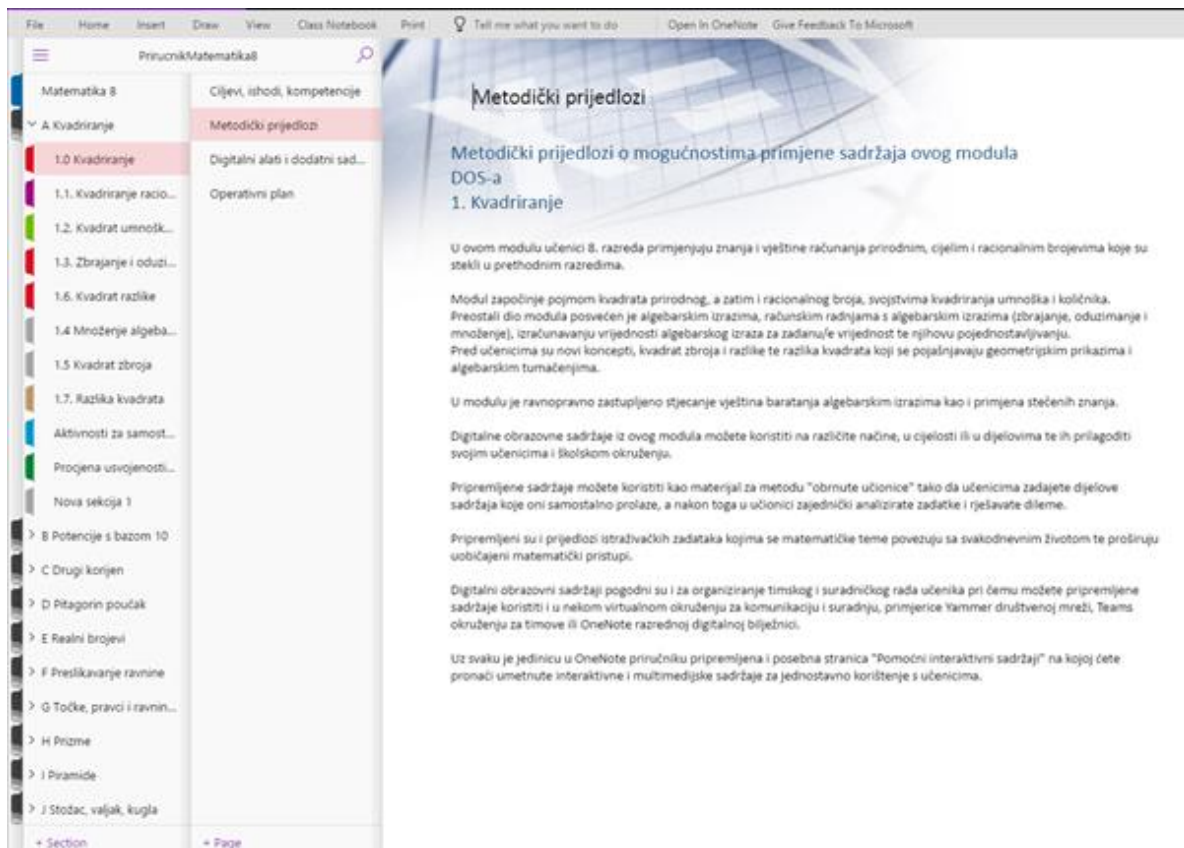
The screenshot shows a digital textbook page in Microsoft OneNote. The page is titled "Ciljevi, ishodi, kompetencije" and is part of the "DOS Matematika 8" module. The main heading is "1. Kvadriranje". The content is organized into several sections:

- Ciljevi i zadaće**
  - Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
  - Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
  - Rješavanje problemskih situacija
  - Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
  - Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
  - Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanje te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
  - Osvježavanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.
- Odgovno-obrazovni ishodi**
  - Kvadrirati racionalni broj
  - Procijeniti vrijednost kvadrata
  - Napisati umnožak kvadrata kao kvadrat umnoška te količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto
  - Kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva
  - Prepoznati u algebarskim izrazima kvadrat zbroja i kvadrat razlike
  - Rastaviti razliku kvadrata na faktore
  - Primijeniti kvadriranje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života
- Generičke kompetencije**
  - Razvoj digitalnih kompetencija
  - Učiti kako učiti
  - Razvoj sposobnosti rješavanja problema
  - Razvoj kritičkog mišljenja
  - Razvoj kreativnosti
  - Komunikacija i suradnja

## Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula. To je sažetak metodičkih prijedloga za korištenje jedinica ovog modula, odnosno preporuke koje su primjenjive na sve jedinice.

Neki metodički prijedlozi i preporuke identični su u više modula, no ta ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se isti u još nekom drugom modulu.



## Digitalni alati i dodatni sadržaji

Informacije na ovoj stranici podijeljene su u tri grupe.

### Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

- Navedeni su digitalni alati koji su preporučeni u priručniku za korištenje u ovom modulu, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute.
- Većina preporučenih digitalnih alata spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

### Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

- Navedene su poveznice na sve sadržaje predložene u jedinicama modula kao pomoć u izvođenju nastave. Tako ih nastavnici mogu naći na jednom mjestu.

### Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnike

- Ovdje su predloženi izvori na kojima nastavnici sami mogu pronaći i odabrati sadržaje koji im mogu pomoći u izvođenju nastave. To su interaktivni sadržaji (animacije, simulacije...), video materijali, izvori na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te također stručni članci vezani uz područje matematike koje obrađuje modul.
- Veliki broj navedenih izvora spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul

sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

The screenshot shows a digital textbook interface. On the left, a sidebar lists the table of contents for 'Priručnik Matematika 8'. Section A, 'Kvadriranje', is expanded to show sub-sections 1.0 through 1.7. The main content area displays 'Digitalni alati i dodatni sadržaji' for 'DOS Matematika 8' and '1. Kvadriranje'. It lists various digital tools and resources like GeoGebra, LearningApps, Polynomials Calculator, Kahoot, and Sway, each with a brief description and a link to more information.

## Operativni plan

To je popis jedinica unutar modula s predviđenim brojem sati za njihovu obradu.

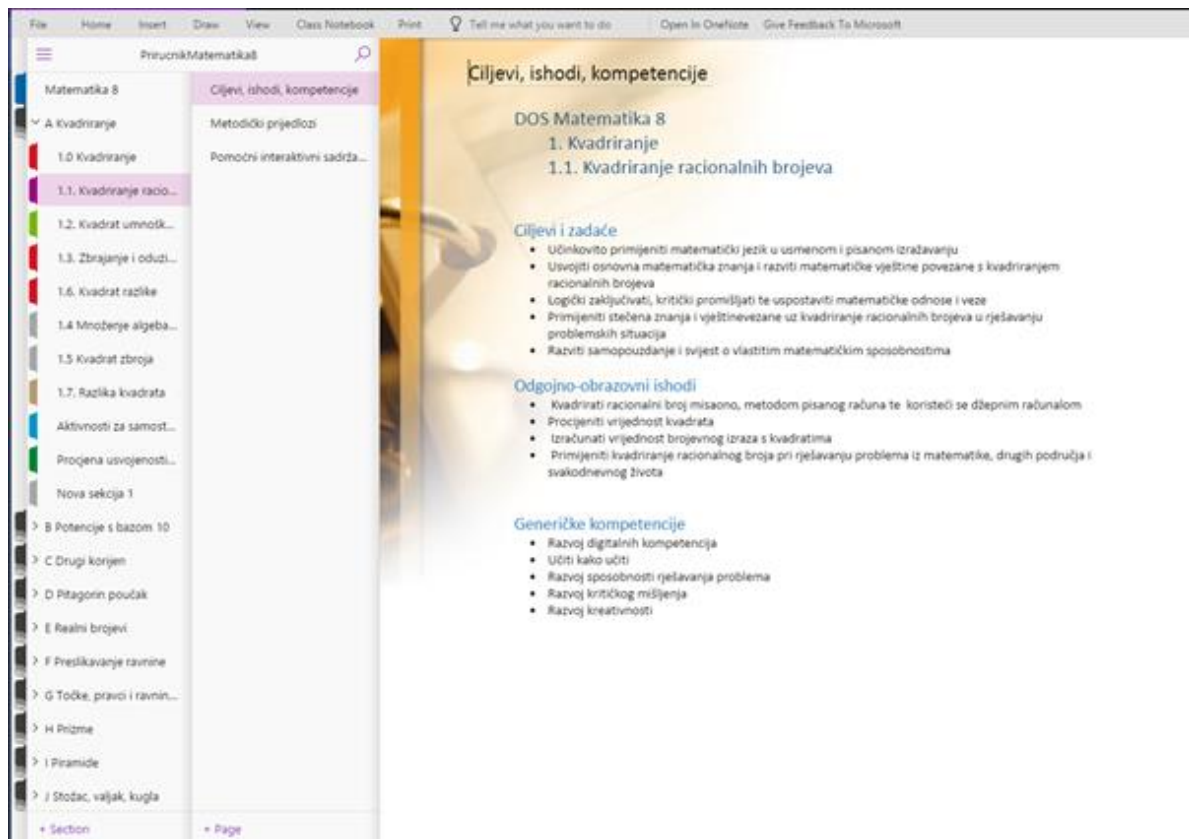
The screenshot shows a OneNote interface with a sidebar on the left containing a table of contents for 'Priručnik Matematika 8'. The main content area displays the 'Operativni plan' for 'DOS Matematika 8', specifically for '1. Kvadriranje'. Below the title is a table with the following data:

Modul	Jedinica DOS-a	Broj sati
1.	Kvadriranje	16 + 1
	1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva	3
	1.2. Kvadriranje umnoška i količnika	2
	1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	2
	1.4. Množenje algebarskih izraza	2
	1.5. Kvadrat zbroja	2
	1.6. Kvadrat razlike	2
	1.7. Razlika kvadrata	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

Sekcije uz svaku jedinicu modula (na ilustracijama to je jedinica *1.1 Kvadriranje racionalnih brojeva*) sadrže sljedeće stranice:

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije za konkretnu jedinicu. Prema njima je izrađen sadržaj jedinice.



## Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja konkretne jedinice. Oni nisu pripreme za nastavni sat već prijedlozi nastavniku koje dijelove sadržaja može i na koji način koristiti u nastavi.

## Pomoćni interaktivni sadržaji

Ovdje su interaktivni, multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote.

Sekcija "Metodički prijedlozi" podijeljena je na dva dijela:

### (a) *Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice*

Započinje s općim uputama vezanim uz različite svrhe primjene jedinice (npr. obrada, ponavljanje ...), odnos prema ostalim jedinicama modula i eventualnu vezu s drugim modulima. Navedena je i preporuka koji se oblici učenja i poučavanja mogu primijeniti pri korištenju sadržaja jedinice.

Slijede prijedlozi primjene sadržaja jedinice:

- Uvod i motivacija
- Razrada sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak.



Ova podjela prati strukturu korištenu u DOS-u i tim redosljedom izdvojeni su dijelovi sadržaja koje je pogodno koristiti u nastavi. Redosljed nije sugestija organizacije nastavnog sata. Cjelovito osmišljavanje i priprema izvođenja nastave prepušteni su nastavniku, kao i izbor mjesta na kojima će uklopiti sadržaje jedinice DOS-a.

- Dodatni prijedlozi

Ovdje su navedeni dodatni prijedlozi koji mogu pomoći nastavniku u ostvarenju odgojno-obrazovnih ishoda predviđenih u jedinici. To su poveznice na digitalne sadržaje, ukazivanje na neka alternativna metodička rješenja i sl.

**(b) *Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe***

- Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Svaka jedinica sadrži dijelove koji po složenosti ili sadržaju izlaze izvan okvira programa. Oni su na ovom mjestu u priručniku istaknuti, kao i prijedlozi nastavniku kako organizirati njihovo izvođenje i prezentaciju rezultata. Ponekad su u priručniku navedeni i prijedlozi zadataka/aktivnosti koji se ne nalaze u jedinici.

Aktivnosti za učenike koji žele znati više i za darovite učenike birane su kao projektni zadaci ili dodatne teme za samostalno istraživanje. Mogu se provoditi samostalno ili u manjim skupinama.

- Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje razradili su prijedloge i smjernice nastavnicima za svaku jedinicu.

The image shows a digital textbook interface with a table of contents on the left and a lesson page on the right. The table of contents lists various topics under 'A Kvadriranje', including '1.0 Kvadriranje', '1.1. Kvadriranje racion...', '1.2. Kvadrat umnošk...', '1.3. Zbrajanje i oduzi...', '1.6. Kvadrat razlike', '1.4. Množenje algeba...', '1.5. Kvadrat zbroja', '1.7. Razlika kvadrata', 'Aktivnosti za samost...', 'Procjena uvjerenosti...', 'Nova sekcija 1', 'B Potencije s bazom 10', 'C Drugi korijen', 'D Pitagorin poučak', 'E Realni brojevi', 'F Preslikavanje ravnine', 'G Točke, pravci i ravnin...', 'H Prizme', 'I Piramide', and 'J Stožac, valjak, kugla'. The lesson page is titled 'Metodički prijedlozi' and contains the following text:

## Metodički prijedlozi

### Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

#### 1. Kvadriranje

##### 1.1. Kvadriranje racionálnih brojeva

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cjelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

#### Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabran koncept površine kvadrata s duljinama stranica koje su prirodni brojevi.

#### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

##### Kvadrat prirodnog broja

Motivacijski je primjer poslužio za uvođenje pojma **kvadrata prirodnog broja**. Nakon toga je i definiran kvadrat nule. Kvadrat nule može se objasniti kao kvadrat kojemu je stranica duljine nula pa je i površina takva kvadrata jednaka nuli.

U nekoliko uvodnih primjera istaknute su važne činjenice o kvadratu prirodnog broja:

- Kvadrat je prirodnog broja prirodni broj.
- Od dva prirodna broja veći kvadrat ima onaj koji je veći.
- Postupak je kvadriranja broja različit od postupka množenja broja s dva.

##### Kvadrat racionalnog broja

**Interaktivnim predloškom** učenik **istražuje** postojanje kvadrata racionalnih brojeva. To čini postupno: prirodni brojevi s nulom, negativni cijeli brojevi, racionalni brojevi decimalnog zapisa, racionalni brojevi zapisa u obliku pravog razlomka.

Važni su naglasci u ovojme dijelu na sljedećem:

- zapis kvadrata racionalnog broja - upotreba zagrada za kvadriranje negativnih brojeva i razlomaka
- definicija kvadrata racionalnog broja
- kvadrat racionalnog broja veći ili jednak nuli
- jednakost kvadrata suprotnih racionalnih brojeva.

##### Važnost zagrada i upotreba zagrada

Istaknuta je i važnost **upotrebe zagrada** te njihov utjecaj na rezultat. Učenik to može provjeriti zadatcima u kojima su zadani razni položaji zagrada u odnosu na kvadriranje. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, a tek potom odgovoriti. Dva su tipa zadataka: točno/netočno i uparivanje.

#### Dilepno računalo

Kako bi se učenici znali služiti **dilepnim računalom** pri izračunavanju ili provjeri izračuna, ponuđena je 2D animacija koja im to pokazuje. Kvadrirati mogu na dva načina, množenjem broja sa samim sobom ili korištenjem tipke  $x^2$ .

#### Procjena izmisa kvadrata racionalnog broja

**Istraživanjem** niza zadanih kvadrata pozitivnih racionalnih brojeva uočeno je ponašanje kvadrata brojeva većih od jednog cijelog i onih između nula i jedan.

Za pozitivne racionalne brojeve veće od jednog cijelog, zadan je problem iz svakodnevice – Teph s dječju sobu.

Jedan je od važnih koraka prihvatanja koncepta kvadrata racionalnog broja sposobnost smislene **procjene kvadrata racionalnog broja**. Procjena je uvedena primjerom **Pinkalidite**. Rješavanjem primjera pokazuje se postupak provođenja misaone ili računске procjene. Procjena, pomoću najbolje ponuđene, učenik može vježbati nizom zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom.

#### Kvadrat mješovitog broja

Poseban je primjer zadan za određivanje **kvadrata mješovitog broja** uz određivanje približne vrijednosti.

#### Istraživanje kvadrata prirodnih brojeva

Kako bi se **otkrio** je li neki prirodni broj kvadrat, treba koristiti postupak rastavljanja na proste faktore.

Dana su dva tipa zadataka: višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i točno/netočno. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek potom odgovoriti.

Važno je, također, snalažljivo ili **misaono određivanje** kvadrata nekih racionalnih brojeva pomicanjem decimalnog zarezka. Za uvježbavanje misaonog računanja nekih racionalnih brojeva, ponuđena su četiri zadatka.

#### Preračunavanje mjernih jedinica za površinu

Od ključne je važnosti **povezati** kvadriranje racionalnih brojeva te misaono/snalažljivo računanje s preračunavanjem kvadratnih mjernih jedinica. Trina je primjerima uz slikovnu podršku predstavljeno kako preračunavati kvadratne mjerna jedinice:

- o iz veće kvadratne mjerne jedinice u manju
- o iz manje kvadratne mjerne jedinice u veću.

U nivu zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom učenici mogu vježbati preračunavanje.

#### Redoslijed računskih operacija

Kako je kvadriranje računski radnja trećeg stupnja, potrebno je opisati **redoslijed računskih operacija** u zadatcima u kojima se pojavljuje kvadriranje, množenje/djeljenje i zbrajanje/oduzimanje racionalnih brojeva.

Za uvježbavanje izračuna izraza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva osmišljena je zabavna aplikacija na poveznici **kvadrat broja**. Kad učenik točno rješava zadatke, otvara se sličica. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti.

Osim te aplikacije, zadana su još dva zadatka uparivanja za izračunavanje računskih izraza s kvadratima.

#### Primjena

Dva primjera, od kojih jedan koristi 2D animaciju za objašnjenje postupka rješavanja, uvode učenika u niz zadataka **primjene naučenog** za rješavanje problemskih situacija iz matematike ili svakodnevice.

Ponuđeni su i posebno označeni zadatci **korrelacije**, koji u sebi sadrže i ishod primjene **postotnog računa**.

#### Zanimljivost

Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost** vezana za šahovska polja i promjer postolja šahovske figure pještaka. Ta je zanimljivost iskorištena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao **projektni i nagradni** zadatak za učenika.



The image shows two screenshots of a OneNote application window. The top screenshot displays a page titled 'PriručnikMatematika2' with a sidebar on the left showing a table of contents for 'Matematika 8'. The main content area includes sections for 'Zanimljivost', 'Završetak', and 'Dodatni prijedlozi'. The bottom screenshot shows the same page with a large text box containing detailed 'Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima'. This text provides specific advice for teachers on how to adapt lessons for students with different learning styles and abilities, including suggestions for using technology and group work.

Interaktivni sadržaji koji su umetnuti u OneNote navedeni su kao poveznice u popisu "Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS".

File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open in OneNote Give Feedback To Microsoft

PriručnikMatematika8

Matematika 8  
A Kvadriranje  
1.0 Kvadriranje  
1.1. Kvadriranje racio...  
1.2. Kvadrat umnoži...  
1.3. Zbrajanje i oduzi...  
1.6. Kvadrat razlike  
1.4 Množenje algeba...  
1.5 Kvadrat zbroja  
1.7. Razlika kvadrata  
Aktivnosti za samost...  
Procjena usvojenosti...  
Nova sekcija 1  
B Potencije s bazom 10  
C Drugi korijen  
D Pitagorin poučak  
E Realni brojevi  
F Preslikavanje ravine  
G Točke, pravi i ravin...  
H Prizme  
I Piramide  
J Stožac, valjak, kugla

Ciljevi, ishodi, kompetencje  
Metodički prijedlog  
Pomoćni interaktivni sadržaji

### Pomoćni interaktivni sadržaji

Tuesday, May 23, 2017 10:35 PM

#### DOS Matematika 8

##### 1. Kvadriranje

##### 1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Geogebra:  
Za usjetbavanje izračuna craza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva.

[Kvadrat broja](#)

U kućicu ispred zadatka upišite slovo kvadratića koji sadrži točan odgovor.

A	B	C
10	-20	1
D	E	F
54	20	2
G	H	I
-30	-49	0

odabir zadatka

- $1\frac{1}{4} - 0.5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 0.5^3$
- $\frac{-5}{100} (20)^2$
- $-0.25 + (-1.5)^2$
- $150 \cdot (0.4)^2$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1$
- $10.5^2 - 9.5^2$
- $14.4 \cdot (-1.2)^2$
- $[-(-3.5)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2] \cdot 1.2$
- $\frac{16}{25} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$

Opisani sadržaji identični su onima koji se nalaze u pdf inačici priručnika, razlika je djelomično u njihovom rasporedu.

Ukoliko vam treba pomoć u snalaženju s OneNoteom možete pročitati i ove kratke upute.



Hrvatski-ONENOTE  
2016 WIN QUICK START

---

## Što je DOS?

---

### Što je DOS?

Pojam "digitalni obrazovni sadržaj" (DOS) je naziv za sadržaj namijenjen korištenju u obrazovanju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni u sklopu pilot projekta e-Škole namijenjeni su učenicima za samostalno učenje i samoprocijenu kod kuće i na nastavnom satu. Nastavnik će koristiti DOS zajedno s priručnikom kako bi obogatio svoj način poučavanja i primjenom novih strategija i metoda učeniku omogućio aktivno učenje.

Cilj DOS-a je poticati kod učenika aktivno učenje na inovativan, učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Nastavniku pak DOS omogućava ostvarivanje definiranih odgojno-obrazovnih ishoda uz primjenu razolikih strategija, pristupa i metoda poučavanja.

U DOS-u su korištene sve prednosti digitalnih tehnologija poput interaktivnosti, nelinearnosti, multimedijalnosti, modularnosti i prilagodljivosti.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

### Struktura DOS-a

Digitalni obrazovni sadržaji iz matematike pokrivaju cjelokupni opseg trenutačno važećeg kurikuluma/nastavnog programa određenog razreda i obuhvaća ukupni godišnji fond školskih sati predviđenih za matematiku.

Svaki DOS je podijeljen na jedinstvene samostalne cjeline – module (po deset u svakom razredu). Moduli koji čine cjeloviti DOS realizirani su kao zasebni paketi sadržaja koje je, osim kao dio cjelovitog DOS-a, moguće koristiti neovisno o drugim modulima istog DOS-a.

Svaki modul se sastoji od nekoliko jedinica, a svaka jedinica obuhvaća sadržaj učenja i poučavanja za čije provođenje je predviđeno jedan do tri školska sata. Jedinice su međusobno povezane i nadovezuju se jedna na drugu. Odabrani redoslijed jedinica je prijedlog autora, no ponekad su moguća i drugačija rješenja.

### Jedinice kao dio modula

Svaka jedinica ima sljedeće dijelove:

- uvod i motivaciju: Na početku...
- razradu sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak: ...i na kraju.

Na početku su navedeni odgojno-obrazovni ishodi za tu jedinicu DOS-a.

### ŠTO ĆU NAUČITI?

Matematika 1 > Brojevi > 1.1. Skupovi

1.1. Skupovi

Europska unija  
Zajedno do boljšeg EU

ŠTO ĆU NAUČITI?

- ✓ Definirati osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Provesti osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Rabiti matematički jezik vezan za skupove
- ✓ Riješiti jednostavnije problemske zadatke sa skupovima

## Uvod i motivacija

### Na početku...

Jedinice započinju motivacijskim primjerom.

Na početku...

Obujam jedne Kuće-kocke u Rotterdamu je  $422 \text{ m}^3$ . Kolika je duljina plošne dijagonale?



Kubuswoningen, Rotterdam

Označimo duljinu stranice kocke s  $a$ . Obujam kocke je  $V = a^3$ .

Plošna dijagonala je  $d = a\sqrt{2} = \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{2}$ .

Možemo li ovaj izraz srediti, svesti na jedan korijen?

Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

## Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada sadržaja učenja i poučavanja načinjena je sukladno načelima konstruktivističke nastave matematike u kojem se od učenika očekuje da uočavaju, istražuju, proučavaju, opažaju, povezuju i zaključuju kako bi izgradili vlastito matematičko znanje.

Pri tome se koriste multimedijски elementi:

- ilustracije/fotografije
- 2D i 3D animacije
- video zapisi
- interakcije (elementi koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem).

## Primjer 1.

Primjeri sadrže pitanja ili računске zadatke koji su detaljno pojašnjeni i riješeni.



### Zadatak 1.

#### Rješenje

Zadaci su dani u obliku interakcija u kojima učenik dobiva povratnu informaciju o točnosti rješenja ili se rezultat i dijelovi postupka dobivaju pomoću tipke Rješenje.



### Praktična vježba

U jedinicama se nalaze opisi praktičnog rada učenika. Često su popraćeni crtežima, animacijama ili video zapisom.



### Povezani sadržaji

Korelacije s drugim predmetima posebno su istaknute kao bi učenicima skrenuli pažnju na njih i potaknuli ih da povezuju znanja usvojena u pojedinim predmetima. Možete ih koristiti kao ideju za međupredmetne teme pogodne za učeničke projekte.



### Projekt


Projekti i projektni zadaci su ponuđeni kao drugačiji pristup učenju. Kroz njih učenik kroz različite oblike rada uči i primjenjuje naučeno kako bi realizirao i ostvario ciljeve projekta. U radu na projektu i projektnim zadacima moguće je osmisлити zadatke za različite razine učeničkog znanja tako da u njima mogu sudjelovati svi učenici.

U priručniku su navedeni prijedlozi i preporuke kako organizirati rad na projektu i koje upute dati učenicima.



### Kutak za znatiželjne

U "Kutku za znatiželjne" nalaze se obogaćeni sadržaji koji su izvan okvira obaveznog programa/kurikuluma. Prvenstveno su namijenjeni darovitim učenicima. Sadržaji se obogaćuju tako da se ishodi iz obaveznog kurikuluma proširuju sadržajima koji se inače rijetko dotiču pa se uči šire ili se postojeći ishodi dopunjavaju složenijima pa se uči dublje. Neki od sadržaja predstavljaju akceleraciju jer se nalaze u obaveznom kurikulumu viših razreda.



## Zanimljivost

Ruski se matematičar Nikolai Grigorievich Chebotaryov (1894. – 1947.) bavio algebrom polinoma. Hobi mu je bio faktorizacija izraza  $x^n - 1$  za razne vrijednosti cijeloga broja  $n$ . Svoja je razmišljanja i rezultate bilježio na papir jer u vrijeme kada je živio, nije bilo računala koja nam danas olakšavaju račun.

Jedinice sadrže niz zanimljivosti. Možete ih koristiti kao motivaciju u bilo kojem dijelu nastavnog sata.

## Završetak

### ...i na kraju

Na kraju svake jedinice nalazi se podsjetnik na najvažnije dijelove jedinice, zadatci za ponavljanje, prijedlozi za daljnje istraživanje, ideje za suradničko učenje, igre ili prijedlozi za projekte.

Matematika 1 > Koordinatni sustav u ravni > 5.5. Primjena koord. natnog sustava

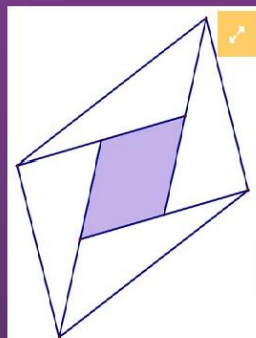
### ...i na kraju

Riješite ovaj geometrijski zadatak s pomoću analitičke geometrije.

Stranice romba produžite kao na skici za dužinu stranice romba. Spojite dobivene vrhove. Koliko je puta površina dobivenog četverokuta veća od površine romba?

Za početak ćemo zadati vrhove romba  $A(2, 1)$ ,  $B(7, 3)$ ,  $C(9, 8)$  i  $D(4, 6)$ .

Pokušajte popočiti zaključak.



Rješenje

PROCIJENITE SVOJE ZNANJE



Rubrika *Procijenite svoje znanje* nalazi se na kraju odabranih jedinica. Sastoji se od niza konceptualnih pitanja i zadataka za učenje, vježbanje i samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Zadaci su oblikovani na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno;
- višestruki odabir s jednim točnim odgovorom;
- višestruki odabir s više točnih odgovora;
- unos točnog odgovora;
- uparivanje odgovora;
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, markera, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola);
- grupiranje elemenata;
- uređivanje poretka elemenata;
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora;
- umetanje riječi koje nedostaju upisom;
- unos rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Rubrika *Procijenite svoje znanje* namijenjena je učeniku za samostalni rad te mu služi kao alat za samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na razini jedne odnosno nekoliko jedinica. Učenik dobiva povratnu informaciju o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

### Aktivnosti za samostalno učenje

Matematika 1 > Brojevi > 1. Aktivnosti za samostalno učenje

## 1. Aktivnosti za samostalno učenje

U posebnoj jedinici *Aktivnosti za samostalno učenje* nalaze se aktivnosti namijenjene učenicima za samostalan rad koje pomažu u učenju i usvajanju odgojno-obrazovnih ishoda modula te aktivnosti koje učenicima nude da dodatno istraže teme vezane uz modul. Sadržavaju nekoliko vrsta zadataka, često s primjerima iz svakodnevnog života, u kojima su stopljena znanja i vještine usvojene u pojedinim jedinicama modula. Zadaci su različite razine složenosti te su neki namijenjeni svim učenicima, a neki učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima.

Jedinicom *Aktivnosti za samostalno učenje* možete se koristiti u cijelosti na nastavnom satu na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog ovim modulom ili u dijelovima koji dopunjavaju pojedine jedinice.

### Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Matematika 1 > Linearna funkcija > Procjena znanja

## Procjena znanja

Posebna jedinica *Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda* sadržava zadatke za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula i učenike uputite na nju na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog modulom.



Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula. Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

## Pojmovnik

U svim jedinicama DOS-a pojmovi koje se željelo istaknuti pisani su podebljanim slovima.

Najvažniji pojmovi navedeni su i u Pojmovniku. Klik na pojam vodi na početak jedinice u kojoj je definiran.



---

## Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS

---

Nastava je organizirana, cilju usmjerena odgojno-obrazovna djelatnost. Odnos triju čimbenika nastave: učenika, nastavnika i nastavnih sadržaja opisuje didaktički trokut. Pritom su učenik i nastavnik subjekti nastavnog procesa, a nastavni sadržaji (sadržaji učenja) su predmet nastave. Naglašavanje važnosti pojedinog čimbenika nastave označavaju sintagme kao nastava orijentirana na učenika, nastavnika ili nastavne sadržaje.

DOS kao nastavni sadržaj namijenjen je prvenstveno učeniku s ciljem poticanja aktivnog učenja na učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Stoga je u didaktičkom trokutu učenik - nastavnik - DOS naglašena važnost učenika i međudjelovanje učenika i nastavnog sadržaja (u našem slučaju DOS-a). Uloga nastavnika kao nužnog subjekta nastavnog procesa u ovom trokutu i njegovo međudjelovanje s učenikom i DOS-om još pojačavaju orijentiranost nastave na učenika.

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima, prikladan je za korištenje na nizu različitih platformi od mobilnih uređaja do stolnih računala, uključuje primjenu multimedijских elemenata, omogućava različite pristupe učenju i poučavanju. Mogućnost samoprocjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda i praćenje vlastitog napretka daje učeniku smjernice za daljnje učenje odnosno vraća ga na jedinice DOS-a čiji ishodi nisu u potpunosti usvojeni.

DOS slijedi suvremena nastavna načela:

- poticanje cjelovitog razvoja i dobrobiti učenika;
- povezanost sa životnim iskustvima, očekivanjima i usvojenim znanjima učenika;
- aktivna uloga učenika u učenju;
- izbornost i individualizacija;
- usmjerenost prema suradnji;
- osiguravanje poticajnog i sigurnog okruženja;
- relevantnost za sadašnji život;
- zanimljivost kao osnova pozitivne motivacije;
- poticanje inkluzije i uvažavanje različitosti;
- vertikalna povezanost sa sadržajima koji prethode i koji se nastavljaju te horizontalna povezanost s ostalim predmetima, međupredmetnim temama i modulima;
- odgovarajući omjer širine i dubine znanja i vještina.

Time DOS proširuje okvire didaktičkog trokuta i njegovom implementacijom nastavni proces postaje didaktički mnogokut.

Učenici uče u okruženju koje omogućuje konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te aktivnom i iskustvenom učenju usmjerenom prema pitanjima i istraživanju.

## Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a

Današnji učenici, bitno više od prijašnjih generacija, odrastaju okruženi multimedijama, izloženi brzom protoku i dostupnosti informacija. Nove tehnologije sastavni su dio svakodnevnog života i nužno imaju utjecaj i na nastavni proces, kao što je već navedeno u prethodnom poglavlju.

Multimedijским elementima omogućuje se prezentacija obrazovnih sadržaja kombinacijom slike, zvuka i teksta te uključivanje interaktivnih elemenata koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem. Sve to doprinosi privlačenju pozornosti učenika, zainteresiranosti i motivaciji te razumijevanju sadržaja i primjeni stečenih znanja u novim situacijama.

### Multimedijски i interaktivni elementi DOS-a

Multimedijски elementi DOS-a uključuju:

- zvučni zapis
- fotografije/ilustracije
- video zapis
- 2D i 3D animacije.

Ovo su elementi niske razine interaktivnosti, pri čemu interaktivnost uključuje pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa.

- Interaktivni elementi srednje razine interaktivnosti uključuju:
- pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom aktivnošću
- obrazac za ispunjavanje
- označavanje odgovora
- unos teksta, formula ili audio zapisa
- povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja (engl. zoom in) i sl.

Nalaze se u standardnim zadacima za učenje, ponavljanje i samoprovjeru odgojno-obrazovnih ishoda kao što su npr. da/ne pitalice, višestruki odgovori, povlačenje na sliku, uparivanje, grupiranje elemenata itd.

- Elementi visoke razine interaktivnosti uključuju:
- didaktične igre
- simulacije s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima
- mogućnost dobivanja povratnih informacija
- 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom, i sl.

Značajna uloga multimedijских elemenata u DOS-u je upravo interaktivnost. Interaktivni elementi omogućuju aktivno sudjelovanje učenika u nastavnom procesu. Kroz manipulaciju određenih elemenata učenici mogu uočavati pravilnosti, postavljati i provjeravati hipoteze te metodom nepotpune indukcije donositi opće zaključke. Interaktivni elementi visoke razine omogućuju uvođenje eksperimenta u nastavu matematike.

Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

---

## Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima

---

Znanje je oduvijek bilo jedan od osnovnih instrumenata razvoja društvenih zajednica i uspješnih nacionalnih gospodarstava. U suvremenim uvjetima, osobito globalizacijskim, novostvorena znanja kao rezultat istraživanja i inovacije, postaju ne samo temelj već i ključni čimbenik razvoja nekog društva. Za uspješnu tranziciju prema društvu utemeljenom na znanju uz tradicionalan pristup, nužni su novi pristupi obrazovanju i poučavanju.

Sve se više raspravlja o tzv. cjeloživotnom učenju, odnosno o aktivnosti učenja tijekom života, s ciljem unapređivanja znanja, vještina i sposobnosti unutar osobne, građanske, društvene i poslovne perspektive.

Osim formalnog obrazovanja u obrazovnim institucijama poput škola, veleučilišta i fakulteta, sve se veća pozornost pridaje neformalnom obrazovanju putem dodatne edukacije na tečajevima i seminarima te informalnom obrazovanju koje pojedinac stječe vlastitim radom, komunikacijom, čitanjem, razvijanjem vještina, iskustava i znanja.

Uz koncept cjeloživotnog učenja najčešće se vezuju ciljevi ekonomske prirode, primjerice postizanje veće konkurentnosti na tržištu rada. Međutim, cjeloživotno učenje usmjereno je prema osobi i njenim individualnim sposobnostima, poboljšanju njenog ponašanja, raspolaganju informacijama, povećanju znanja, razumijevanju, novim stavovima. Koncept cjeloživotnog učenja, razvijen u šezdesetim godinama prošlog stoljeća, odgovor je na problem neusklađenosti između obrazovanja mladih i odraslih osoba.

Da bi mogli ostvariti koncept cjeloživotnog učenja, do kraja obaveznog obrazovanja treba razviti određene kompetencije koje predstavljaju temelj za daljnje učenje.

Tradicionalni pristupi učenju i poučavanju dugo su bili obilježeni razredno-satnim i predmetno-satnim sustavom te frontalnom nastavom što ne može zadovoljiti zahtjeve koncepta cjeloživotnog učenja.

Nastavni proces treba omogućiti:

- uvođenje novih oblika učenja
- istraživačko i eksperimentalno poučavanje
- ispitivanje i procjenu različito postavljenih ishoda učenja
- doprinos općem sustavu obrazovanja
- doprinos razvoju svakog učenika prema njegovim sposobnostima.

DOS je razvijen na tragu ovih zahtjeva. Suvremena nastavna tehnologija ne negira tradicionalne pristupe nastavi već se na njima temelji i proširuje broj i značaj didaktičkih elemenata nastave sagledavajući ih u novim odnosima (didaktički mnogokut).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja u jedinicama DOS-a prati tradicionalnu metodiku poučavanja matematike.

U uvodu se opaža/uvodi problem pri čemu se u najvećoj mogućoj mjeri koriste primjeri iz svakodnevnog života. Nakon toga se, ovisno o problemu, upotrebljavaju različite znanstvene metode: analiziranje, sintetiziranje, apstrahiranje, induciranje, deduciranje, generaliziranje, specijaliziranje ili upotreba analogija. Da bi se u potpunosti usvojio sadržaj dan je niz primjera i zadataka s rješenjima. Sistematizacija i povezivanje sadržaja te procjena znanja, također su sastavni dio DOS-a. Samoprocjena daje učeniku samostalnost pri učenju, ali zahtjeva i odgovornost te smjernice za daljnje učenje.

Multimedijski elementi doprinose motivaciji, boljem razumijevanju sadržaja i aktivnom sudjelovanju učenika u nastavi.

U DOS-u se nastavnici susreću s digitalnim alatima i raznim digitalnim sadržajima. Radi lakše implementacije digitalnih tehnologija u nastavu matematike u ovaj priručnik je uključen popis digitalnih alata, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute. Navedeni su dodatni materijali i poveznice na sadržaje koji mogu pomoći u izvođenju nastave uz DOS te poveznice na izvore gdje nastavnici sami mogu pronaći i odabrati odgovarajuće sadržaje (animacije, simulacije, video materijale, izvore na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te stručne članke vezane uz područje matematike koje obrađuje modul).

To je pomoć nastavniku u uvođenju novih oblika učenja.

Implementacija digitalnih tehnologija u nastavu matematike dodatno motivira učenike i nastavu čini maštovitom i atraktivnom. Digitalni alati i sadržaji imaju značajnu ulogu u provođenju mjerenja i obradi rezultata, a simulacije zorno predočuju procese koje iz različitih razloga inače nismo u mogućnosti tako jasno vidjeti.

---

## Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS

---

Motivacija je unutarnja snaga koja pokreće čovjeka na aktivnost i usmjerava ga k ostvarenju određenog cilja.

Motiviranje učenika za nastavu obuhvaća sve što potiče na učenje, usmjerava ga, i potiče osobni interes za određeni predmet ili područje te povećava osobnu razinu postignuća.

Motivacija u nastavi sastavni je dio uvodnog dijela nastavnog sata pri uvođenju i predstavljanju problema, no može biti prisutna u svim stadijima nastavnog sata: pri obradi, vježbanju ili ponavljanju nastavnih sadržaja.

Većina jedinica DOS-a započinje motivacijskim primjerom. Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

U razradi sadržaja naći ćete zanimljivosti koje možete koristiti kao motivacijske elemente u bilo kojem dijelu sata.

Interaktivnost i elementi igre također motiviraju učenike.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svakom modulu DOS-a osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda pojedinog modula. Samoprocjenom i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska.

Na kraju nekih jedinica je nekoliko konceptualnih pitanja i zadataka kojima se ostvaruje svrha ovakvih procjena. Dodatno, u posebnoj jedinici (Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda) možete pronaći više interaktivnih zadataka za provjeru usvojenosti svih odgojno-obrazovnih ishoda cijeloga modula.

Zadaci koji su sastavni dio procjene oblikovani su na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno
- višestruki odabir s više točnih odgovora
- odabir jednog točnog odgovora (uključujući i matematičke simbole i jednostavne formule)
- uparivanje odgovora
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola)
- grupiranje (razvrstavanje) elemenata
- uređivanje poretka elemenata
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora

- umetanje riječi koje nedostaju upisom
- numeričko umetanje (mogućnost zadavanja intervala brojeva u kojem se nalazi rješenje)
- povlačenje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora
- povlačenje rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Prilikom rješavanja zadataka kod kojih se očekuje od učenika upisivanje riječi koja nedostaje, obrazovni sadržaj neće, kao točno, prihvatiti rješenje koje je matematički točno, ako je riječ pogrešno napisana (pravopisna pogreška). Ova opaska nije unesena u obrazovne sadržaje kako se pažnja učenika ne bi skrenula s matematike na pravopis, no u takvim situacijama bit će potrebna pomoć nastavnika.

---

## Suvremene nastavne metode i DOS

---

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima i različite pristupe učenju i poučavanju.

U školskom okruženju DOS je moguće koristiti za rad u učionici opće namjene. Poželjno je da učionice budu opremljene prijenosnim ili stolnim računalima, interaktivnom pločom ili pametnim ekranom i sl.

Osobitost DOS-a je mogućnost njegova korištenja na raznim uređajima (mobilni telefoni, tableti, prijenosna i stolna računala) te je pogodan i za rad izvan školskog okruženja.

Kroz aktivnosti za učenje, način prezentacije sadržaja i elemente za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda DOS stavlja težište na promicanje suvremenih nastavnih metoda, na strategije i pristupe kao što su rješavanje problema, istraživačka i projektna nastava i suradničko učenje te razvoj kritičkog mišljenja, sposobnosti rješavanje problema i donošenja odluka, metakogniciju, digitalnu pismenost i aktivno građanstvo.

U skladu s prirodom nastave matematike i matematike kao znanstvenog područja, DOS osobito snažan naglasak stavlja na aktivnosti koje potiču iskustveno učenje, projektno učenje i učenje kroz istraživanje. DOS sadrži interaktivne elemente u kojima učenici imaju mogućnost mijenjanja vrijednosti različitih parametara te na temelju rezultata uočavaju pravilnosti, postavljaju i provjeravaju hipoteze, a metodom nepotpune indukcije donose opće zaključke.

Multimedijski i interaktivni elementi omogućuju aktivno i iskustveno učenje usmjereno prema pitanjima, problemima i istraživanjima, konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te razvijanje učenikovih kompetencija za snalaženje u novim situacijama.



## Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama

Kao što je na početku priručnika navedeno, metodičko-didaktički prijedlozi za učenike s posebnim obrazovnim potrebama koji uključuju darovite učenike kao i učenike s različitim teškoćama slijede svaku nastavnu jedinicu kao i aktivnosti za samostalno učenje. Inkluzivni pristup u procesu obrazovanja podrazumijeva učenje o različitosti od strane drugih kao i jedan podržavajući i ravnopravni odnos. U nas se već niz godina njeguje inkluzivni pristup u smislu uključenosti učenika s teškoćama u sustav obrazovanja na način da su uvažene njihove individualne potrebe putem uvođenja različitih prilagodbi i osiguravanja podrške.

Učenici s teškoćama su heterogena skupina pa tako zadatak koji je težak jednom učeniku s disleksijom neće biti težak drugome učeniku s istom teškoćom. Kako bi im se osigurala primjerena podrška prilikom obrazovanja, važno je prepoznavati te razumjeti njihova obilježja i poznavati osnovne vrste prilagodbi. Timski rad u okviru kojega surađuju predmetni nastavnici, stručni tim škole, pomoćnici i roditelji bi trebao iznjedrati različite mogućnosti prilagodbe za što učinkovitije usvajanje sadržaja iz matematike i fizike za svakog učenika ponaosob. Metodičko-didaktički prijedlozi koji se odnose na učenike s teškoćama su u početnim modulima i jedinicama napisani na način da obuhvate temeljne smjernice za svu djecu s teškoća te su kroz daljnje jedinice razrađeni specifično u odnosu na sadržaj same jedinice kao i na obilježja određene teškoće.

Primjerice, u matematici za osmi razred, u nastavnoj jedinici 1.2. koja se odnosi na uređene parove nastavnicima je sugerirano da obrate pažnju na jezično složenije zadatke koje valja pojednostaviti i popratiti vizualnim primjerima kako za učenike koji se školuju po prilagođenom programu tako i za učenike s disleksijom i/ili diskalkulijom:

The screenshot shows a OneNote Online document titled "PriručnikMatematika7". The document content includes a text block about a math problem involving points in a coordinate system and a list of multiple-choice questions (a-e) related to a math problem.

Text in the document:

imaju stručnu pomoć asistenta, preporučuje se da asistent pomogne pri uvećanju zaslona u obradi nastave jedinice i u označavanju kočina na brojevnom pravcu. Pojedine zadatke valja jezično prilagoditi i/ili skratiti i popratiti slikama (grafičkim simbolima: <https://www.arasaas.org/>). Zadatak Serpinj građom može se predstaviti učenicu na sljedeći način:

Luna i Nikola sanjali se kod (20,4, 8,14), prošetali će do (20,22, 13,27). Razgledat će (29,4, 17,26), (36,62, 22,52), (18,13, 23,2), (23,8, 27,52) te na kraju (19,21, 30,15).

a) U kojem se gradu nalaze Luna i Nikola?

b) Imenaj ustanovu ispred koje su se našli i park pokraj te ustanove.

c) Na kojem trgu su pojeli sladoled?

d) Na koji pronađimo i imenajmo znamenitosti koje su posjetili.

e) Ako ih baka želi odvesti na (9,02, 2,07), što bi tamno i Luna i Nikola mogli raditi?

U prijedlozima se nastavnike podsjeća na uporabu funkcionalnosti koje su ugrađene u DOS-ove, a mogu olakšati praćenje nastave učenicima sa specifičnim teškoćama učenja kao i onima koji imaju teškoće vizualne obrade (promjena fonta, boje pozadine, uvećanje zaslona). Nadalje, ostvarene su poveznice između samoga gradiva i obilježja teškoća koje mogu probuditi učenikov interes za nastavne sadržaje, na primjeru iz fizike (sedmi razred, jedinice 1.5 i 1.7):

„Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se povezati masu tijela i mjerne jedinice s interesima učenika koji su često iznimno izraženi ili atipični u svim zadacima u kojima je to moguće. Primjerice, ako učenik voli kuhanje, može ostalim učenicima demonstrirati svoj omiljeni recept kao i mase pojedinih sastojaka.“

„Uvijek je važno uzeti u obzir moguću senzoričku preosjetljivost učenika s poremećajem iz spektra autizma na određene podražaje te u skladu s tim prilagoditi nastavnu jedinicu (miris svijeće s aromom vanilije).“

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće nisu zamišljeni na način da osiguravaju prilagođeni materijal za poučavanje niti svojevrсни „recept“, već nastavnike podsjećaju na prilagodbu načina poučavanja i one segmente nastavne jedinice koje bi trebalo dodatno pojasniti, ponoviti, pojednostaviti, predstaviti na drugačiji način ili na razinu složenosti zadataka od kojih valja odabrati one jednostavnije. U prijedlozima je naglašena važnost uporabe pomagala koja olakšavaju učenje te svih aspekata digitalne tehnologije.

Inkluzivni pristup podrazumijeva uvažavanje različitosti koje je izrazito važno razviti kao vrijednost kod učenika tipičnoga razvoja zbog čega se, uz ostale prijedloge, preporuča provoditi što više vršnjačke suradnje (primjerice u aktivnostima za slobodno učenje).

## Modul 2:Kvadratna jednadžba

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće MODULA

- Upoznavanje s pojmom i vrstama kvadratne jednadžbe
- Ovladati izračunavanjem rješenja kvadratne jednadžbe uz pomoć formule, dopunjavanjem do potpunog kvadrata, koristeći se svojstvima nepotpunih kvadratnih jednadžbi
- Upotrebljavati Vieteove formule i diskriminantu za diskutiranje o rješenjima kvadratne jednadžbe, te pronalazak jednadžbe čija rješenja su poznata
- Ovladati postupkom za rješavanje sustava linearne, kvadratne, te bikvadratne jednadžbe
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Riješiti nepotpune i potpune kvadratne jednadžbe
- Primijeniti Vièteove formule i diskriminantu kvadratne jednadžbe
- Diskutirati o prirodi rješenja kvadratne jednadžbe
- Riješiti sustave linearne i kvadratne te bikvadratne jednadžbe
- Razmjenjivati matematičke ideje sučeljavanjem, usuglašavanjem i uvažavanjem različitih stavova
- Primijeniti kvadratnu jednadžbu pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Provođenje zamisli i djelovanje
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Samovrednovanje

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

---

U ovom se modulu učenici 2. razreda susreću s kvadratnom jednadžbom. Tu jednadžbu učenici su već imali prilike vidjeti i rješavati u prvom razredu, primjenjujući metodu rastavljanja na faktore.

Postojeća znanja o rješavanju i provjeri rješenja linearnih jednadžbi primjenjuju kod uvođenja kvadratne jednadžbe te poznavanja formule za kvadrat binoma (potpun kvadrat), kod izvođenja formule za rješenja kvadratne jednadžbe.

Digitalnim obrazovnim sadržajima iz ovog modula možete se služiti na različite načine, bilo u cijelosti bilo u dijelovima, te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete upotrijebiti kao materijal za metodu "obrnute učionice", tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dileme.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

U sklopu jedinica možete i istraživati razvoj kvadratne jednadžbe kroz povijest.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskog i suradničkog rada učenika, pri čemu se pripremljenim sadržajima možete koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice na društvenoj mreži Yammer, okruženju za timove Teams, razrednoj digitalnoj bilježnici OneNote (Office 365), kao i Google disku.

Uz svaku jedinicu u priručniku OneNote pripremljena je i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji", na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavnu uporabu u radu s učenicima.

---

## Digitalni alati i dodatni sadržaji

---

### Popis i kratki savjeti za uporabu digitalnih alata

U modulu Kvadratna jednadžba predlažemo za uporabu sljedeće alate iz [e-laboratorija](#):

#### GeoGebra

GGB je računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorenog koda, dostupan na [hrvatskom jeziku](#). Više o GGB-u možete pročitati na stranicama [e-laboratorija](#).

Mala škola GeoGebre nalazi se u bazi materijala na poveznici <https://www.geogebra.org/m/eehF54nU> (autora Damira Belavića).

Svi GGB apleti upotrijebljeni u ovome modulu nalaze se u GGB-ovu e-udžbeniku Matematika 2, u poglavlju [Kvadratna jednadžba](#).

## Plickers

To je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Učenici trebaju kartice koje im nastavnici mogu ispisati, a nastavnik računalo, pametni telefon, projektor i internetsku vezu. Učenici odgovaraju, a odgovor se bilježi. Aplikacija radi i odlične statistike što su vidljive za period koji korisnik odabere.

Upute za uporabu možete pronaći na:

[Plickers - A Step by Step Tutorial](#)

Plickers predlažemo za kratke provjere na početku i na kraju sata, za provjeru usvojenosti novih pojmova i podsjećanje na nove pojmove. Za pitanja se mogu upotrijebiti i pitanja iz jedinica.

Više pročitajte na linku [e-laboratorij](#).

## Kahoot

To je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo je kod ponavljanja gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah po završetku kviza. Uporaba Kahoota je besplatna. Sadrži veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i služiti se njima, preraditi ih ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.

Više o Kahoot-u pročitajte na linku [e-laboratorij](#) ili pogledajte u video tutorialu.

[Kahoot](#)

Socrative

To je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za učenike u isto vrijeme. Preporučujemo je za ponavljanje gradiva. Vrlo je slična prije spomenutom kvizu Kahoot. Socrative je jednostavan za uporabu te učenicima može poslužiti za kreiranje vlastitih kvizova. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu. Više o Socrative-u pročitajte na linku [e-laboratorij](#) ili pogledajte u video tutorialu.

[Socrative Tutorial 2015 NEW](#)

## Padlet

Padlet je online alat namijenjen suradnji. Alatom se koristi kao “praznim papirom”, tj. online zidom na kojemu možete dodavati svoje ideje, recenzije, obavijesti, informacije, učtavati slike i dokumente, a možete i drugim sudionicima omogućiti sve navedeno. Odlikuje ga jednostavnost uporabe, dostupnost na različitim uređajima, prilagođenost potrebama korisnika i raznovrsna namjena. U ovome modulu možete se koristiti njime za ponavljanje pojmova, upisivanja primjera i rješavanje zadanih zadataka. Njime se može služiti svaki učenik za sebe (ako ima računalo ili tablet), a ako nemate dovoljan broj računala, učenici se mogu podijeliti u grupe i zajednički popunjavati zadani padlet na nekoliko dostupnih računala. Više o radu s Padletom možete pročitati u [e-laboratoriju](#). Pogledajte kratke upute u programu Slideshare o [Primjeni alata Padlet u obrazovanju](#).

## Coggle

Coggle je digitalni alat namijenjen izradi umnih mapa. Prednosti Coggle alata su jednostavnost i minimalizam. Coggle alatom možete brzo, jednostavno i pregledno izraditi željenu umnu mapu. U ovome modulu možete ga upotrijebiti za ponavljanje pojmova i formula po jedinicama ili na kraju za cijeli modul Kvadratne jednadžbe. O načinu uporabe možete pročitati u [e-laboratoriju](#) ili pogledati u videu.

[Coggle Introduction](#)

## Popplet

[Popplet](#) je jednostavan digitalni alat za vizualizaciju i organizaciju ideja ili informacija u obliku umne mape, pri čemu se koristi suradnjom. Za razliku od Coggle-a, ovdje možete zajedno s učenicima napraviti umnu mapu, odnosno podijeliti sadržaje koje su naučili kao ponavljanje gradiva na kraju ili na početku sata. Uputu o načinu rada imate i na sljedećem videu.

[How to Make a Popplet, a Mind Mapping Tool](#)

## Google disk

Google Disk besplatan je društveni programski Web 2.0 alat. Omogućuje sljedeće funkcionalnosti: jednostavno stvaranje novih dokumenata na mreži, dodavanje postojećih dokumenata, organizaciju u datoteke, dijeljenje dokumenata i istovremeni rad više korisnika na jednom dokumentu u stvarnom vremenu. Prednost je Google diska što su dokumenti dostupni u bilo koje vrijeme i s bilo kojeg računala spojenog na internet. Ovdje predlažemo da se koristite Google Prezentacijom za ponavljanje gradiva, koju može pripremati više učenika istovremeno, služiti se njome te prezentirati u online okruženju. Više o uporabi možete pročitati u [e-laboratoriju](#) ili u sljedećem videu.

[Google disk](#)

## Office 365

Office 365 je sustav koji je najkorištenije tzv. *desktop* alate za izradu sadržaja (Word, Excel, PowerPoint) preselio u oblak, čime je omogućio pristup svim dokumentima u bilo koje vrijeme i s bilo kojeg uređaja spojenog na internet. Office 365 omogućuje jednostavno stvaranje novih dokumenata u oblaku, dodavanje i organizaciju postojećih datoteka, dijeljenje dokumenata te komunikaciju i suradnju s drugim korisnicima. Osim spomenutih i već dobro poznatih alata "klasičnog" Microsoft Office paketa, sustav je obogaćen i mnogim različitim alatima koji omogućuju veću produktivnost, kako u poslovnom okruženju tako i u nastavnom procesu. Svim učenicima, učiteljima i nastavnicima osnovnih i srednjih škola omogućen je besplatan pristup sustavu Office 365, uporabom osobnog elektroničkog identiteta u sustavu AAI@EduHr. Više o tom alatu pročitajte u [e-laboratoriju](#) ili pogledajte video.

[Saving teachers time with Office 365](#)

## Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

Pri realizaciji modula Kvadratna jednadžba mogu vam pomoći i ovi sadržaji:

- kalkulator za rješavanje kvadratne jednadžbe na stranici [Math Is Fun](#) ili na [hrvatska verzija kalkulatora](#)
- kalkulator "korak po korak" za rješavanje kvadratne jednadžbe: <http://www.mathportal.org/calculators/solving-equations/quadratic-equation-solver.php>
- [http://elacd.carnet.hr/index.php/Kvadratna\\_jednad%C5%BEba-materijali](http://elacd.carnet.hr/index.php/Kvadratna_jednad%C5%BEba-materijali) za samostalan rad učenika
- [Rješavanje kvadratne jednadžbe - vježba](#) zadatak Šime Šuljića za rješavanje kvadratne jednadžbe korak po korak
- ponavljanje svih formula iz kvadratnih jednadžbi preko zadanih zadataka (autorica Vesna Babović)
- [Kvadratne jednačine / Quadratic equations.](#)

## Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

Mogle bi vas zanimati i ove teme:

Preporučujemo diplomski rad Ane Zmaić sa Sveučilišta J.J. Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku (Mentor: doc. dr. sc. Ivan Matić), Osijek, 2015., u kojem ona proučava babilonsku matematiku te u dijelu Tablice rješenja jednadžbi govori o babilonskom shvaćanju i načinu rješavanja kvadratne jednadžbe te problema koji se na tu jednadžbu svode.

Pojam obrnute učionice:

[http://www.carnet.hr/upload/javniweb/images/static3/91307/File/Google\\_Drive\\_Prirucnik.pdf](http://www.carnet.hr/upload/javniweb/images/static3/91307/File/Google_Drive_Prirucnik.pdf).

Dotadne sadržaje možete pronaći na GO-LAB platformi. GO-LAB je virtualni laboratorij pogodan za istraživanje. Sadrži mnogobrojne matematičke sadržaje. Što je GO-LAB, pročitajte na [e - laboratorij](#).

## Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
2.	<b>Kvadratna jednadžba</b>	<b>16 + 1</b>
	2.1. Kvadratna jednadžba	1
	2.2. Posebni oblici kvadratne jednadžbe	2
	2.3. Rješavanje kvadratne jednadžbe	2
	2.4. Diskriminanta kvadratne jednadžbe	2
	2.5. Vièteove formule	2
	2.6. Faktorizacija kvadratnog trinoma	2
	2.7. Sustavi kvadratne i linearne jednadžbe	2
	2.8. Bikvadratne jednadžbe	1
	2.9. Primjena kvadratnih jednadžbi	2
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno – obrazovnih ishoda	



## 2.1. Kvadratna jednadžba



---

### Ciljevi i zadaće

---

- Upoznati se s pojmom kvadratne jednadžbe i njezinim koeficijentima
- Svladati postupak provjere rješenja kvadratne jednadžbe
- Primijeniti matematički jezik u usmenome i pismenome izražavanju

### Odgojno-obrazovni ishodi

- Definirati kvadratnu jednadžbu
- Odrediti realne koeficijente kvadratne jednadžbe
- Provjeriti rješenja kvadratne jednadžbe ( od prirodnih do kompleksnih brojeva)

### Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Samostalno učenje
- Korištenje informatičke tehnologije
- Rješavanje problema

---

### Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

## Uvod i motivacija

U uvodu se prisjećamo kako smo kvadratnu jednadžbu (koju tada nismo znali riješiti) rješavali metodom rastavljanja na faktore.

Kada dva izraza koji su jednaki 0 pomnožimo i sredimo, dobijemo KVADRATNU JEDNADŽBU.

## Razrada sadržaja učenja i poučavanja

### Uvod u problematiku kvadratne jednadžbe

Kvadratna jednadžba svoje početke ima davno u prošlosti i vezana je uz rješavanje vrlo praktičnih problema s kojima su se ljudi toga vremena susretali. S učenicima pogledajte kratku animaciju "Kvadratna jednadžba kroz povijest".

### Definiranje kvadratne jednadžbe

Nakon definiranja kvadratne jednadžbe učenike upoznajte s njezinim dijelovima – članovima i koeficijentima. Riješite zajedno dane primjere.

Učenici trebaju razlikovati članove kvadratne jednadžbe i koeficijente. Naglasite da je pravilno određivanje koeficijenata vrlo važno za kasnije ispravno rješavanje kvadratne jednadžbe uz pomoć formule. Naglasite učenicima po čemu se razlikuju dani primjeri.

### Rješenja kvadratne jednadžbe

Učenicima objašnjavamo što to znači riješiti kvadratnu jednadžbu. Kao rješenja se mogu naći brojevi od prirodnih do kompleksnih – kasnije ćete detaljnije učiti kako "otkrivamo" kakva rješenja trebamo dobiti. Rješavamo zadane primjere u kojima treba naglasiti: ako je jedan broj rješenje, ipak treba provjeriti i drugo.

## Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete Uvod u babilonski problem određivanja površine, koji vodi do kvadratne jednadžbe. Proučite problem s učenicima, diskutirajte o podacima iz tablice kojom su se Babilonci koristili.

Za sam kraj iskoristite kratki kviz.

## Dodatni prijedlozi

U [OneNote metodičkom priručniku](#) nalaze se poveznice na različite materijale o kvadratnim jednadžbama (na engleskom jeziku i hrvatskom jeziku). Upotrijebite ih kao dodatni sadržaj.

Na kraju nastavne jedinice, prije rješavanja zadataka za samoprocjenu, može se napraviti neki kviz, primjerice Plickers kviz, kako bi se u nastavu unijelo malo dinamike i natjecateljskog duha, a ujedno i ponovile osnovne činjenice o pojmovima u lekciji. Više o Plickers kvizovima možete pročitati na [e-laboratoriju](#).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više, predlažemo istraživanje interneta i teme o povijesti kvadratne jednadžbe.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s poteškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim poteškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da su takvi učenici heterogena skupina i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinih učenika.

**Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s poteškoćama, predlažemo da upotrijebite metodičke materijale sa stranice.**

**Sadržaje prevedite i složite kartice za učenike.**

Za učenike s motoričkim poteškoćama preporučuje se ponoviti gledanje videozapisa o povijesnom razvoju kvadratne jednadžbe. Isto tako je važno učenike podsjetiti na gradivo o jednadžbama iz prvoga razreda. Definiciju kvadratne jednadžbe valja postaviti na vidljivo mjesto ili učestalo vraćati na prikaz zaslona, kako bi se učenici na nju podsjetili i lakše je upamtili (primjerice, nazive članova kvadratne jednadžbe). U primjerima i zadatcima preporučuje se staviti naglasak na zadatke s jednostavnijim brojevima (primjerice, bez razlomaka; u primjeru 1 zadatci a, b, d) ili na zadatke u kojima treba spojiti članove kvadratne jednadžbe. Učenike s motoričkim poteškoćama valja poticati da se u nastavu uključe usmenim putem, primjerice da se kratko osvrnu na to što su naučili.

Za učenike sa specifičnim poteškoćama u učenju (primjerice učenici s disleksijom, disgrafijom, diskalkulijom i dr. jezičnim poteškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Verdana ili Dyslexia). Kod učenika s diskalkulijom posebnu pozornost valja posvetiti podsjećanju na gradivo iz prvoga razreda. Definicije valja uvećati i postaviti ih na vidljivo mjesto, kako bi ih učenici s diskalkulijom lakše upamtili. Preporučuje se odabirati jednostavnije zadatke i ne inzistirati na rješavanju svih

zadataka (posebno kod učenika s diskalkulijom). Pojedine tvrdnje su jezično zahtjevne, zbog čega se preporučuje pojednostavnjivanje ili usmeno pojašnjenje za učenike s jezičnim poteškoćama („Riješiti kvadratnu jednadžbu znači odrediti vrijednost nepoznanice koja će zadovoljavati tu jednadžbu.“ Jednostavnija opcija: Riješiti kvadratnu jednadžbu znači odrediti vrijednost  $x$ “).

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se uporaba vizualne potpore, tako da se sadržaj jedinice unaprijed najavi putem slika ili natuknica.

## 2.2. Posebni oblici kvadratne jednadžbe



---

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

---

#### Ciljevi i zadaće

- Naučiti razlikovati potpune od nepotpunih kvadratnih jednadžbi
- Primijeniti naučena znanja na rješavanje nepotpunih kvadratnih jednadžbi
- Primijeniti matematički jezik u usmenome i pismenome izražavanju

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati tri oblika nepotpune kvadratne jednadžbe
- Odrediti tip i broj rješenja nepotpune kvadratne jednadžbe
- Riješiti različite tipove nepotpunih kvadratnih jednadžbi

#### Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Samostalno učenje
- Korištenje informatičke tehnologije
- Rješavanje problema

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički rad učenika.

### Uvod i motivacija

U uvodu povezujemo fizikalne probleme slobodnog pada i vertikalnog hitca prema gore, u kojima se pojavljuju nepotpune kvadratne jednadžbe. S tim fizikalnim problemima učenici su već upoznati, pa ih sada treba povezati s nepotpunim kvadratnim jednadžbama. Možete izložiti primjere ili učenicima zadati problem te ih navesti da dođu do rješenja pa onda u dobivenim formulama prepoznaju kvadratne jednadžbe kod kojih su određeni koeficijenti jednaki 0. Uvodimo pojam nepotpune kvadratne jednadžbe.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Čista kvadratna jednadžba

Definiramo čistu kvadratnu jednadžbu i prolazimo kroz rješavanje na općem obliku. Također možemo zadati učenicima da sami pokušaju izvesti rješavanje jednadžbe. Zatim rješavamo dva zadatka s realnim rješenjima i kompleksnim rješenjima. Zadajemo kvadratnu jednadžbu koja nije nepotpuna i rješavamo je na isti način kao i čistu kvadratnu jednadžbu. Pokazujemo kako se isti postupci mogu primijeniti na različitim zadacima.

#### Prikraćena kvadratna jednadžba i jednadžba s koeficijentima b i c jednakim 0

Definiramo prikraćenu kvadratnu jednadžbu i rješavamo je u općem obliku. Dolazimo do zaključka da je jedno od rješenja uvijek 0, dok je drugo rješenje linearne jednadžbe. Učenicima u parovima zadajemo da riješe primjere. Kroz taj pojam uvodimo i dvostruko jednako rješenje.

#### Uvježbajmo

Umjesto da učenici rješavaju zadane nepotpune kvadratne jednadžbe, neka u parovima jedni drugima osmisle vlastite kvadratne jednadžbe te ih riješe. Na taj način učenici će naučiti razlikovati kvadratne jednadžbe po tipovima. Prije samog rješavanja neka pokušaju napisati kakva rješenja očekuju. Nakon rješavanja neka usporede svoju pretpostavku s rješenjem. Neka objasne na čemu su temeljili pretpostavku.

### Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete geometrijski zadatak koji se svodi na rješavanje nepotpune kvadratne jednadžbe.

Uputite učenike na pretraživanje interneta za sličnim problemima.

Nakon ponavljanja osnovnih pojmova napravite sažetak nepotpunih kvadratnih jednadžbi i njihovih rješenja.

## Dodatni prijedlozi

Na kraju nastavne jedinice, prije rješavanja zadataka za samoprocjenu, može se napraviti neki kviz, primjerice kviz u Kahootu, kako bi se u nastavu unijelo malo dinamike i natjecateljskog duha, a ujedno i ponovile osnovne činjenice o nepotpunim kvadratnim jednadžbama. Više o Kahoot kvizovima možete pročitati na [e-laboratoriju](#).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predložimo istraživanje interneta i zadataka koji se svode na kvadratne jednadžbe, osobito iz fizike. Napravite mini projekt sa slobodnim padom, obavite mjerenja, povežite podatke, istražite slične projekte. Možete se koristiti sadržajima sa sljedećih linkova:

- [Slobodan pad:](#)
- [Hici.](#)

Uputite ih na proučavanje upotrebe kvadratne jednadžbe: [Upotreba kvadratne jednadžbe](#).

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predložimo da učenici zadatke rješavaju koristeći se sažetkom koji ste zajednički izradili. Također možete izraditi kartice na kojima je postupak korak po korak te uvježbavati poredati kartice pravilnim redoslijedom. Zajednički izradite umnu mapu.

Za učenike s motoričkim poteškoćama preporučuje se ponoviti gradivo o jednadžbama iz prethodnih nastavnih jedinica. Definicije različitih jednadžbi valja postaviti na vidljivo mjesto ili učestalo vraćati na prikaz zaslona, kako bi se učenici na njih podsjetili i lakše ih upamtili (npr. čista i prikraćena kvadratna jednadžba). U primjerima i zadacima preporučuje se staviti naglasak na zadatke s jednostavnijim brojevima (primjerice, u zadatku 1 preskočiti dijelove s razlomcima; u primjeru 4 odabrati nekoliko jednostavnijih zadataka). Učenike s motoričkim



poteškoćama valja poticati da se u nastavu uključe usmenim putem, primjerice da se kratko osvrnu na to što su naučili ili da na primjerima iz svakodnevice navedu kada nam mogu koristiti kvadratne jednačbe. U ponavljanju nastavne jedinice (Ponovimo pojmove) valja dati prednost zadacima kojima se provjeravaju nazivi jednačbi ili se one razdvajaju prema vrsti.

Za učenike sa specifičnim poteškoćama u učenju potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Verdana ili Dyslexia). Kod učenika s diskalkulijom posebnu pozornost valja posvetiti podsjećanju na gradivo o jednačbama. Definicije valja uvećati i postaviti ih na vidljivo mjesto, kako bi ih učenici s diskalkulijom lakše upamtili. Prema potrebi, učenicima valja objasniti pojedine pojmove ili ih podsjetiti na njih (npr. konjugirano kompleksni brojevi). Preporučuje se odabirati jednostavnije zadatke te ne inzistirati na rješavanju svih zadataka (posebno kod učenika s diskalkulijom). Pojedine tvrdnje su jezično zahtjevne, zbog čega se preporučuje pojednostavnjivanje (u editoru uređaja) ili usmeno pojašnjenje za učenike s jezičnim poteškoćama:

„Dakle, prilikom postavljanja problema, osim kvadratnih jednačbi sa sva tri koeficijenta, koje zovemo potpune, pojavljuju se i jednačbe kojima su pojedini koeficijenti jednaki 0.“

Prijedlog pojednostavnjivanja:

- kvadratne jednačbe s 3 koeficijenta = potpune kvadratne jednačbe
- jednačbe u kojima su pojedini koeficijenti jednaki 0 = nepotpune kvadratne jednačbe.

Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se uporaba vizualne potpore, tako da se sadržaj jedinice unaprijed najavi putem slika ili natuknica. Ako je to moguće, primjere o slobodnom padu s početka nastavne jedinice valja povezati s interesima učenika. U trenutcima zasićenja učeniku valja ponuditi zamjensku aktivnost, u skladu s dogovorima sa stručnim timom škole.



## 2.3. Rješavanje kvadratne jednadžbe



---

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

---

#### Ciljevi i zadaće

- Upotrijebiti matematički način rasuđivanja kod izvođenja formula za rješenja kvadratne jednadžbe
- Usvojiti formulu za rješenja kvadratne jednadžbe (opće i normirane)
- Primijeniti matematički jezik u komunikaciji i izražavanju pri rješavanju različitih tipova kvadratne jednadžbe
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje vještine računanja kvadratne jednadžbe

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Riješiti kvadratnu jednadžbu svođenjem na potpun kvadrat
- Primijeniti formulu za rješenja kvadratne jednadžbe
- Normirati kvadratnu jednadžbu
- Riješiti složenije jednadžbe koje se svode na kvadratnu
- Primijeniti digitalne alate za rješavanje kvadratne jednadžbe

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje

- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Samovrednovanje

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički, projektni rad učenika te kao radni materijal za obrnutu učionicu.

### Uvod i motivacija

Motivacijski primjer s čokoladom uvodi učenike u postavljanje problema rješavanja potpune kvadratne jednadžbe. Možete se poigrati i donijeti čokoladu na sat te učenika (ili učenike) koji zna postaviti problem nagraditi njome. Neka učenici do kraja srede postavljenu jednadžbu i prikažu je u općem obliku ( $x^2 + 2x - 24 = 0$ ). Potaknite raspravu o tome je li lakše uočiti moguće rješenje sada i što učiniti ako dobijemo kvadratnu jednadžbu o ovom obliku. Kako pronaći rješenja? Kako znamo da kvadratna jednadžba ima dva rješenja, kako pronaći drugo rješenje u ovom primjeru?

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Svođenje na potpun kvadrat

Primjer s pravokutnim trokutom već nam je poznat iz jedinice s nepotpunim kvadratnim jednadžbama, pa neće biti problem postaviti zadatak. Zatražite od nekog učenika da postavi i skicira zadatak na ploči. Ponovite formulu za potpun kvadrat te zatražite od učenika da kažu kojom metodom najbrže/najlakše prepoznaju drugi pribrojnik u binomu. Kod drugog primjera ponovite pravilo korjenovanja

$$(\sqrt{x^2} = |x|)$$

te raspravite o mogućim rješenjima uz uvjete apsolutne vrijednosti. Uočimo kod ispitivanja uvjeta ( $x < 2$ ): kada od npr. 2 oduzimamo neki broj (2-6), on je sigurno manji od 2, odnosno (za  $x > 2$ ): kada mu dodajemo neki broj (2+6), on je sigurno veći od 2. Stvar se može generalizirati pa zaključite da je nepotrebno svaki put u tom tipu zadatka dodatno provjeravati uvjete na rješenje.

Nakon rješavanja zadatka 1 svakako zatražite od učenika da zakluče kako u primjerima s čokoladom i pravokutnim trokutom drugo rješenje nema smisla (negativan broj kockica i negativna duljina stranica trokuta).

## Dodatna tema - svođenje na potpun kvadrat

U dodatnoj temi učenici mogu uz pomoć GGB-a vizualizirati svođenje na potpun kvadrat. Predložimo da se makar kratko osvrnete na ovaj GGB aplet i u razredu prodiskutirate zadatak 3. Treba uočiti da rješenja ovise o odnosu između slobodnog koeficijenta  $c$  i  $(b/2)^2$ . Može se zadati učenicima kao samostalni rad kod kuće da za sat obrade normirane kvadratne jednadžbe naprave osvrt na rješenja u ovisnosti o linearnom i slobodnom koeficijentu. Na tu temu možete se vratiti i nakon uvođenja pojma normirane kvadratne jednadžbe i formule za njezina rješenja.

## Formula za rješenja kvadratne jednadžbe

Zatražite od učenika da pokušaju najprije sami riješiti zadatak 4 pa tek onda neka pogledaju video s rješenjem. Neka nastave s učenjem nakon što su dobro uvježbali zadatke uz pomoć GGB-a i naučili formulu za rješenja kvadratne jednadžbe. U [OneNote metodičkom priručniku](#) imate poveznicu na GGB generator zadataka, koji možete upotrijebiti za provjeru znanja ili kao izbor zadataka za vježbu.

## Normirana kvadratna jednadžba

U ovom dijelu se možete vratiti na GGB aplet "[Svođenje na potpun kvadrat](#)" i prodiskutirati o tome kako rješenja kvadratne jednadžbe ovise o  $p$  i  $q$ , odnosno o  $b$  i  $c$ .

## Zlatni rez - projektni zadatak

Nakon prisjećanja na zlatni rez i poveznice s kvadratnom jednadžbom, pripremite mali projekt u suradnji s profesorima nekih drugih predmeta u kojima se spominje zlatni rez (umjetnost, biologija, hrvatski). U [OneNote metodičkom priručniku](#) imate poveznicu na konstrukciju zlatnog reza i odnose pripadajućih duljina, napravljene u GGB apletu za učenike.

## Rješavanje složenijih kvadratnih jednadžbi

Na primjerima složenijih kvadratnih jednadžbi ponovite s učenicima gradivo prvog razreda: apsolutnu vrijednost, algebarske razlomke, parametarske jednadžbe, uz naglašavanje uvjeta koje treba ispitati i provjeriti.

## Završetak

Za kraj napravite malu sistematizaciju svih formula za rješenja kvadratnih jednadžbi raznih oblika. To se može napraviti i u obliku panoa. Ako je učionica opremljena tabletima, pripremite prije sata [Padlet](#) sa zaglavljem raznih oblika kvadratnih jednadžbi (o korištenju Padleta možete pročitati u [e-laboratoriju](#)). Formirajte onoliko grupa koliko ima različitih kvadratnih jednadžbi (u našoj sistematizaciji ih je 5). Neka svaka grupa na Padletu ispod pripadajuće jednadžbe dopuni formulu za rješenja njoj dodijeljene kvadratne jednadžbe. Dodijelite grupama druge kvadratne jednadžbe. Neka sad svaka grupa napiše primjer kvadratne jednadžbe koja joj je dodijeljena. Opet neka naprave rotaciju pa će svaka grupa riješiti po jedan od prethodno zadanih zadataka. Sljedećom rotacijom svaka će grupa provjeriti rješenje dodijeljenog joj zadatka.

## Dodatni prijedlozi

Za dodatno uvježbavanje, razumijevanje koraka prilikom rješavanja zadataka svođenja na potpun kvadrat:

- Pripremite pločice za slaganje i dopunjavanje do potpunog kvadrata te zadajte učenicima da u paru rješavaju zadatke, jedan u GGB-u, a drugi na klupi s pločicama (pločice su kvadratne:  $x \cdot x$ ,  $1 \cdot 1$  te pravokutne:  $x \cdot 1$ , koje se mogu saviti duljom stranom popola). Na osnovnu pločicu  $x^2$  dodajete (kao što je u [GGB apletu](#)) onoliko pravokutnika koliki je  $b$ , ali ravnomjerno (pola uz jednu stranicu kvadrata, a ostalu polovicu uz drugu stranicu), tako da se proširuje kvadrat te na kraju prebrojite koliko vam je potrebno malih kvadratića površine 1 da popunite i dobijete potpun kvadrat. Napravite i malo natjecanje: zadati svima iste kvadratne jednadžbe i zatražiti da na dva načina dođu do rješenja, razraditi metodu bodovanja te nagraditi najboljeg u GGB-u, kao i najbržeg s pločicama. U [OneNote metodičkom priručniku](#) imate poveznice na GGB aplete koji se koriste sličnim metodama računanja uz pomoć algebarskih pločica.
- [Ljiljana Primorac Gajčić: Al-Khwarizmijeva metoda rješavanja kvadratnih jednadžbi](#) može pomoći u rješavanju zadatka 3 nakon GGB apleta, odnosno u geometrijskom traženju rješenja kvadratnih jednadžbi.
- Na stranici [Mathematics for Teaching](#) je grafičko rješavanje kvadratne jednadžbe dopunom do potpunog kvadrata, kao i [izvod formule za rješenja](#).
- Slično se može vidjeti i na stranicama [Math is fun](#).

Ideje i pomoć pri realizaciji projekta "Zlatni rez":

- [Sanja Zlatić: Zlatni rez](#) (Hrčak - portal znanstvenih časopisa RH)
- [Zlatni rez: geometrija prirode ili prirodna geometrija](#) (Portal Likovna kultura)
- [Zlatni rez: geometrija umjetnosti ili umjetnička geometrija](#) (Portal Likovna kultura)
- Šime Šuljić: [Zlatni rez u arhitekturi i umjetnosti](#).

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Predložite učenicima koji to žele da naprave usporedbu rješavanja kvadratne jednadžbe dopunjavanjem do potpunog kvadrata te uvrštavanjem u formulu. Isto tako neka pokušaju sami riješiti zadatak 3 i detaljno analizirati sve uvjete na rješenja kvadratne jednadžbe, ovisno o linearnom slobodnom koeficijentu. Neka sami pokušaju napraviti sličnu vizualizaciju rješenja dopunom do potpunog kvadrata, ali s  $a \neq 1$ . To može biti ujedno i uvod u sljedeću jedinicu: *Diskriminanta kvadratne jednadžbe*.

Učenici koji žele i mogu, neka naprave prezentaciju s raznim primjenama kvadratne jednadžbe ili neka riješe složenije zadatke iz udžbenika. Neka istraže internet i pokušaju dobiti ideju za

osmišljavanje svojih zadataka koji se svode na rješavanje kvadratne jednadžbe. Ideju mogu pronaći npr. na stranicama:

- Math is fun: [Real World Examples of Quadratic Equations](#)
- Portal Element: [12 zadataka primjene](#)
- + plus magazine ... living mathematics: [101 uses of a quadratic equation](#).

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Za učenike s motoričkim poteškoćama preporučuje se ponoviti gradivo o načinu rješavanja jednadžbi. U primjerima i zadacima se preporučuje staviti naglasak na zadatke s jednostavnijim brojevima (primjer 4 je dosta složen, za učenika valja odabrati jednostavnije zadatke za svaki segment nastavne jedinice). Zbog bržeg umaranja i zbog brzine obrade nastavnog sadržaja učenici s motoričkim poteškoćama su spori u rješavanju zadataka, zbog čega je važno da nastavnik napravi smislen odabir nekoliko ključnih (reprezentativnih) zadataka, odnosno pojmova, kroz koje će učenik prolaziti tijekom ove nastavne jedinice. Pregledna tablica na kraju nastavne jedinice (I na kraju..) u pojedinim redovima je slabo vidljiva, te na to treba skrenuti pozornost učeniku i služiti se svim opcijama u izborniku koje će olakšati vidljivost tablice. Učeniku s motoričkim poteškoćama također valja dati ulogu u projektnoj aktivnosti.

Za učenike sa specifičnim poteškoćama u učenju potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Verdana ili Dyslexia). Uvodni tekst mogao bi biti jezično zahtjevan za učenike s jezičnim poteškoćama, zbog čega taj tekst valja proći zajednički s učenikom ili ga pojednostavniti u editoru uređaja, postavljajući ključna pitanja:

Koliko čokolada ima redova?

Koliko je komadića u jednom redu?

Može li svatko dobiti jednak broj redova?

Koliko redova može svatko dobiti?

Određenje kvadrata binoma valja vraćati na zaslone uređaja za učenike s diskalkulijom kako bi ga mogli vidjeti prilikom rješavanja zadataka. Isto tako ih je važno podsjetiti na osnovne principe rješavanja jednadžbi. U zadatku 2 učenike sa specifičnim poteškoćama u učenju valja uputiti da rješavaju tvrdnju po tvrdnju (uz uvećanje tvrdnje koju rješavaju) te voditi računa o tome jesu li razumjeli uputu.

Učenika s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se uključiti u projektni zadatak na način da mu se zada jasna i jednostavna uputa da, služeći se internetom, prikupi podatke o tome gdje se susrećemo sa zlatnim rezom. To je ujedno prilika da se učeniku s poremećajem iz spektra autizma osigura i vršnjačka potpora (uz jasnu uputu drugom učeniku) prilikom sudjelovanja u projektu.

## 2.4. Diskriminanta kvadratne jednadžbe



---

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

---

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenome i pismenome izražavanju
- Spoznati osnovna matematičke znanja i razviti matematičke vještine povezane s diskriminantom kvadratne jednadžbe
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima
- Učinkovito i promišljeno upotrebljavati tehnologiju

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Odrediti diskriminantu kvadratne jednadžbe
- Argumentirati prirodu rješenja kvadratne jednadžbe
- Odrediti vrijednosti realnog parametra u kvadratnoj jednadžbi uz zadane uvjete na rješenja kvadratne jednadžbe

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički, projektni rad učenika te kao radni materijal za obrnutu učionicu

### Uvod i motivacija

**Motivacijski primjer**, odnosno pitanje, potiče učenike na razmišljanje o tome postoji li način utvrđivanja tipa rješenja kvadratne jednadžbe bez računanja tih rješenja.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Ponovimo

Zajedno s učenicima napravite malu sistematizaciju do sada naučenoga gradiva: nepotpune i potpune kvadratne jednadžbe; opći i normirani oblik kvadratne jednadžbe te formule za njihova rješenja; diskriminantu i ovisnost rješenja o diskriminanti. Neka nakon toga pokušaju sami odgovoriti na pitanja iz ponavljanja gradiva i doći do zaključka o vezi s diskriminantom i rješenjima.

#### Uvođenje pojma diskriminante i rješavanje elementarnih zadataka

Nakon definiranja i riješena uvodna 3 primjera neka učenici sami uvježbaju traženje diskriminante uz pomoć [GGB apleta](#). Ujedno mogu i ponoviti traženje rješenja primjenom dobivene vrijednosti za izraz pod korijenom. Možete ih upozoriti na to da obrate pažnju kad je generirana kvadratna jednadžba normirana i kada je zgodno koristiti se rješenjima za normiranu kvadratnu jednadžbu. Pazite, tada nema diskriminante u obliku u kojem smo je radili.

Predlažemo da organizirate malo natjecanje. Jedan učenik (može i profesor) neka generira jednadžbu (prikaz putem projektora da svi vide istu jednadžbu); učenik koji najbrže točno izračuna diskriminantu i pogodi tip rješenja, dobije bod, kao i učenik koji najbrže dobije rješenja kvadratne jednadžbe. Najbolje učenike možete nagraditi ocjenom ili nekim slatkim iznenađenjem, koje će ih na stolu čekati kao motivacija (možda čak i tri nagrade) dok rješavaju zadatak. Kriteriji se mogu i postrožiti, pa možete dijeliti i negativne bodove učenicima koji se jave, a dobili su pogrešan rezultat. GGB aplet za ponavljanje diskriminante možete potražiti u [OneNote metodičkom priručniku](#).

#### Primjena - rješavanje složenijih zadataka

Zajedno s učenicima diskutirajte o zadacima s parametrima i analizirajte moguće slučajeve. Neka učenici uoče da kvadratna jednadžba koju možemo prikazati kao potpun kvadrat ima



jedno realno dvostruko rješenje. Isto tako treba paziti na vodeći koeficijent za koji, ako nije konstanta, treba ispitati uvjet  $a \neq 0$ . Zadatak s parametrom, gdje se traži takav  $m$  da su rješenja realna i dvostruka, riješio je prof. Vjenceslav Baković u GGB-u; potražite aplet u OneNote metodičkom priručniku.

## Korelacija

Dodatna tema sadrži zadatke koji se vežu uz starije gradivo iz matematike: kompleksni brojevi, linearna jednadžba, rješavanje sustava (zadatak riječima) te opseg i površina pravokutnika.

## Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a nalazi se kratak sažetak najvažnijih pojmova iz ove jedinice, koju isto tako učenici mogu sami napraviti u obliku panoa, plakata ili primjenom nekog Web 2.0 alata za umne mape ([Coggle](#) ili [Popplet](#), o kojima više možete naučiti u [e-laboratoriju](#)) ili za prezentacije ([Google disk](#), [Office 365](#), kojem učenici mogu pristupiti svojom CARNET lozinkom).

## Dodatni prijedlozi/korelacija

Svakako uputite bolje učenike da riješe zadatke iz Dodatne teme. Zadatci su korelacija s prethodnim gradivom iz matematike: kompleksni brojevi, linearna jednadžba, rješavanje sustava te opseg i površina pravokutnika. Kod parametarskih jednadžbi bitno je uočiti uvjete na nazivnik i vodeći koeficijent.

Uputite učenike na dodatno učenje i sadržaje na internetu, kao što su:

[Khan Academy](#)

[Math Is Fun](#)

[Virtual Nerd](#)

[Encyclopædia Britannica](#)

[Study.com](#)

Niz poveznica na zadatke koje je riješio Toni Milun možete potražiti u [OneNote metodičkom priručniku](#).



## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Nakon zanimljivosti u jedinici o Cardanovim brojevima predložite učenicima da sami istraže [rješavanje jednadžbi trećeg stupnja](#) te ispitivanjem diskriminante u Cardanovoj formuli odrede tip rješenja jednadžbe. Na ovoj poveznici objašnjen je i postupak traženja rješenja, uz kalkulator za kubne jednadžbe. Više o kubnoj jednadžbi učenici mogu pronaći na [Wikipediji](#) ili u [PDF obliku](#). Uputite ih na GGB aplet prof. Damira Belavića o diskriminanti u Cardanovoj formuli, koji možete pronaći u [OneNote metodičkom priručniku](#).

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Ova jedinica počinje ponavljanjem kvadratne jednadžbe kao i formule za njezino rješavanje, na što je izrazito važno podsjetiti djecu s poteškoćama (primjerice, izvjesiti formule na vidljivo mjesto, vraćati ih na zaslon).

Učenicima s motoričkim poteškoćama valja osigurati potporu pomoćnika, kao i dulje vrijeme rješavanja svih zadataka koji zahtijevaju izračun. Isto tako se može napraviti odabir zadataka koje učenik mora riješiti, primjerice jedan od predviđena tri zadatka (zadatak 2). Videozapis o rješenju kvadratne jednadžbe u ovisnosti o predznaku diskriminante valja zaustaviti (pauzirati) na samome kraju, kako bi učenici dulje vrijeme mogli promatrati tri moguća rješenja. Zadatak 7 preporučuje se vizualno i jezično pojednostavniti na sljedeći način:

$$(c-3)x^2-(c+2)x+2c+1=0$$

C različit od 0, jednadžba je kvadratna

C jednak 0, jednadžba je linearna.

Za učenike sa specifičnim poteškoćama u učenju potrebno je vizualno naglasiti pojedine ključne riječi i formule (npr. determinanta). Tri moguća rješenja kvadratne jednadžbe u ovisnosti o predznaku diskriminante, koje su prikazane u videozapisu, valja prikazati na ekranu za vrijeme računanja zadataka koji slijede nakon videozapisa. S učenicima s jezičnim poteškoćama valja raspraviti o mogućim novim pojmovima ili ih podsjetiti na njih (primjerice, nenegativan broj). Primjer 4 jezično je zahtjevan, zbog čega ga valja objasniti jednostavnijim rječnikom (posebno za učenike s jezičnim poteškoćama). Ako učenici samostalno rješavaju zadatak 8, u njemu je važno razdijeliti redove u editoru uređaja (između zadataka od 1 do 4).

Učenici s drugim poteškoćama (poremećaj pažnje, poremećaj iz spektra autizma) mogu dobiti zadatak da se aktivnije uključe u dio sata kada se ponavlja gradivo (...i na kraju), na način da ostalim učenicima sažmu osnovne definicije, odnosno rješenja kvadratne jednačbe. Aktivnost ovoga tipa valja unaprijed dogovoriti s nastavnikom, pružajući učeniku jasnu uputu (primjerice, izrada jednostavne mape s formulom i rješenjima kvadratne jednačbe).

## 2.5. Viéteove formule



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Upoznati se s Viéteovim formulama
- Spoznati osnovne veze između rješenja kvadratne jednadžbe i njezinih koeficijenata
- Primijeniti Viéteove formule u rješavanju složenijih zadataka
- Primijeniti matematički jezik u usmenome i pismenome izražavanju

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Odrediti Viéteove formule
- Primijeniti Viéteove formule u složenijim zadacima određivanja koeficijenata kvadratne jednadžbe
- Povezivati Viéteove formule s normiranom kvadratnom jednadžbom
- Primijeniti Viéteove formule izravno u traženju rješenja kvadratne jednadžbe

#### Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Samostalno učenje
- Korištenje informatičke tehnologije
- Rješavanje problema
- Samovrednovanje

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Na dva interaktivna apleta izrađena u Geogebri učenici mogu logičkim povezivanjem pronaći vezu između koeficijenata kvadratne jednadžbe i njezinih rješenja. Više o GGB-u možete pročitati na stranicama [e-laboratorija](#).

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Uvodno ponavljanje

Za uvodno ponavljanje stavljeni su Geogebri apleti u kojima učenik treba znati što su koeficijenti kvadratne jednadžbe te pronaći njezina rješenja.

#### Viéteove formule

Nakon uvođenja Viéteovih formula riješite dane primjere i zadatke.

Učenici mogu pročitati biografsku crticu o Francoisu Viéteu te više istraživati o njemu na poveznici u [Wikipediji](#).

Rješavajući zadatke učenici će naučiti kako se služiti Viéteovim formulama u traženju rješenja kvadratne jednadžbe te računanja vrijednosti izraza koji sadrže rješenja kvadratne jednadžbe. Rješavat će složenije zadatke s kvadratnim jednadžbama koje sadrže parametre.

Video Tonija Miluna pomoći će im u tome.

Složenost zadataka zahtijeva nastavnikovu pomoć učeniku.

#### Za one koji žele znati više

Pripremljen je tekst na [poveznici](#) za dodatno istraživanje Viéteovih formula u simetričnim polinomima.

#### Uvježbajmo

Niz zadataka različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih aspekata uporabe Viéteovih formula, rješavanja kvadratnih jednadžbi i diskriminante kvadratne

jednadžbe. Zadatci mogu izvršno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti, jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju o rješenju zadatka.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

## Završetak

Na samome kraju učenici mogu procijeniti svoje znanje rješavanjem zadataka za samoprocjenu.

Uputite učenike na pretraživanje interneta.

## Dodatni prijedlozi

U [OneNote metodičkom priručniku](#) nalazi se poveznica na videozapise s Youtubea o rješenjima kvadratne jednadžbe (na engleskom jeziku). Upotrijebite ih kao dodatni sadržaj.

Na kraju nastavne jedinice, prije rješavanja zadataka za samoprocjenu, može se napraviti neki kviz, primjerice kviz u Kahootu ili u Socrativeu, kako bi se u nastavu unijelo malo dinamike i natjecateljskog duha, a ujedno i kako bi se ponovile osnovne činjenice o Viéteovim formulama. Više o kvizovima možete pročitati na [e-laboratoriju](#).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više, predlažemo istraživanje interneta i teme Viéteovih formula.

Darovite učenike uputite na dodatno istraživanje Viéteovih formula za jednadžbe stupnja većeg od 2. [Poveznica](#) na Wikipediju (na engleskom jeziku).

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s motoričkim poteškoćama valja osigurati pomoć pri popunjavanju tablice te prema potrebi smanjiti broj zadataka koje učenik treba riješiti unutar same tablice. Formule trebaju biti postavljene na vidljivo mjesto.

Drugi i četvrti zadatak jezično su zahtjevni, zbog čega ih je važno pojednostavniti, posebno za učenike s jezičnim poteškoćama ili diskalkulijom, primjerice:

Dana je normirana kvadratna jednadžba

$$x^2+px+q=0.$$

Odredi koeficijente  $p$  i  $q$  za koje je razlika rješenja 6, a razlika kubova rješenja 54.

„Čitanje ili pogađanje“ rješenja izravno iz kvadratne jednadžbe bez računanja može biti zahtjevno za djecu s motoričkim poteškoćama, kao i za djecu sa specifičnim poteškoćama u učenju. Tim učenicima valja omogućiti računanje i ne inzistirati na „čitanju“ rješenja, zbog zahtjeva na sustav pamćenja i brzinu obrade.

## 2.6. Faktorizacija kvadratnog trinoma



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Upoznati se s metodom rastavljanja trinoma na faktore
- Primijeniti znanja o kvadratnoj jednadžbi u postupku rastavljanja trinoma na faktore
- Primijeniti matematički jezik u usmenome i pismenome izražavanju

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Faktorizirati kvadratni trinom (kvadratnu jednadžbu)
- Odrediti kvadratnu jednadžbu ako su zadana rješenja

#### Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Samostalno učenje
- Korištenje informatičke tehnologije
- Rješavanje problema

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

U uvodu se učenika potiče na učenje novih metoda rješavanja zadataka u matematici.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Uvodno ponavljanje

Za uvodno ponavljanje o rastavljanju trinoma na faktore možete upotrijebiti digitalne obrazovne sadržaje u Matematika 1 ili se učenici mogu prisjetiti s pomoću ilustracije (mentalne mape). Kao dodatni sadržaj možete upotrijebiti i video s [poveznice](#) objavljen na Youtubeu, na kanalu blackpenredpen.

#### Rastav na faktore

Na danom primjeru učenicima osvijestimo da do sada znane metode ne pomažu uvijek. Uvedemo ih u razmatranje kvadratnog trinoma i povezivanja s rješenjima kvadratne jednadžbe. Učenicima izvedemo formulu za rastav trinoma. Učenicima se na primjerima pojašnjava i obrnut proces. Kako iz rješenja dobiti jednadžbu.

Video Tonija Miluna vizualno pojašnjava rješavanje složenijeg zadatka.

#### Uvježbajmo

Niz zadataka različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih aspekata uporabe naučene formule. Zadatci mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti, jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju o rješenju zadatka.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

### Završetak

Na samome kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete sistematizaciju naučenog. Učenike treba uputiti na samostalno istraživanje problema na internetu.



## Dodatni prijedlozi

U [OneNote metodičkom priručniku](#) nalaze se poveznice na videozapise s Youtubea o rastavu trinoma na faktore (na engleskom jeziku).

Na kraju nastavne jedinice, prije rješavanja zadataka za samoprocjenu, može se napraviti neki kviz, primjerice kviz u Kahootu ili Socrativeu, kako bi se u nastavu unijelo malo dinamike i natjecateljskog duha, a ujedno i kako bi se ponovile osnovne činjenice o kvadratnim trinomima. Više o kvizovima možete pročitati na e-laboratoriju.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predložimo istraživanje interneta i teme kvadratnih trinoma.

Darovite učenike uputite na istraživanje rastavljanja trinoma u [članku](#) Sanje Varošaneć u časopisu [Matematika i škola](#).

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Podsjećanje na načine rastavljanja polinoma na faktore posebno je važno za učenike s poteškoćama. Shemu bi bilo dobro postaviti na vidljivo mjesto u učionici.

U zadatku uparivanja kvadratnog trinoma ili binoma s faktoriziranim izrazom važno je osigurati pomoć učenicima s motoričkim poteškoćama (povlačenje mišem). Valja im također osigurati pomoć kod izračuna te odabrati od svake skupine zadataka onaj „reprezentativni“ zadatak za koji se očekuje da će ga učenik s motoričkim poteškoćama riješiti. Preporučuje se osigurati višekratno gledanje videozapisa koji prati zadatak 5. Učeniku s motoričkim poteškoćama svakako će biti potrebno osigurati pomoć kod izračuna sličnog zadatka koji slijedi nakon videozapisa.

Tekst u prvom primjeru pisan je jasno i jednostavno no, prema potrebi, učenicima s jezičnim poteškoćama valja pojasniti pojedine dulje rečenice (primjerice: Nije jednostavno sjetiti se...). Jezične prilagodbe su potrebne i kod primjera 4. Kod primjene Vieteove formule razmaci između brojeva nisu dovoljno veliki (u nastavku primjera 1), o čemu valja voditi računa kako kod učenika s motoričkim poteškoćama tako i kod učenika sa specifičnim poteškoćama u učenju. U takvim situacijama zadatak valja urediti u editoru uređaja ili „raspisati“ na ploči. Ista sugestija vrijedi i kod primjera 2, u kojem se savjetuje podzadatke razdijeliti u retke.

Učenike s jezičnim poteškoćama valja podsjetiti na značenje pojedinih pojmova (polinom I. stupnja).

## 2.7. Sustavi kvadratne i linearne jednadžbe



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Spoznati razliku između linearne i kvadratne jednadžbe
- Primijeniti matematički jezik u usmenome i pismenome izražavanju

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati linearnu i kvadratnu jednadžbu
- Riješiti sustav linearne i kvadratne jednadžbe

#### Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Samostalno učenje
- Korištenje informatičke tehnologije
- Rješavanje problema

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Učenicima se navodi primjer iz svakodnevnog života kako bi bili motivirani rješavati zadatke u nastavku.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Uvodno ponavljanje

U sklopu rješavanja uvodnih primjera ponavljamo rješavanje kvadratne jednadžbe.

#### Sustav kvadratne i linearne jednadžbe

Kroz povijesne primjere zadataka Al – Karajija i Diofanta učenicima se pokazuje kako rješavati sustave, koje se matematičke situacije pojavljuju i kako ih riješiti. Primjeri nam pomažu i kod uvođenja najbolje metode rješavanja (supstitucije) te objašnjavaju zašto se drugim metodama gotovo uvijek nije moguće koristiti. Dana je i animacija koja zorno pokazuje postupak rješavanja.

Učenicima je moguće zadati dodatno istraživanje o Al – Karajiju na [poveznici](#) s Wikipedije (na engleskom jeziku) ili o Diofantu, također na [poveznici](#) s Wikipedije.

Definiramo simetrične sustave.

Dana je i korelacija s fizikom u zadatku o otporima.

#### Uvježbajmo

Niz zadataka različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih sustava linearne i kvadratne jednadžbe. Zadaci mogu izvršno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti, jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju o rješenju zadatka.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Dodatne zadatke možete pronaći u online [udžbeniku](#) (na engleskom jeziku). Izvor: internet.

Za uvježbavanje možete upotrijebiti kalkulator na internetu (na engleskom jeziku):

[Linear and Quadratic equation solver](#) na portalu [Wolfram Alpha](#),

[Solver](#) na portalu [IXL](#).

## Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete prijedlog projektnog zadatka o dimenzijama formata papira, kojim povežemo sadržaje iz matematike s učeničkim okruženjem i interesima. Zadatak je kasnije razrađen u jedinici Aktivnosti, a također postoje i izvori na internetu vezani uz tu temu. Za razumijevanje projektnog problema pogledati s učenicima [video](#) na Youtubeu.

Uputite učenike na pretraživanje interneta.

## Dodatni prijedlozi

U [OneNote metodičkom priručniku](#) nalaze se poveznice na videozapise s Youtubea (na engleskom jeziku). Upotrijebite ih kao dodatni sadržaj.

Na kraju nastavne jedinice, prije rješavanja zadataka za samoprocjenu, može se napraviti neki kviz, primjerice kviz u Kahootu ili Socrativeu, kako bi se u nastavu unijelo malo dinamike i natjecateljskog duha, a ujedno i kako bi se ponovile osnovne činjenice o sustavima. Više o kvizovima možete pročitati na [e-laboratoriju](#).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predložimo [video o sustavu simetričnih jednadžbi](#). Na internetu se može naći niz zadataka s [natjecanja iz matematike](#) te s [Državnih matura](#).

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predložimo upotrebu [videa](#) na hrvatskom jeziku.

Problemski zadatak kojim počinje nastavna jedinica valja jezično pojednostavniti ili dodatno pojasniti, posebno za učenike s jezičnim poteškoćama (primjerice, razlomiti zadatak na manje cjeline i jasno naglasiti glavno pitanje: Koliko metara ograde je potrebno?).

Definicija sustava kvadratne i linearne jednadžbe također je složena, zbog čega se savjetuje vizualna podrška (razdijeliti retke, naglasiti ključne riječi, kao što su linearna i kvadratna

jednadžba) i jezično pojednostavnjivanje (u editoru uređaja). Na taj će način učenici s motoričkim poteškoćama, kao i učenici sa specifičnim poteškoćama u učenju, lakše proći kroz definiciju te će im to olakšati njezino upamćivanje. Ključne riječi tijekom cijele jedinice valja dodatno naglašavati (metoda supstitucije).

U primjerima 1 i 2, kao i u zadacima, valja osigurati potporu učenicima s motoričkim poteškoćama.

Kod zadatka Izradi vježbu valja podijeliti učenike u manje skupine, tako da učenik s poteškoćama dobije jasnu uputu koja je njegova uloga u skupini; i njegovim vršnjacima pojasniti stupanj podrške koju će oni pružiti učeniku s poteškoćama prilikom vježbe.

## 2.8. Bikvadratne jednadžbe



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Upoznati se s pojmom bikvadratne jednadžbe
- Primijeniti znanja vezana uz kvadratne jednadžbe na rješavanje bikvadratne jednadžbe
- Diskutirati o rješenjima bikvadratne jednadžbe
- Primijeniti matematički jezik u usmenome i pismenome izražavanju

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Riješiti zadatke s bikvadratnom jednadžbom
- Otkriti vezu između svih rješenja bikvadratne jednadžbe

#### Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Samostalno učenje
- Korištenje informatičke tehnologije
- Rješavanje problema

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: **1 sat**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

U uvodu se, kroz problemski zadatak i rješavanje sustava dviju jednadžbi, dolazi do bikvadratne jednadžbe. Ponavljaju se znanja vezana uz rješavanje sustava linearnih jednadžbi, povezuju s rješavanjem sustava linearne i kvadratne jednadžbe te se metodom supstitucije dolazi do nove vrste jednadžbi. U uvodu je dan aplet u kojem se može naslutiti rješenje zadanog problema.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Bikvadratna jednadžba

Nakon definiranja bikvadratne jednadžbe objašnjen je postupak rješavanja takvih jednadžbi. Postupak je detaljno razrađen i u obliku videoprikaza. Nakon detaljnog objašnjenja samog postupka, rješenja bikvadratne jednadžbe vide se i na jednom grafičkom prikazu. Tu se pokušava vizualizirati zašto bikvadratna jednadžba može imati četiri rješenja.

#### Veza između rješenja bikvadratne jednadžbe

U nekoliko primjera i rješavajući zadatke učenici će uočiti različit broj i vrstu rješenja bikvadratne jednadžbe. Važno je da uoče da se mogu pojaviti najviše četiri različita rješenja, a da se kompleksna rješenja pojavljuju u parovima - kompleksni broj i konjugirano kompleksni broj. Također je važno da učenici uoče kako faktorizirati bikvadratne jednadžbe.

#### Uvježbajmo

Niz zadataka različitih razina složenosti pripremljen je za uvježbavanje različitih aspekata uporabe kvadratne jednadžbe. Zadatci obuhvaćaju sve jedinice koje su prethodile bikvadratnim jednadžbama, a ujedno su i vježba vezana uz ovu jedinicu. Mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti, jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju o rješenju zadatka.

### Završetak

Na samome kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete sažetak vezan uz bikvadratne jednadžbe.



## Dodatni prijedlozi

U Pomoćnim interaktivnim materijalima nalazi se poveznica na video na Youtubeu o načinu rješavanja bikvadratnih jednadžbi. Autor videa je Toni Milun, a može služiti kao dodatni sadržaj.

Bikvadratne jednadžbe se spominju i na [Wikipediji](#), gdje su uz bikvadratne jednadžbe dane simetrične jednadžbe četvrtog stupnja i jednadžbe šestog stupnja. Ti sadržaji mogu se kroz projektnu nastavu približiti učenicima koji žele znati više.

Bikvadratne jednadžbe se također spominju u članku objavljenom u MIŠ-u: [Metoda supstitucije](#), autora Zdravka Kurnika. I ovdje se pojavljaju još neki problemi koji mogu poslužiti za dodatni rad učenika.

Na engleskom jeziku postoji niz materijala namijenjenih učenju bikvadratnih jednadžbi. Neki od njih su:

[Vitutoorov web](#), na kojem je objašnjeno kako se rješavaju bikvadratne jednadžbe i riješeno je nekoliko primjera

[Sangaku Maths](#)

[Online calculator](#) daje rješenja bikvadratnih jednadžbi

[Youtube video materijal](#) s primjerom bikvadratne jednadžbe

[Video upute](#) za uporabu Symbolab kalkulatora (link na symbolab kalkulator je dan u pomoćnim interaktivnim sadržajima).

Na kraju nastavne jedinice, prije rješavanja zadataka za samoprocjenu, može se napraviti umna mapa vezana uz kvadratne jednadžbe. Alati za izradu umnih mapa su [Coggle](#), opisan na [e-laboratoriju](#), te [Popplet](#), o kojem također možete pročitati na [e-laboratoriju](#).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predložimo istraživanje interneta i teme kompleksnih brojeva.

Kompleksni brojevi u uskoj su vezi s fraktalima. Učenici mogu istraživati primjenu fraktala.

Veza fraktala i analiza slika:

<http://www.fractal.org/Life-Science-Technology/Publications/Fractal-signals.pdf> (materijal na engleskom jeziku).

Za dodatne projektne zadatke možete se služiti poveznicama.

Na poveznicama (na engleskom jeziku) objašnjena je primjena fraktala u:

- Geografiji [https://en.wikipedia.org/wiki/Fractal\\_landscape](https://en.wikipedia.org/wiki/Fractal_landscape) i <https://en.wikipedia.org/wiki/Coast>
- umjetnosti [https://en.wikipedia.org/wiki/Fractal\\_art](https://en.wikipedia.org/wiki/Fractal_art)
- medicini <https://en.wikipedia.org/wiki/Neuroscience>

Sve te poveznice, kao i mnoge druge, možete pronaći na web adresi: [https://en.wikipedia.org/wiki/Fractal\\_analysis](https://en.wikipedia.org/wiki/Fractal_analysis).

Darovite učenike uputite na dodatno istraživanje kompleksnih brojeva u korelaciji s fizikom u GO - LAB –u, na poveznici: <http://www.golabz.eu/lab/optical-fourier-transformation>.

Što je GO-LAB, pročitajte na [e - laboratorij](#).

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kod uvodnog zadatka valja voditi računa o tome da se učeniku s motoričkim poteškoćama osigura potpora pomoćnika (pomicanje točke B) kao i kod zadatka spajanja bikvadratnih jednadžbi s njihovim rješenjima. Učenika s motoričkim poteškoćama valja usmjeriti na rješavanje zadataka koji zahtijevaju da/ne odgovor više nego na zadatke koji zahtijevaju izračun. Prilikom odabira zadataka važno je voditi računa o tome da odabrani zadatci sadržajno pokrivaju ishode nastavne jedinice.

Tekstovi u ovoj nastavnoj jedinici su jasni, osim teksta koji slijedi nakon defincije bikvadratne jednadžbe. Taj tekst valja pojasniti učeniku koji ima poteškoće jezičnoga razumijevanja ili ga treba jezično pojednostavniti.

Reprodukciju videozapisa (primjer 2) valja pokrenuti više puta, posebno ako se u razredu nalazi učenik s motoričkim poteškoćama ili oštećenjem vida i sluha.

## 2.9. Primjena kvadratnih jednadžbi



---

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

---

#### Ciljevi i zadaće

- Upotrijebiti matematički način rasuđivanja
- Rješavanje problemskih situacija upotrebom kvadratne jednadžbe i sustava jednadžbi
- Primijeniti matematički jezik u usmenome i pismenome izražavanju
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Modelirati problemsku situaciju
- Definirati pripadajuću kvadratnu jednadžbu
- Interpretirati rješenje upotrebom digitalnih alata

#### Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Samostalno učenje
- Korištenje informatičke tehnologije
- Rješavanje problema

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

U uvodu je prikazana tzv. Gaussova dosjetka. Zanimljiva anegdota o tome kako je Gauss izračunao sumu prvih 100 prirodnih brojeva iskorištena je za dobivanje kvadratne jednadžbe koja pokazuje povezanost broja  $n$ , prvih prirodnih brojeva i sume.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Primjena kvadratnih jednadžbi

U nekoliko problemskih situacija pokazana je primjena kvadratnih jednadžbi na rješavanje različitih vrsta problema. Definirani su problemi drugog stupnja i dane upute za rješavanje problemskih zadataka. Problemi su vezani uz matematiku i u korelaciji su s već poznatim činjenicama iz algebre i geometrije. U nastavku je dan i jedan primjer vezan uz fiziku, pojam brzine. Osim tih primjera učeniku se može dati još niz zadataka s primjenom kvadratne jednadžbe. Neki od zanimljivijih su dostupni na webu, pod nazivom [12 zadataka primjene](#).

#### Primjena sustava linearne i kvadratne jednadžbe

Nakon primjene kvadratne jednadžbe dan je primjer problema koji se svodi na sustav linearne i kvadratne jednadžbe. Detaljno je riješen problem i ponavljen je način rješavanja sustava linearne i kvadratne jednadžbe. Za usvajanje tih sadržaja predlažemo dati učenicima još nekoliko primjera primjene iz udžbenika te nekih internetskih izvora. Poučna može biti i prezentacija Nikoline Kurtović [Kvadratna jednadžba - zadatci primjene](#).

### Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete prijedlog istraživačkog zadatka u kojem se uz pomoć Geogebra apleta istražuje rješenje problema te iz tabličnog prikaza naslućuje kada je površina pravokutnika najveća.

### Dodatni prijedlozi

Na webu postoji niz stranica na kojima se mogu pronaći zadatci primjene kvadratne jednadžbe. Preporučujemo pogledati [prezentaciju](#) Nine Mikolaj Varga, u kojoj se navode neki povijesni primjeri primjene kvadratne jednadžbe te nekoliko zanimljivih zadataka primjene kvadratne jednadžbe.

Na engleskom jeziku ima niz stranica s primjerima upotrebe kvadratne jednadžbe. Neke od njih su:

- [Paul`s Online Math Notes](#)
- [Ck 12](#)
- [101 uses of quadratic equation](#)
- [KhanAcademy](#)
- [Applications of Quadratic Equations.](#)

Na kraju nastavne jedinice može se zadati učenicima da sami osmisle zadatak primjene kvadratne jednadžbe. Ta vježba se može raditi u paru, tako da svaki učenik osmisli zadatak, a partner ga riješi. Nakon osmišljavanja zadatka može se napraviti prezentacija zadataka i rješenja, pri čemu se mogu upotrijebiti razni online alati. Jedan od alata je [spiral](#), o kojemu možete detaljnije pročitati na [e-laboratoriju](#).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predložimo istraživanje interneta i teme kompleksnih brojeva.

Kompleksni brojevi u uskoj su vezi s fraktalima. Učenici mogu istraživati primjenu fraktala.

Veza fraktala i analiza slika: <http://www.fractal.org/Life-Science-Technology/Publications/Fractal-signals.pdf> (materijal na engleskom jeziku).

Za dodatne projektne zadatke možete se služiti poveznicama.

Na poveznicama (na engleskom jeziku) objašnjena je primjena fraktala u:

- Geografiji [https://en.wikipedia.org/wiki/Fractal\\_landscape](https://en.wikipedia.org/wiki/Fractal_landscape) i <https://en.wikipedia.org/wiki/Coast>
- umjetnosti [https://en.wikipedia.org/wiki/Fractal\\_art](https://en.wikipedia.org/wiki/Fractal_art)
- medicini <https://en.wikipedia.org/wiki/Neuroscience>.

Sve te, kao i mnoge druge poveznice, možete pronaći na web adresi:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Fractal\\_analysis](https://en.wikipedia.org/wiki/Fractal_analysis).

Darovite učenike uputite na dodatno istraživanje kompleksnih brojeva u korelaciji s fizikom u GO - LAB –u, na poveznici: <http://www.golabz.eu/lab/optical-fourier-transformation>.

Što je GO-LAB, pročitajte na [e-laboratorij](#).

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenik s poteškoćama može prije nastavne jedinice (u dogovoru s nastavnikom) dobiti zadatak da pronađe nekoliko zanimljivosti iz života Carla Freidricha Gaussa koje će na početku sata podijeliti s drugim učenicima (primjerice, učenik s poremećajem pažnje, učenik s poremećajem iz spektra autizma, učenik s oštećenjem vida, itd.).

Postupak rješavanja problema drugog stupnja napisan je jasno i jednostavnim jezikom. Pri rješavanju zadataka važno je da učenici imaju dostupne formule jednadžbi, kako bi ih se mogli prisjetiti (posebno učenici s diskalkulijom). Kod povezanih zadataka učenicima s jezičnim poteškoćama valja pojasniti upute i sam zadatak.

# Aktivnosti za samostalno učenje

## Ciljevi, ishodi, kompetencije

### Ciljevi i zadaće

- Ovladavanje postupcima za rješavanje kvadratne jednadžbe uz pomoć formule, dopunjavanjem do potpunog kvadrata, koristeći se svojstvima nepotpunih kvadratnih jednadžbi
- Upotrebljavanje Vieteove formule i diskriminante za diskutiranje o rješenjima kvadratne jednadžbe te pronalazak jednadžbe čija rješenja su poznata
- Ovladavanje postupkom za rješavanje sustava linearne, kvadratne te bikvadratne jednadžbe
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovito i promišljeno upotrebljavanje tehnologije
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito

### Odgojno-obrazovni ishodi

- Riješiti nepotpune i potpune kvadratne jednadžbe
- Primijeniti Vièteove formule i diskriminantu kvadratne jednadžbe
- Diskutirati o prirodi rješenja kvadratne jednadžbe
- Riješiti sustave linearne i kvadratne te bikvadratne jednadžbe
- Razmjenjivati matematičke ideje sučeljavanjem, usuglašavanjem i uvažavanjem različitih stavova
- Primijeniti kvadratnu jednadžbu pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Sposobnost primjene znanja u praksi
- Istraživačke vještine
- Učenje iz vlastitih pogrešaka

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj sati: minimalno 1 sat

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadatci i primjeri koji omogućuju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijjskih sadržaja, koji omogućuju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

### Uvod

U uvodnom dijelu dani su primjeri kvadratnih jednadžbi koje su učenici naučili rješavati u 1. razredu. U tim primjerima mogu se ponoviti pojmovi drugog korijena, apsolutne vrijednosti i faktorizacije. Učeniku je predloženo da ispita kako se koristiti kalkulatorom za rješavanje kvadratnih jednadžbi te da samostalno prouči aplikacije koje se mogu upotrijebiti za rješavanje kvadratne jednadžbe.

### Cardanova formula

Za rješavanje kubne jednadžbe dana je Cardanova formula. Učenici su upućeni da istraže povijest Cardanove formule te odakle potječe potreba za kompleksnim brojevima. Prikazan je primjer kubne jednadžbe, koja se može riješiti faktorizacijom, primjenom Cardanove formule, upotrebom kalkulatora ili pak neke aplikacije za rješavanje kubnih jednadžbi. Učenici su također upućeni na istraživanje Vieteovih formula za kubnu jednadžbu te diskriminantu kubne jednadžbe, o kojoj je bilo govora u jedinici 2.4. te je opisano u OneNote metodičkom priručniku.

### Formati papira

Učenici su upoznati s formatima A papira i njihovim svojstvom da je omjer stranica papira u formatu A uvijek  $\sqrt{2}$ . Također je poznata činjenica da su omjeri površine papira u A formatu 2. O formatima A papira postoji i [scenarij poučavanja](#) namijenjen istraživačkoj nastavi učenika. Za razliku od A formata postoji i format Foolscap, kojim se u povijesti koristilo u mnogim zemljama svijeta. Karakteristično je za taj format da mu je omjer stranica jednak zlatnom rezu. O pojmu zlatnog reza detaljnije je napisano u jedinici 2.3., Rješavanje kvadratne jednadžbe te je u [OneNote metodičkom priručniku](#) poveznica na aplet za konstrukciju zlatnog reza.

### Simetrični sustavi

Rješavanjem simetričnih sustava linearne i kvadratne jednadžbe mogu se ponoviti načini rješavanja sustava metodom supstitucije, ali i faktorizacija kvadratnog trinoma uz pomoć Vieteove formule.



## Završni dio

U završnom dijelu je dan niz teoretskih pitanja koja obuhvaćaju modul Kvadratna jednadžba. Odgovarajući na pitanja, učenik može ponoviti sve sadržaje ovog modula. Preporuka je da se na pitanja odgovara usmeno, kako bi se razvijao matematički rječnik.

## Dodatni prijedlozi

Za dodatno uvježbavanje i razumijevanje sadržaja modula Kvadratna jednadžba predlažemo:

- za uvježbavanje sadržaja vezanih uz kvadratnu jednadžbu mogu poslužiti i [domino kartice](#) autorice Željke Dijanić
- proučiti materijale dostupne na [Wikipediji](#)
- [Kalkulator](#) za rješavanje kvadratne jednadžbe
- [Elacd](#) o kvadratnoj jednadžbi
- [Skripta](#) za učenje autora Roberta Gortana
- [Kviz](#) za provjeru znanja autorice Željke Dijanić.
- Neki od materijala dostupnih na engleskom jeziku:
- kalkulator [Math.com](#)
- [Math is fun](#)
- [TheMathPage](#) o kvadratnoj jednadžbi
- kako riješiti kvadratnu jednadžbu uz pomoć [excela](#).

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime ujedno dobivaju i povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Izmjenjuju se "obični", interaktivni te kontekstualni zadatci, tako da se promjenom dinamike pažnja učenika dulje zadržava na samim sadržajima, čime se potiče i ustrajnost i samostalnost u radu.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za one koji žele znati više pripremljeni su složeniji zadatci.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje, pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala i/ili sadržaja. Prilagodbe valja odabirati temeljem specifičnih obilježja učenika s poteškoćama.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- ponoviti ili pojednostavniti upute
- jezično prilagoditi složenije zadatke
- Služiti se vizualnom podrškom: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisak
- razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- povećati razmak između redova
- formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- omogućiti uporabu džepnog računala
- voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta u odnosu na specifičnosti učenika
- omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- uporaba različitih alata koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s poteškoćama rabi asistivnu tehnologiju, nju valja integrirati i u aktivnosti za slobodno učenje.

Postupci koji se primjenjuju kod određene skupine učenika s poteškoćama:

- povezati zadatke sa specifičnim interesima učenika s ciljem osiguravanja motiviranosti, najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)
- smanjiti zahtjeve za pisanjem ili prepisivanjem s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenucima zasićenosti, uporaba podsjetnika (poremećaj pažnje)
- upotrijebiti font sans serif, prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu (specifične poteškoće u učenju)
- osigurati češće pauze tijekom rada, povezivati sadržaje s primjerima iz svakodnevnog života (specifične poteškoće u učenju)
- prezentirati zadatak usmenim putem, omogućiti uporabu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke poteškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu na izvor zvuka (oštećenje sluha).

U osmišljavanju prilagodbi uvijek valja raditi timski i kontinuirano surađivati sa stručnim timom škole, pomoćnikom i roditeljima. Kod svih učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama važno je osigurati njihovo aktivno sudjelovanje tijekom aktivnosti za slobodno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u grupama, gdje će učenik imati priliku surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima grupe).

# Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

## Ciljevi, ishodi, kompetencije

### Ciljevi i zadaće

- Ovladavanje postupcima za rješavanje kvadratne jednadžbe uz pomoć formule, dopunjavanjem do potpunog kvadrata, koristeći se svojstvima nepotpunih kvadratnih jednadžbi
- Upotrebljavanje Vieteove formule i diskriminante za diskutiranje o rješenjima kvadratne jednadžbe te pronalazak jednadžbe čija rješenja su poznata
- Ovladavanje postupkom za rješavanje sustava linearne, kvadratne, te bikvadratne jednadžbe
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovito i promišljeno upotrebljavanje tehnologije
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito

### Odgojno-obrazovni ishodi

- Riješiti nepotpune i potpune kvadratne jednadžbe
- Primijeniti Vièteove formule i diskriminantu kvadratne jednadžbe
- Diskutirati o prirodi rješenja kvadratne jednadžbe
- Riješiti sustave linearne i kvadratne te bikvadratne jednadžbe
- Razmjenjivati matematičke ideje sučeljavanjem, usuglašavanjem i uvažavanjem različitih stavova
- Primijeniti kvadratnu jednadžbu pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Sposobnost primjene znanja u praksi
- Istraživačke vještine
- Učenje iz vlastitih pogrešaka

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula 2. Kvadratna jednadžba osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stavova, s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina, sa svrhom praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha takvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućuje provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukcija, primjena i rješavanje problema; daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predložimo samostalno istraživanje teme. Također preporučujemo da učenici riješe zadatke vezane uz kvadratnu jednadžbu s Državne mature prijašnjih godina <https://www.ncvvo.hr/kategorija/drzavna-matura/provedeni-ispiti/>.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predložimo da im se u zadatcima s računanjem kvadratne jednadžbe dopusti upotreba kalkulatora.

# Pojmovnik

Izvor: CARNET-ova Dokumentacija za nadmetanje: NABAVA USLUGA IZRADE OTVORENIH DIGITALNIH OBRAZOVNIH SADRŽAJA

## *Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj (cjeloviti DOS)*

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj je obrazovni sadržaj u digitalnom obliku koji pokriva cjelokupni kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred. Jedan cjeloviti DOS obuhvaća cjelokupni godišnji fond školskih sati za kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred, prema postojećem nastavnom planu te dodatne sate za samostalno učenje i vrednovanje kod kuće.

## *Darovita djeca*

Darovita djeca su ona djeca koja posjeduju sklop osobina, visoko natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visokoga stupnja kreativnosti i motivacije koji im omogućava razvijanje izvanrednih kompetencija i dosljedno postizanje izrazito natprosječnoga postignuća i/ili uratka u jednome ili u više područja. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika*, 2016.)

## *Digitalni obrazovni materijal*

Digitalni obrazovni materijal je bilo kakav obrazovni materijal u digitalnom formatu neovisno o obliku (e-udžbenik, dio e-udžbenika, e-knjiga, cjeloviti multimedijalni materijali, obrazovna igra, digitalizirana verzija tiskanih obrazovnih materijala, on-line tečaj i dr.) i kontekstu za koji je izrađen (za primjenu u formalnom, neformalnom ili informalnom obrazovnom kontekstu).

Jedan digitalni obrazovni materijal je materijal koji sadržajno pokriva najmanje 5 nastavnih sati u potpunosti i podrazumijeva metodičko oblikovanje.

Jedan digitalni obrazovni materijal NIJE samo jedan izolirani grafički ili multimedijalni prikaz, niti prezentacija u digitalnom formatu. Nadalje, jedan digitalni obrazovni materijal NIJE tekstualni dokument (npr. word dokument) ili pdf verzija tekstualnog dokumenta koji ne podrazumijeva metodičko oblikovanje te sadržajno ne pokriva najmanje 5 nastavnih sati.

## *Digitalni obrazovni sadržaj (DOS)*

Digitalni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu. DOS je namijenjen prvenstveno učenicima za učenje, provjeru znanja i korištenje na nastavnom satu. Sekundarno, DOS je namijenjen i učenicima za samostalno učenje i rad kod kuće te, zajedno s pripadajućim priručnikom, nastavnicima za poučavanje.

## Interakcija

Interakcija je multimedijalni element ugrađen u sadržaj čija interaktivnost podrazumijeva pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa, akcije kao što su pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom komandom, obrazac za ispunjavanje, označavanje odgovora, unos teksta, formula ili audio zapisa, povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja, didaktična igra, simulacija s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima, mogućnost dobivanja povratnih informacija, interaktivna infografika, interaktivni video, žiroskopski prikaz, 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom i sl.

## E-pristupačnost

E-pristupačnost je nadilaženje prepreka i poteškoća na koje osobe nailaze kada pokušavaju pristupiti proizvodima i uslugama koji se zasnivaju na informacijskim i komunikacijskim tehnologijama (Europska komisija, 2005.)

## Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija) je uvažavanje različitosti i specifičnosti svakog pojedinca kroz odgoj i obrazovanje koji odgovara na različite odgojno-obrazovne potrebe sve djece i svih učenika, a temelji se na uključivanju i ravnopravnom sudjelovanju svih u odgojno-obrazovnom procesu. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje i prilagodbu iskustava učenja te vrednovanje postignuća djece i učenika s teškoćama*, 2016.)

## Jedinica DOS-a

Jedinica DOS-a obuhvaća dio, cijelu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta metodički obrađenih tako da obuhvaćaju sadržaj učenja i poučavanja predviđen za provođenje od jednog do tri školska sata. Jedinicu DOS-a čine sljedeći obavezni dijelovi: Uvod i motivacija, Razrada sadržaja učenja i poučavanja i Završetak.

## Kognitivne razine postignuća

Kognitivne razine postignuća obuhvaćaju razinu reprodukcije znanja, primjene znanja i rješavanje problema. Reprodukcijska razina znanja kao najniža kognitivna razina postignuća obuhvaća razumijevanje gradiva (imenovanje, definiranje, ponavljanje, izvješćivanje, razmatranje, prepoznavanje, izražavanje, opisivanje). Viša kognitivna razina postignuća je primjena znanja koja podrazumijeva konceptualno razumijevanje gradiva (raspravljavanje, primjena, tumačenje, prikazivanje, izvođenje, razlikovanje). Rješavanje problema je najviša kognitivna razina postignuća koja podrazumijeva sposobnost analize, sinteze i vrednovanja gradiva (uspoređivanje, razlučivanje, predlaganje, uređivanje, organiziranje, kreiranje, klasificiranje, povezivanje, prosuđivanje, izabiranje, rangiranje, procjenjivanje, vrednovanje, kombiniranje, predviđanje).

## Modul DOS-a

Jedan modul DOS-a obuhvaća smisleno povezan sadržaj učenja i poučavanja koji obuhvaća određeni broj jedinica DOS-a, koje obuhvaćaju jednu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta.

## Multimedijalni element

Multimedijalni element je zvučni zapis, fotografije, ilustracije, video zapis ili 2D i 3D animacije.

## Nastavni sadržaj

Nastavni sadržaj je konkretna građa i zadatci (aktivnosti) za usvajanje i razvijanje odgojnih i obrazovnih znanja, vještina i navika kojima se ostvaruje određeni odgojno-obrazovni ishod ili skup odgojno-obrazovnih ishoda.

## Objavljeni obrazovni sadržaj

Objavljeni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju u obrazovne svrhe objavljen u tiskanom ili digitalnom formatu uz pozitivnu stručnu recenziju ili pozitivnu evaluaciju od strane korisnika sadržaja.

## Obrazovni sadržaj

Obrazovni sadržaj je sadržaj, tiskanog ili digitalnog tipa, razvijen s primarnom namjenom korištenja u obrazovne svrhe, bilo u nastavi ili izvan nje, za formalno, neformalno ili informalno obrazovanje.

## Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja)

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja) je jasni iskaz očekivanja od učenika (što učenici znaju, mogu učiniti i koje stavove/vrijednosti imaju razvijene) na kraju nekog dijela učenja i poučavanja. Ovisno o razini na kojoj je izražen, neki odgojno-obrazovni ishod može se odnositi na razdoblje od jednog nastavnog sata, tematske cjeline, cijele godine ili ciklusa učenja i poučavanja nekog nastavnog predmeta ili međupredmetne teme. Ishodi mogu biti određeni kao znanja, vještine i/ili stavovi/vrijednosti.

## Osoba s invaliditetom

Osoba s invaliditetom je osobe koja ima dugotrajna tjelesna, mentalna, intelektualna ili osjetilna oštećenja, koja u međudjelovanju s različitim preprekama mogu sprečavati njihovo puno i učinkovito sudjelovanje u društvu na ravnopravnoj osnovi s drugima (Konvencija o pravima osoba s invaliditetom, 2006). Prema istoj konvenciji, invaliditet nije samo oštećenje koje osoba ima, nego je rezultat interakcije oštećenja osobe (koje nije samo tjelesno oštećenje kao najvidljivije) i okoline iz čega proizlazi da društvo neprilagođenošću stvara invaliditet, ali ga kroz tehničke prilagodbe prostora, osiguranje pomagala i drugih oblika podrške može i ukloniti. U kontekstu digitalnih obrazovnih sadržaja prilagodbe se odnose na primjenu principa univerzalnog dizajna i poštivanje standarda e-pristupačnosti pri izradi materijala.

## Otvoreni obrazovni sadržaj

Otvoreni obrazovni sadržaj je sadržaj slobodno dostupan za korištenje, doradu i izmjenu od trećih strana bez dodatne naknade.

## Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja / Repozitorij digitalnih nastavnih materijala

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja/Repozitorij digitalnih nastavnih materijala je repozitorij digitalnih nastavnih materijala izrađen u sklopu pilot projekta e-Škole.

## Suvremena pedagoška metoda

Suvremena pedagoška metoda je metoda koja potiče aktivan rad učenika kroz projektni i timski rad, rješavanje problema, učenje putem otkrivanja, stvaralačko učenje te poticanje kritičkog razmišljanja.

## Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama je daroviti učenik/dijete ili učenik/dijete s teškoćama u razvoju.

## Učenici/djeca s teškoćama

Učenik/dijete s teškoćama je dijete/učenik kojemu je u odgojno-obrazovnom sustavu potrebna dodatna podrška u učenju i/ili odrastanju. Prema Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi, NN 94/13. (pročišćeni tekst) učenici s teškoćama (Članak 65.) su: – učenici s teškoćama u razvoju, – učenici s teškoćama u učenju, problemima u ponašanju i emocionalnim problemima, – učenici s teškoćama uvjetovanim odgojnim, socijalnim, ekonomskim, kulturalnim i jezičnim čimbenicima. U Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju (NN 24/15) navode se skupine vrsta teškoća: 1. Oštećenja vida, 2. Oštećenja sluha, 3. Oštećenja jezično-govorne-glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju, 4. Oštećenja organa i organskih sustava, 5. Intelektualne teškoće, 6. Poremećaji u ponašanju i oštećenja mentalnog zdravlja, 7. Postojanje više vrsta teškoća u psihofizičkom razvoju.