



# Matematika

za 7. razred osnovne škole

## Modul 10: Linearna funkcija

Priručnik za nastavnike

Više informacija o fondovima EU-a možete pronaći na internetskim stranicama Ministarstva regionalnoga razvoja i fondova Europske unije: [www.strukturnifondovi.hr](http://www.strukturnifondovi.hr)

Ovaj priručnik izrađen je radi podizanja digitalne kompetencije korisnika u sklopu projekta e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot-projekt), koji sufinancira Europska unija iz europskih strukturnih i investicijskih fondova. Nositelj projekta je Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET. Sadržaj publikacije isključiva je odgovornost Hrvatske akademske i istraživačke mreže – CARNET.

# Impresum

## Ključni stručnjaci:

### Autori:

Tatjana Breščanski, Ljiljana Peretin

### Urednica:

Štefica Dumančić Poljski

### Stručnjak za dizajn odgojno-obrazovnog procesa ili metodičko oblikovanje nastavnih sadržaja:

Toni Milun

### Stručnjak za dizajn i izradu digitalnih sadržaja te dizajn korisničkog sučelja:

Željka Car

## Neključni stručnjaci:

### Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje:

Jasmina Ivšac Pavliša, Maja Peretić

### Stručnjak za pristupačnost:

Vedran Podobnik

## Recenzenti:

### Recenzent za metodičko oblikovanje sadržaja:

Ljerka Jukić Matić

### Recenzent za inkluzivnu prilagodbu sadržaja:

Katarina Pavičić Dokoza

## Izdanje:

1. izdanje

## Lektorica:

Snježana Ercegovac

## Priprema i prijelom:

Algebra d.o.o.

## Podizvoditelj:

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu

## Naručitelj i nakladnik:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža CARNET

## Mjesto izdanja:

Zagreb

## Više informacija:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET

Josipa Marohnića 5, 10000 Zagreb

tel.: +385 1 6661 500

www.carnet.hr



Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom  
[Creative Commons Imenovanje -Nekomercijalno-Dijeli 3.0 Hrvatska.](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/hr/)

# Sadržaj

<b>Impresum .....</b>	<b>3</b>
<b>Uvodni dio priručnika .....</b>	<b>6</b>
Kako koristiti priručnik .....	6
Što je DOS? .....	18
Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS .....	24
Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a .....	25
Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima .....	27
Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS .....	29
Suvremene nastavne metode i DOS .....	31
Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama .....	32
<b>Modul 10: Linearna funkcija .....</b>	<b>34</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	34
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a .....	34
Digitalni alati i dodatni sadržaji .....	35
<b>10.1. Pojam linearne funkcije .....</b>	<b>39</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	39
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	40
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	42
<b>10.2. Određivanje vrijednosti i argumenta linearne funkcije .....</b>	<b>44</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	44
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	45
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	47
<b>10.3. Jednadžba pravca .....</b>	<b>49</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	49
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	50
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	52
<b>10.4. Graf linearne funkcije .....</b>	<b>53</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	53

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	54
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	56
<b>10.5. Tok linearne funkcije.....</b>	<b>57</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	57
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	58
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	60
<b>10.6. Uporaba grafičkog prikaza linearne funkcije u svakodnevnom životu .....</b>	<b>61</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	61
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	62
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	63
<b>10.7. Grafičko rješavanje sustava linearnih jednadžbi .....</b>	<b>65</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	65
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	66
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	67
<b>10.8. Primjena linearne funkcije u svakom životu .....</b>	<b>69</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	69
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	70
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	71
<b>Aktivnosti za samostalno učenje .....</b>	<b>72</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	72
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	72
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	75
<b>Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda .....</b>	<b>77</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	77
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	77
<b>Pojmovnik.....</b>	<b>79</b>

# Uvodni dio priručnika

## Kako koristiti priručnik

Priručnik za primjenu DOS-a je prateći materijal uz digitalne obrazovne sadržaje (DOS) iz matematike za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred opće gimnazije (Matematika 7, Matematika 8, Matematika 1 i Matematika 2).

Sastoji se od dva bitno različita dijela: općeg dijela i dijela namijenjenog određenom razredu.

**Prvi dio priručnika** (prvih 7 poglavlja) priručnika daje uvod o digitalnim obrazovnim sadržajima i njihovoj ulozi u suvremenim metodama poučavanja. Ovaj dio je identičan za sve razrede.

**Drugi dio priručnika** daje preporuke nastavnicima za korištenje konkretnih jedinica DOS-a i multimedijalnih elemenata u odgojno-obrazovnom procesu, navodi dodatne digitalne alate i sadržaje koji će doprinijeti ostvarivanju odgojno-obrazovnih ishoda te daje smjernice i sadržaje za rad s učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (inkluzija).

Priručnik je dostupan u tri formata: PDF, ePub (format za elektroničke knjige, može se preuzeti i čitati na računalima i mobilnim uređajima) i OneNote (Microsoft OneNote 2016, digitalna bilježnica koja omogućuje na jednom mjestu održavanje bilješki i informacija s dodatnim prednostima; mogućnosti naprednog pretraživanja i umetanja multimedije).

U prvom poglavlju, koje je upravo pred Vama, navedene su upute kako koristiti priručnik na primjeru OneNote inačice.

## OneNote inačica priručnika

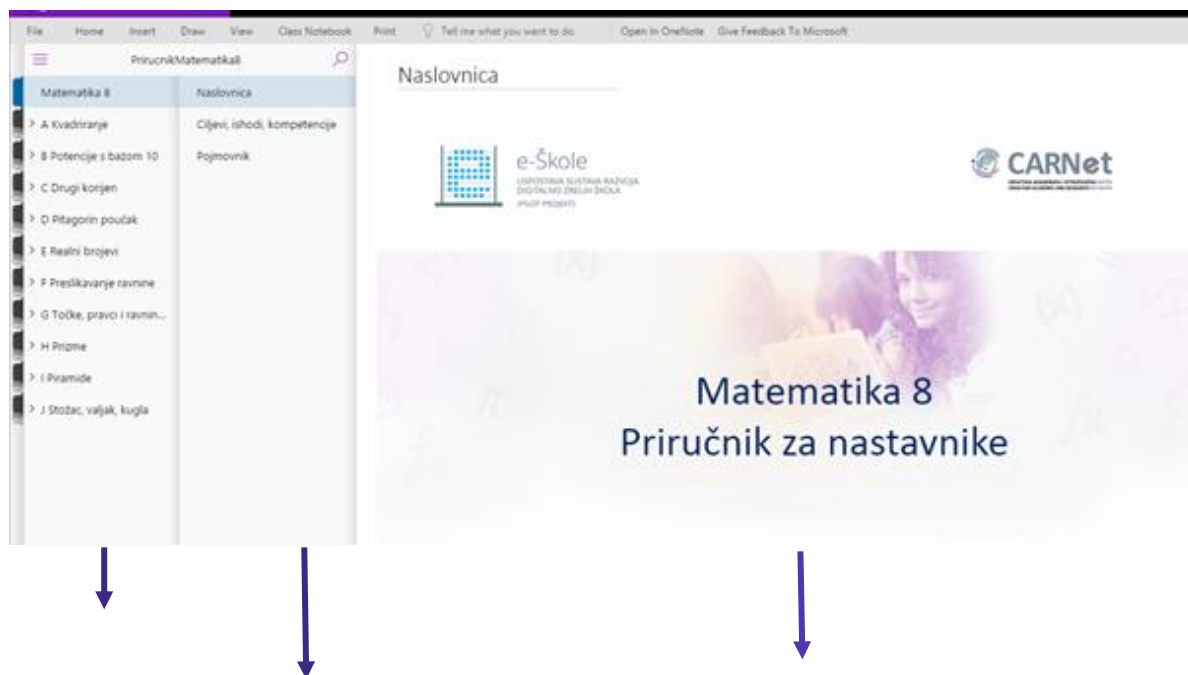
Osnovne značajke OneNote-a su:

- automatsko spremanje
- mogućnost pisanja na proizvoljnom mjestu svake stranice
- mogućnost ubacivanja svih vrsta sadržaja, dokumenata i poveznica
- mogućnost reorganiziranja i ponovnog korištenja stranica i odjeljaka
- pripadni moćni alati za označavanje i pretraživanje
- mogućnost spremanja poveznice na originalne sadržaje prilikom kopiranja
- brzo i pregledno kretanje kroz pojedine dijelove dokumenta.

OneNote inačica priručnika sadrži sve što i pdf inačica te dodatne stranice „Pomoćni interaktivni sadržaji“ na kojima su interaktivni i multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote. Tako pripremljene sadržaje učitelji i nastavnici mogu lako koristiti za nastavu te prema potrebi mijenjati i prilagoditi svojim potrebama.

U OneNote priručniku sadržaji su grupirani u odjeljke, sekcije i stranice unutar sekcija. Početni odjeljci sadrže poglavlja prvog, općeg dijela priručnika. Slijede odjeljci koji se odnose na konkretan DOS. Svaki DOS podijeljen je na module, a moduli na jedinice, što je detaljno opisano u sljedećem poglavlju.

Sadržaji koji se odnose na module konkretnog DOS-a nalaze se na stranicama odjeljka s naslovom modula, a sadržaji na razini jedinice se nalaze na stranicama sekcija s naslovima jedinica. Moduli su označeni slovima A, B, C, ..., a jedinice brojevima 1.1, 1.2 itd.



Odjeljci i sekcije

Stranice

Sadržaj stranice

Uvodni odjeljak (na slikama to je prvi odjeljak Matematika 8) ima stranice:

- **Naslovnica**
- **Ciljevi, ishodi, kompetencije**
  - Ovdje su navedeni ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini cjelovitog DOS-a prema kojima je izrađen DOS.
- **Pojmovnik**
  - U priručniku se nalazi pojmovnik ključnih pojmova prenesen iz konkretnog DOS-a.

The screenshot shows a digital textbook page for 'Matematika 8'. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is titled 'Ciljevi, ishodi, kompetencije' and lists objectives, educational outcomes, and generic competencies for the subject.

**Ciljevi, ishodi, kompetencije**

**Matematika 8**

**Ciljevi i zadaće**

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
  - Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
  - Rješavanje problemskih situacija
  - Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
  - Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
  - Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
  - Osjećivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu

**Odgojno-obrazovni ishodi**

- Primijeniti kvadriranje i korjenovanje pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primijeniti potenciranje s bazom 10 pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primijeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primijeniti realne brojeve pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnom životu
  - Primijeniti preslikavanja ravnine
  - Prepoznati prostorne oblike u jednostavnim situacijama izvan matematičkog konteksta koristeći se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
  - Koristiti se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
  - Riješiti problem iz matematike i svakodnevnog konteksta koristeći se mjernim obilježjima geometrijskih tijela

**Generičke kompetencije**

- Rješavanje problema
  - Donošenje odluka
  - Metakognicija
  - Suradnja
  - Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
  - Aktivno građanstvo

Slijede odjeljci koje obrađuju pojedine module (označeni slovima A, B, C ...). Svaki modul ima uvodnu sekciju (1.0. u modulu A, 2.0. u modulu B ...) i sekcije po jedinicama (1.1., 1.2. ... u modulu A; 2.1., 2.2. .... u modulu B itd.)

Uvodna sekcija svakog modula sadrži sljedeće stranice (na ilustracijama koje slijede to je modul A *Kvadriranje*):

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini modula.



The screenshot shows a digital textbook interface. On the left, a sidebar lists the contents of 'Priručnik Matematika 8', including sections A through J. The main content area is titled 'Ciljevi, ishodi, kompetencije' and contains the following information:

**DOS Matematika 8**  
**1. Kvadriranje**

**Ciljevi i zadaće**

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanje te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvještavanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

**Odgovno-obrazovni ishodi**

- Kvadrirati racionalni broj
- Procijeniti vrijednost kvadrata
- Napisati umnožak kvadrata kao kvadrat umnoška te količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto
- Kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva
- Prepoznati u algebarskim izrazima kvadrat zbroja i kvadrat razlike
- Rastaviti razliku kvadrata na faktore
- Primijeniti kvadriranje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

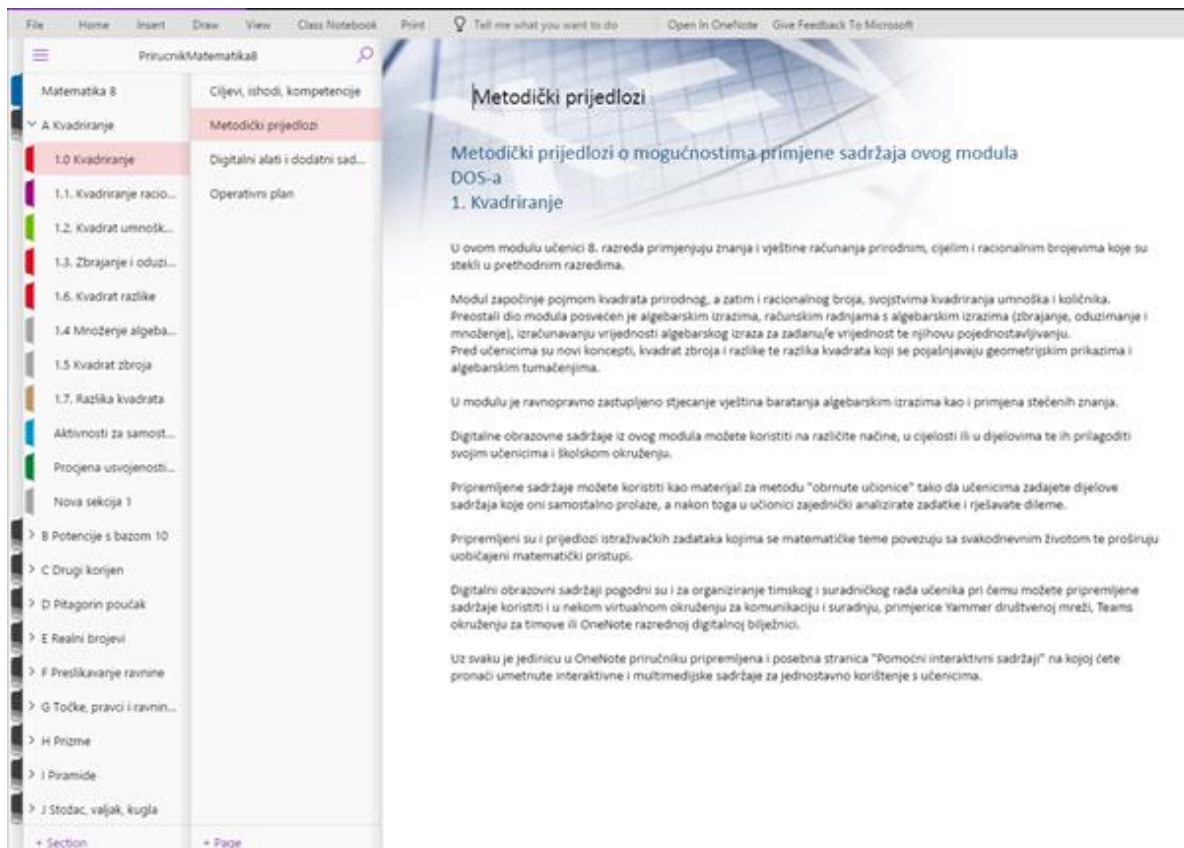
**Generičke kompetencije**

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

## Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula. To je sažetak metodičkih prijedloga za korištenje jedinica ovog modula, odnosno preporuke koje su primjenjive na sve jedinice.

Neki metodički prijedlozi i preporuke identični su u više modula, no ta ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se isti u još nekom drugom modulu.



## Digitalni alati i dodatni sadržaji

Informacije na ovoj stranici podijeljene su u tri grupe.

### Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

- Navedeni su digitalni alati koji su preporučeni u priručniku za korištenje u ovom modulu, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute.
- Većina preporučenih digitalnih alata spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

### Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

- Navedene su poveznice na sve sadržaje predložene u jedinicama modula kao pomoć u izvođenju nastave. Tako ih nastavnici mogu naći na jednom mjestu.

### Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnike

- Ovdje su predloženi izvori na kojima nastavnici sami mogu pronaći i odabrati sadržaje koji im mogu pomoći u izvođenju nastave. To su interaktivni sadržaji (animacije, simulacije...), video materijali, izvori na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te također stručni članci vezani uz područje matematike koje obrađuje modul.
- Veliki broj navedenih izvora spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul

sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

The screenshot shows a digital textbook interface for Mathematics 8. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is titled "Digitalni alati i dodatni sadržaji" and lists various digital tools and resources for learning mathematics, including GeoGebra, LearningApps, Polynomials Calculator, Kahoot, and Sway.

## Operativni plan

To je popis jedinica unutar modula s predviđenim brojem sati za njihovu obradu.

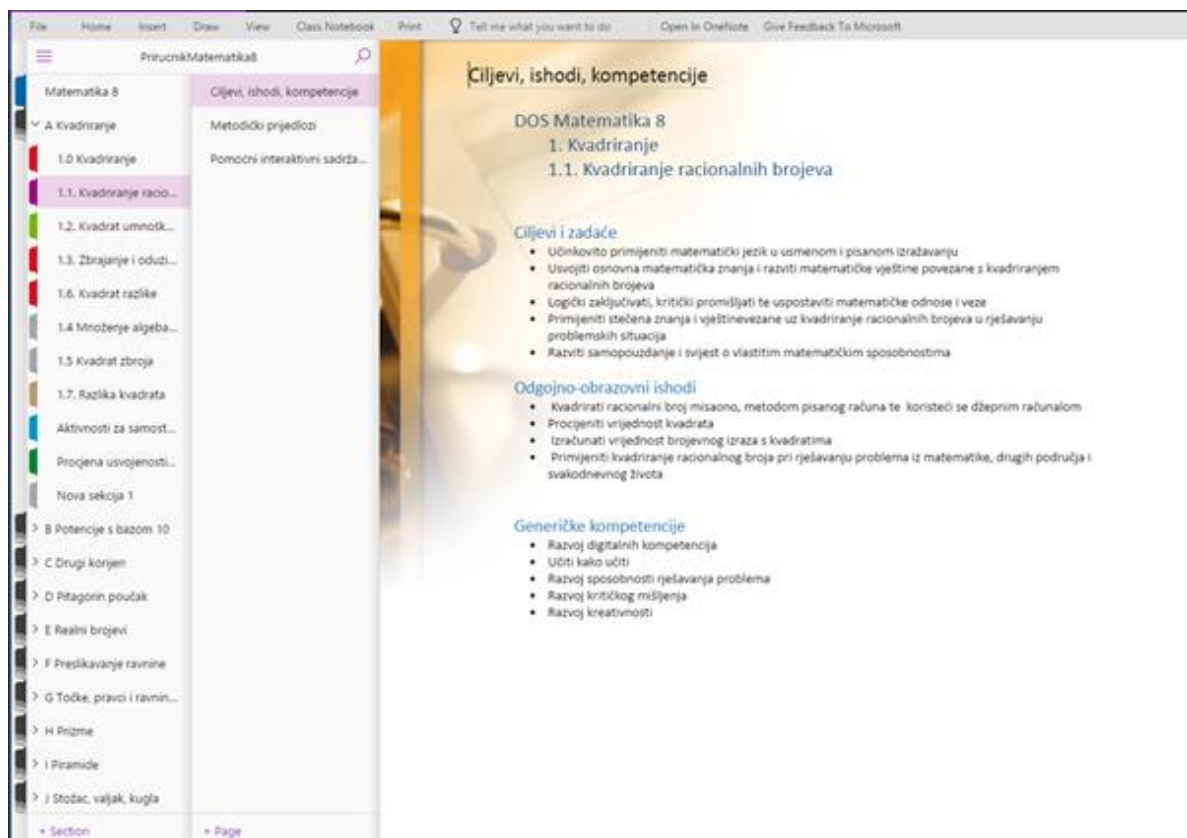
The screenshot shows a OneNote interface with a table of contents for a mathematics textbook. The table lists modules and units with their respective hours. The 'Operativni plan' section is highlighted.

Modul	Jedinica DOS-a	Broj sati
1.	Kvadriranje	16 + 1
	1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva	3
	1.2. Kvadriranje umnoška i količnika	2
	1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	2
	1.4. Množenje algebarskih izraza	2
	1.5. Kvadrat zbroja	2
	1.6. Kvadrat razlike	2
	1.7. Razlika kvadrata	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

Sekcije uz svaku jedinicu modula (na ilustracijama to je jedinica *1.1 Kvadriranje racionalnih brojeva*) sadrže sljedeće stranice:

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije za konkretnu jedinicu. Prema njima je izrađen sadržaj jedinice.



## Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja konkretne jedinice. Oni nisu pripreme za nastavni sat već prijedlozi nastavniku koje dijelove sadržaja može i na koji način koristiti u nastavi.

## Pomoćni interaktivni sadržaji

Ovdje su interaktivni, multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote.

Sekcija "Metodički prijedlozi" podijeljena je na dva dijela:

### (a) *Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice*

Započinje s općim uputama vezanim uz različite svrhe primjene jedinice (npr. obrada, ponavljanje ...), odnos prema ostalim jedinicama modula i eventualnu vezu s drugim modulima. Navedena je i preporuka koji se oblici učenja i poučavanja mogu primijeniti pri korištenju sadržaja jedinice.

Slijede prijedlozi primjene sadržaja jedinice:

- Uvod i motivacija
- Razrada sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak.

Ova podjela prati strukturu korištenu u DOS-u i tim redosljedom izdvojeni su dijelovi sadržaja koje je pogodno koristiti u nastavi. Redosljed nije sugestija organizacije nastavnog sata. Cjelovito osmišljavanje i priprema izvođenja nastave prepušteni su nastavniku, kao i izbor mjesta na kojima će uklopiti sadržaje jedinice DOS-a.

- Dodatni prijedlozi

Ovdje su navedeni dodatni prijedlozi koji mogu pomoći nastavniku u ostvarenju odgojno-obrazovnih ishoda predviđenih u jedinici. To su poveznice na digitalne sadržaje, ukazivanje na neka alternativna metodička rješenja i sl.

**(b) *Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe***

- Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Svaka jedinica sadrži dijelove koji po složenosti ili sadržaju izlaze izvan okvira programa. Oni su na ovom mjestu u priručniku istaknuti, kao i prijedlozi nastavniku kako organizirati njihovo izvođenje i prezentaciju rezultata. Ponekad su u priručniku navedeni i prijedlozi zadataka/aktivnosti koji se ne nalaze u jedinici.

Aktivnosti za učenike koji žele znati više i za darovite učenike birane su kao projektni zadaci ili dodatne teme za samostalno istraživanje. Mogu se provoditi samostalno ili u manjim skupinama.

- Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje razradili su prijedloge i smjernice nastavnicima za svaku jedinicu.



The image shows a digital textbook interface with a sidebar on the left and a main content area on the right. The sidebar contains a table of contents for 'Priručnik Matematika 8' with sections A through J. The main content area is titled 'Metodički prijedlozi' and contains the following text:

## Metodički prijedlozi

### Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

#### 1. Kvadriranje

##### 1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cjelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

#### Uvod i motivacija

Za **motivaciju** je izabran koncept površine kvadrata s duljinama stranica koje su prirodni brojevi.

#### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

##### Kvadrat prirodnog broja

Motivacijski je primjer poslužio za uvođenje pojma **kvadrata prirodnog broja**. Nakon toga je i definiran kvadrat nule. Kvadrat nule može se objasniti kao kvadrat kojemu je stranica duljine nula pa je i površina takva kvadrata jednaka nuli.

U nekoliko uvodnih primjera istaknute su važne činjenice o kvadratu prirodnog broja:

- Kvadrat je prirodnog broja prirodni broj.
- Od dva prirodna broja veći kvadrat ima onaj koji je veći.
- Postupak je kvadriranja broja različit od postupka množenja broja s dva.

##### Kvadrat racionalnog broja

**Interaktivnim predloškom** učenik **istražuje** postojanje kvadrata racionalnih brojeva. To čini postupno: prirodni brojevi s nulom, negativni cijeli brojevi, racionalni brojevi decimalnog zapisa, racionalni brojevi zapisa u obliku pravog razlomka.

Važni su naglasci u ovojme dijelu na sljedećem:

- zapis kvadrata racionalnog broja - upotreba zagrada za kvadriranje negativnih brojeva i razlomaka
- definicija kvadrata racionalnog broja
- kvadrat racionalnog broja veći ili jednak nuli
- jednakost kvadrata suprotnih racionalnih brojeva.

##### Važnost zagrada i upotreba zagrada

Istaknuta je i važnost **upotrebe zagrada** te njihov utjecaj na rezultat. Učenik to može provjeriti zadatcima u kojima su zadani razni položaji zagrada u odnosu na kvadriranje. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, a tek potom odgovoriti. Dva su tipa zadataka: točno/netočno i uparivanje.

##### Dilepno računanje

Kako bi se učenici znali služiti **dilepnim računalom** pri izračunavanju ili provjeri izračuna, ponuđena je 2D animacija koja im to pokazuje. Kvadrirati mogu na dva načina, množenjem broja sa samim sobom ili korištenjem tipke  $x^2$ .

##### Procjena izmisa kvadrata racionalnog broja

**Istraživanjem** niza zadanih kvadrata pozitivnih racionalnih brojeva uočeno je ponašanje kvadrata brojeva većih od jednog cijelog i onih između nula i jedan.

Za pozitivne racionalne brojeve veće od jednog cijelog, zadan je problem iz svakodnevice – Teph s dječju sobu.

Jedan je od važnih koraka prihvatanja koncepta kvadrata racionalnog broja sposobnost smislene **procjene kvadrata racionalnog broja**. Procjena je uvedena primjerom **Pinkalidite**. Rješavanjem primjera pokazuje se postupak provođenja misaone ili računске procjene. Procjena, pomoću najbolje ponuđene, učenik može vježbati nizom zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom.

##### Kvadrat mješovitog broja

Poseban je primjer zadan za određivanje **kvadrata mješovitog broja** uz određivanje približne vrijednosti.

##### Istraživanje kvadrata prirodnih brojeva

Kako bi se **otkrio** je li neki prirodni broj kvadrat, treba koristiti postupak rastavljanja na proste faktore.

Dana su dva tipa zadataka: višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i točno/netočno. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek potom odgovoriti.

Važno je, također, snalažljivo ili **misaono određivanje** kvadrata nekih racionalnih brojeva pomicanjem decimalnog zarezka. Za uvježbavanje misaonog računanja nekih racionalnih brojeva, ponuđena su četiri zadatka.

##### Preračunavanje mjernih jedinica za površinu

Od ključne je važnosti **povezati** kvadriranje racionalnih brojeva te misaono/snalažljivo računanje s preračunavanjem kvadratnih mjernih jedinica. Trima je primjerima uz slikovnu podršku predstavljeno kako preračunavati kvadratne mjerna jedinice:

- o iz veće kvadratne mjerne jedinice u manju
- o iz manje kvadratne mjerne jedinice u veću.

U nivu zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom učenici mogu vježbati preračunavanje.

##### Redoslijed računskih operacija

Kako je kvadriranje računski radnja trećeg stupnja, potrebno je opisati **redoslijed računskih operacija** u zadatcima u kojima se pojavljuje kvadriranje, množenje/djeljenje i zbrajanje/oduzimanje racionalnih brojeva.

Za uvježbavanje izračuna izraza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva osmišljena je zabavna aplikacija na poveznici **kvadrat.broja**. Kad učenik točno rješava zadatke, otvara se sličica. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti.

Osim te aplikacije, zadana su još dva zadatka uparivanja za izračunavanje računskih izraza s kvadratima.

##### Primjena

Dva primjera, od kojih jedan koristi 2D animaciju za objašnjenje postupka rješavanja, uvode učenika u niz zadataka **primjene naučenog** za rješavanje problemskih situacija iz matematike ili svakodnevice.

Ponuđeni su i posebno označeni zadatci **korrelacije**, koji u sebi sadrže i ishod primjene **postotnog računa**.

##### Zanimljivost

Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost** vezana za šahovska polja i promjer postolja šahovske figure pještaka. Ta je zanimljivost iskorištena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao **projektni i nagradni** zadatak za učenika.

The image shows two screenshots of a Microsoft OneNote application. The top screenshot displays a lesson plan for 'Priručnik Matematika 8' with sections for 'A kvadriranje', 'B Potencije s bazom 10', 'C Drugi korijen', 'D Pitagorin poučak', 'E Realni brojevi', 'F Preslikavanje ravnine', 'G Točke, pravci i ravni...', 'H Prizme', and 'I Piramide'. The 'Metodički prijedlozi' section is highlighted. The bottom screenshot shows a detailed view of the 'Metodički prijedlozi' section, which includes a title 'Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima', a sub-section 'Za učenike koji žele znati više predlažemo:', and several links to external resources. The text in the bottom screenshot is as follows:

**Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima**

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

Pet načina za izračun kvadrata dvoznamenkastog broja:  
<http://mathequation.com/methods-to-square-two-digit-numbers-in-seconds/>

Kako izračunati kvadrate velikih brojeva:  
<http://wiredaboutmath.com/2007/11/04/how-to-square-large-numbers-quickly-part-1/>

Metode starih Veda za mentalno računanje kvadrata brojeva:  
<http://brilliant.org/discussions/thread/vedic-maths-trick-to-find-squares-of-numbers-2/>

**Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima i teškoćama u razvoju**

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da učenici koriste konkretne didaktičke materijale, dječno računalo i slično. Neka kvadriraju samo prirodne brojeve i taj kvadrat i prikazuju staganjem konkratna u obliku kvadrata.

Računalna igra:  
<https://sites.google.com/site/ymsukovicmatematika/8-razred/8-1-kvadriranje-igra>  
<https://www.mathlearningcenter.org/web-apps/goboard/>  
<https://www.mathsfun.com/boards/1001.html>

Za učenike s oštećenjem vida preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedećeg kao i radnog prostora [osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, lupu s nagibom]). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad ustrnu valja koristiti (tablica, šilo, štaci ekrana, itd.). U scenarijima valja odabrati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popravit usmeno ili predločima s kratkom uputom na što učenik valja usmjereni pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastave jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik govorne tehnologije, istu valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S izborom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stružnu podršku u vidu asistenta, preporuča se pomoć asistenta pri uređivanju zaslona tijekom prolazanja nastavnim jedinicama i označavanju količina na brojevnom pravcu.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadatka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prva tri zadatka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda. U radu s učenicima valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake i usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Učenici s intelektualnim teškoćama mogli bi dobiti prvi ishod učenja ove jedinice uz korištenje dječjeg računala, te četviti ishod – primjeniti kvadriranje racionalnih brojeva pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Kad god je to moguće, zadatak valja popravit vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arsapac.org/>

Za učenike s poremećajima govorno-jezično-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranje usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, dijagrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličnu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podcrtavanjem teksta. Valja voditi računa da im se pojednostave sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). U istaknutog definiciji kvadriranja potrebno je maknuti elekt odraz. Dopustiti im korištenje dječjeg računala pri rješavanju zadatka.

Za učenike s poremećajima u ponašanju valja je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastave jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjenjena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Interaktivni sadržaji koji su umetnuti u OneNote navedeni su kao poveznice u popisu "Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS".



File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open in OneNote Give Feedback To Microsoft

PriručnikMatematika8

Matematika 8  
A Kvadriranje  
1.0 Kvadriranje  
1.1. Kvadriranje raco...  
1.2. Kvadrat umnoži...  
1.3. Zbrajanje i oduzi...  
1.6. Kvadrat razlike  
1.4 Množenje algeba...  
1.5 Kvadrat zbroja  
1.7. Razlika kvadrata  
Aktivnosti za samost...  
Procjena usvojenosti...  
Nova sekcija 1  
B Potencije s bazom 10  
C Drugi korijen  
D Pitagorin poučak  
E Realni brojevi  
F Preslikavanje ravine  
G Točke, pravi i ravin...  
H Prizme  
I Piramide  
J Stožac, valjak, kugla

PriručnikMatematika8  
Ciljevi, ishodi, kompetencije  
Metodički prijedlog  
Pomoćni interaktivni sadržaji

Tuesday, May 23, 2017 10:35 PM

DOS Matematika 8  
1. Kvadriranje  
1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Geogebra:  
Za usjetljavanje izračuna craza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva.

[Kvadrat broja](#)

U kućicu ispred zadatka upišite slovo kvadratića koji sadrži točan odgovor.

A	B	C
10	-20	1
D	E	F
54	20	2
G	H	I
-30	-49	0

odabir zadatka

$1\frac{1}{4} - 0.5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 0.5^3$

$-\frac{5}{100} (20)^2$

$-0.25 + (-1.5)^2$

$150 \cdot (0.4)^2$

$\left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1$

$10.5^2 - 9.5^2$

$14.4 \cdot (-1.2)^2$

$[-(-3.5)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2] \cdot 1.2$

$\frac{16}{25} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2$

Opisani sadržaji identični su onima koji se nalaze u pdf inačici priručnika, razlika je djelomično u njihovom rasporedu.

Ukoliko vam treba pomoć u snalaženju s OneNoteom možete pročitati i ove kratke upute.



Hrvatski-ONENOTE  
2016 WIN QUICK START

---

## Što je DOS?

---

### Što je DOS?

Pojam "digitalni obrazovni sadržaj" (DOS) je naziv za sadržaj namijenjen korištenju u obrazovanju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni u sklopu pilot projekta e-Škole namijenjeni su učenicima za samostalno učenje i samoprocijenu kod kuće i na nastavnom satu. Nastavnik će koristiti DOS zajedno s priručnikom kako bi obogatio svoj način poučavanja i primjenom novih strategija i metoda učeniku omogućio aktivno učenje.

Cilj DOS-a je poticati kod učenika aktivno učenje na inovativan, učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Nastavniku pak DOS omogućava ostvarivanje definiranih odgojno-obrazovnih ishoda uz primjenu razolikih strategija, pristupa i metoda poučavanja.

U DOS-u su korištene sve prednosti digitalnih tehnologija poput interaktivnosti, nelinearnosti, multimedijalnosti, modularnosti i prilagodljivosti.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

### Struktura DOS-a

Digitalni obrazovni sadržaji iz matematike pokrivaju cjelokupni opseg trenutačno važećeg kurikuluma/nastavnog programa određenog razreda i obuhvaća ukupni godišnji fond školskih sati predviđenih za matematiku.

Svaki DOS je podijeljen na jedinstvene samostalne cjeline – module (po deset u svakom razredu). Moduli koji čine cjeloviti DOS realizirani su kao zasebni paketi sadržaja koje je, osim kao dio cjelovitog DOS-a, moguće koristiti neovisno o drugim modulima istog DOS-a.

Svaki modul se sastoji od nekoliko jedinica, a svaka jedinica obuhvaća sadržaj učenja i poučavanja za čije provođenje je predviđeno jedan do tri školska sata. Jedinice su međusobno povezane i nadovezuju se jedna na drugu. Odabrani redoslijed jedinica je prijedlog autora, no ponekad su moguća i drugačija rješenja.

### Jedinice kao dio modula

Svaka jedinica ima sljedeće dijelove:

- uvod i motivaciju: Na početku...
- razradu sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak: ...i na kraju.

Na početku su navedeni odgojno-obrazovni ishodi za tu jedinicu DOS-a.

### ŠTO ĆU NAUČITI?

Matematika 1 > Brojevi > 1.1. Skupovi

1.1. Skupovi

Europska unija  
Zajedno do boljeg EU

ŠTO ĆU NAUČITI?

- ✓ Definirati osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Provesti osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Rabiti matematički jezik vezan za skupove
- ✓ Riješiti jednostavnije problemske zadatke sa skupovima

## Uvod i motivacija

### Na početku...

Jedinice započinju motivacijskim primjerom.

Na početku...

Obujam jedne Kuće-kocke u Rotterdamu je  $422 \text{ m}^3$ . Kolika je duljina plošne dijagonale?



Kubuswoningen, Rotterdam

Označimo duljinu stranice kocke s  $a$ . Obujam kocke je  $V = a^3$ .

Plošna dijagonala je  $d = a\sqrt{2} = \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{2}$ .

Možemo li ovaj izraz srediti, svesti na jedan korijen?

Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

## Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada sadržaja učenja i poučavanja načinjena je sukladno načelima konstruktivističke nastave matematike u kojem se od učenika očekuje da uočavaju, istražuju, proučavaju, opažaju, povezuju i zaključuju kako bi izgradili vlastito matematičko znanje.

Pri tome se koriste multimedijски elementi:

- ilustracije/fotografije
- 2D i 3D animacije
- video zapisi
- interakcije (elementi koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem).

## Primjer 1.

Primjeri sadrže pitanja ili računske zadatke koji su detaljno pojašnjeni i riješeni.



### Zadatak 1.

#### Rješenje

Zadaci su dani u obliku interakcija u kojima učenik dobiva povratnu informaciju o točnosti rješenja ili se rezultat i dijelovi postupka dobivaju pomoću tipke Rješenje.



### Praktična vježba

U jedinicama se nalaze opisi praktičnog rada učenika. Često su popraćeni crtežima, animacijama ili video zapisom.



### Povezani sadržaji

Korelacije s drugim predmetima posebno su istaknute kao bi učenicima skrenuli pažnju na njih i potaknuli ih da povezuju znanja usvojena u pojedinim predmetima. Možete ih koristiti kao ideju za međupredmetne teme pogodne za učeničke projekte.



### Projekt


Projekti i projektni zadaci su ponuđeni kao drugačiji pristup učenju. Kroz njih učenik kroz različite oblike rada uči i primjenjuje naučeno kako bi realizirao i ostvario ciljeve projekta. U radu na projektu i projektnim zadacima moguće je osmisliti zadatke za različite razine učeničkog znanja tako da u njima mogu sudjelovati svi učenici.

U priručniku su navedeni prijedlozi i preporuke kako organizirati rad na projektu i koje upute dati učenicima.



### Kutak za znatiželjne

U "Kutku za znatiželjne" nalaze se obogaćeni sadržaji koji su izvan okvira obaveznog programa/kurikuluma. Prvenstveno su namijenjeni darovitim učenicima. Sadržaji se obogaćuju tako da se ishodi iz obaveznog kurikuluma proširuju sadržajima koji se inače rijetko dotiču pa se uči šire ili se postojeći ishodi dopunjavaju složenijima pa se uči dublje. Neki od sadržaja predstavljaju akceleraciju jer se nalaze u obaveznom kurikulumu viših razreda.



## Zanimljivost

Ruski se matematičar Nikolai Grigorievich Chebotaryov (1894. – 1947.) bavio algebrom polinoma. Hobi mu je bio faktorizacija izraza  $x^n - 1$  za razne vrijednosti cijeloga broja  $n$ . Svoja je razmišljanja i rezultate bilježio na papir jer u vrijeme kada je živio, nije bilo računala koja nam danas olakšavaju račun.

Jedinice sadrže niz zanimljivosti. Možete ih koristiti kao motivaciju u bilo kojem dijelu nastavnog sata.

## Završetak

### ...i na kraju

Na kraju svake jedinice nalazi se podsjetnik na najvažnije dijelove jedinice, zadatci za ponavljanje, prijedlozi za daljnje istraživanje, ideje za suradničko učenje, igre ili prijedlozi za projekte.

Matematika 1 > Koordinatni sustav u ravni > 5.5. Primjena koord. natnog sustava

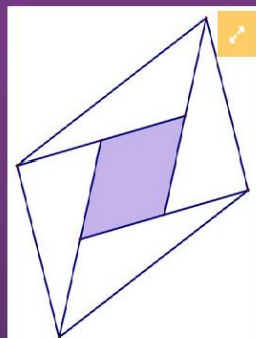
### ...i na kraju

Riješite ovaj geometrijski zadatak s pomoću analitičke geometrije.

Stranice romba produžite kao na skici za dužinu stranice romba. Spojite dobivene vrhove. Koliko je puta površina dobivenog četverokuta veća od površine romba?

Za početak ćemo zadati vrhove romba  $A(2, 1)$ ,  $B(7, 3)$ ,  $C(9, 8)$  i  $D(4, 6)$ .

Pokušajte popočiti zaključak.



Rješenje

PROCIJENITE SVOJE ZNANJE



Rubrika *Procijenite svoje znanje* nalazi se na kraju odabranih jedinica. Sastoji se od niza konceptualnih pitanja i zadataka za učenje, vježbanje i samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Zadaci su oblikovani na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno;
- višestruki odabir s jednim točnim odgovorom;
- višestruki odabir s više točnih odgovora;
- unos točnog odgovora;
- uparivanje odgovora;
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, markera, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola);
- grupiranje elemenata;
- uređivanje poretka elemenata;
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora;
- umetanje riječi koje nedostaju upisom;
- unos rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Rubrika *Procijenite svoje znanje* namijenjena je učeniku za samostalni rad te mu služi kao alat za samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na razini jedne odnosno nekoliko jedinica. Učenik dobiva povratnu informaciju o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

## Aktivnosti za samostalno učenje

Matematika 1

Brojevi

1. Aktivnosti za samostalno učenje

# 1. Aktivnosti za samostalno učenje

U posebnoj jedinici *Aktivnosti za samostalno učenje* nalaze se aktivnosti namijenjene učenicima za samostalan rad koje pomažu u učenju i usvajanju odgojno-obrazovnih ishoda modula te aktivnosti koje učenicima nude da dodatno istraže teme vezane uz modul. Sadržavaju nekoliko vrsta zadataka, često s primjerima iz svakodnevnog života, u kojima su stopljena znanja i vještine usvojene u pojedinim jedinicama modula. Zadaci su različite razine složenosti te su neki namijenjeni svim učenicima, a neki učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima.

Jedinicom *Aktivnosti za samostalno učenje* možete se koristiti u cijelosti na nastavnom satu na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog ovim modulom ili u dijelovima koji dopunjavaju pojedine jedinice.

## Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Matematika 1

Linearna funkcija

Procjena znanja

# Procjena znanja

Posebna jedinica *Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda* sadržava zadatke za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula i učenike uputite na nju na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog modulom.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula. Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

## Pojmovnik

U svim jedinicama DOS-a pojmovi koje se željelo istaknuti pisani su podebljanim slovima.

Najvažniji pojmovi navedeni su i u Pojmovniku. Klik na pojam vodi na početak jedinice u kojoj je definiran.

## Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS

Nastava je organizirana, cilju usmjerena odgojno-obrazovna djelatnost. Odnos triju čimbenika nastave: učenika, nastavnika i nastavnih sadržaja opisuje didaktički trokut. Pritom su učenik i nastavnik subjekti nastavnog procesa, a nastavni sadržaji (sadržaji učenja) su predmet nastave. Naglašavanje važnosti pojedinog čimbenika nastave označavaju sintagme kao nastava orijentirana na učenika, nastavnika ili nastavne sadržaje.

DOS kao nastavni sadržaj namijenjen je prvenstveno učeniku s ciljem poticanja aktivnog učenja na učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Stoga je u didaktičkom trokutu učenik - nastavnik - DOS naglašena važnost učenika i međudjelovanje učenika i nastavnog sadržaja (u našem slučaju DOS-a). Uloga nastavnika kao nužnog subjekta nastavnog procesa u ovom trokutu i njegovo međudjelovanje s učenikom i DOS-om još pojačavaju orijentiranost nastave na učenika.

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima, prikladan je za korištenje na nizu različitih platformi od mobilnih uređaja do stolnih računala, uključuje primjenu multimedijских elemenata, omogućava različite pristupe učenju i poučavanju. Mogućnost samoprocjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda i praćenje vlastitog napretka daje učeniku smjernice za daljnje učenje odnosno vraća ga na jedinice DOS-a čiji ishodi nisu u potpunosti usvojeni.

DOS slijedi suvremena nastavna načela:

- poticanje cjelovitog razvoja i dobrobiti učenika;
- povezanost sa životnim iskustvima, očekivanjima i usvojenim znanjima učenika;
- aktivna uloga učenika u učenju;
- izbornost i individualizacija;
- usmjerenost prema suradnji;
- osiguravanje poticajnog i sigurnog okruženja;
- relevantnost za sadašnji život;
- zanimljivost kao osnova pozitivne motivacije;
- poticanje inkluzije i uvažavanje različitosti;
- vertikalna povezanost sa sadržajima koji prethode i koji se nastavljaju te horizontalna povezanost s ostalim predmetima, međupredmetnim temama i modulima;
- odgovarajući omjer širine i dubine znanja i vještina.

Time DOS proširuje okvire didaktičkog trokuta i njegovom implementacijom nastavni proces postaje didaktički mnogokut.

Učenici uče u okruženju koje omogućuje konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te aktivnom i iskustvenom učenju usmjerenom prema pitanjima i istraživanju.



## Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a

Današnji učenici, bitno više od prijašnjih generacija, odrastaju okruženi multimedijama, izloženi brzom protoku i dostupnosti informacija. Nove tehnologije sastavni su dio svakodnevnog života i nužno imaju utjecaj i na nastavni proces, kao što je već navedeno u prethodnom poglavlju.

Multimedijским elementima omogućuje se prezentacija obrazovnih sadržaja kombinacijom slike, zvuka i teksta te uključivanje interaktivnih elemenata koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem. Sve to doprinosi privlačenju pozornosti učenika, zainteresiranosti i motivaciji te razumijevanju sadržaja i primjeni stečenih znanja u novim situacijama.

### Multimedijски i interaktivni elementi DOS-a

Multimedijски elementi DOS-a uključuju:

- zvučni zapis
- fotografije/ilustracije
- video zapis
- 2D i 3D animacije.

Ovo su elementi niske razine interaktivnosti, pri čemu interaktivnost uključuje pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa.

- Interaktivni elementi srednje razine interaktivnosti uključuju:
- pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom aktivnošću
- obrazac za ispunjavanje
- označavanje odgovora
- unos teksta, formula ili audio zapisa
- povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja (engl. zoom in) i sl.

Nalaze se u standardnim zadacima za učenje, ponavljanje i samoprovjeru odgojno-obrazovnih ishoda kao što su npr. da/ne pitalice, višestruki odgovori, povlačenje na sliku, uparivanje, grupiranje elemenata itd.

- Elementi visoke razine interaktivnosti uključuju:
- didaktične igre
- simulacije s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima
- mogućnost dobivanja povratnih informacija
- 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom, i sl.

Značajna uloga multimedijских elemenata u DOS-u je upravo interaktivnost. Interaktivni elementi omogućuju aktivno sudjelovanje učenika u nastavnom procesu. Kroz manipulaciju određenih elemenata učenici mogu uočavati pravilnosti, postavljati i provjeravati hipoteze te metodom nepotpune indukcije donositi opće zaključke. Interaktivni elementi visoke razine omogućuju uvođenje eksperimenta u nastavu matematike.

Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

---

## Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima

---

Znanje je oduvijek bilo jedan od osnovnih instrumenata razvoja društvenih zajednica i uspješnih nacionalnih gospodarstava. U suvremenim uvjetima, osobito globalizacijskim, novostvorena znanja kao rezultat istraživanja i inovacije, postaju ne samo temelj već i ključni čimbenik razvoja nekog društva. Za uspješnu tranziciju prema društvu utemeljenom na znanju uz tradicionalan pristup, nužni su novi pristupi obrazovanju i poučavanju.

Sve se više raspravlja o tzv. cjeloživotnom učenju, odnosno o aktivnosti učenja tijekom života, s ciljem unapređivanja znanja, vještina i sposobnosti unutar osobne, građanske, društvene i poslovne perspektive.

Osim formalnog obrazovanja u obrazovnim institucijama poput škola, veleučilišta i fakulteta, sve se veća pozornost pridaje neformalnom obrazovanju putem dodatne edukacije na tečajevima i seminarima te informalnom obrazovanju koje pojedinac stječe vlastitim radom, komunikacijom, čitanjem, razvijanjem vještina, iskustava i znanja.

Uz koncept cjeloživotnog učenja najčešće se vezuju ciljevi ekonomske prirode, primjerice postizanje veće konkurentnosti na tržištu rada. Međutim, cjeloživotno učenje usmjereno je prema osobi i njenim individualnim sposobnostima, poboljšanju njenog ponašanja, raspolaganju informacijama, povećanju znanja, razumijevanju, novim stavovima. Koncept cjeloživotnog učenja, razvijen u šezdesetim godinama prošlog stoljeća, odgovor je na problem neusklađenosti između obrazovanja mladih i odraslih osoba.

Da bi mogli ostvariti koncept cjeloživotnog učenja, do kraja obaveznog obrazovanja treba razviti određene kompetencije koje predstavljaju temelj za daljnje učenje.

Tradicionalni pristupi učenju i poučavanju dugo su bili obilježeni razredno-satnim i predmetno-satnim sustavom te frontalnom nastavom što ne može zadovoljiti zahtjeve koncepta cjeloživotnog učenja.

Nastavni proces treba omogućiti:

- uvođenje novih oblika učenja
- istraživačko i eksperimentalno poučavanje
- ispitivanje i procjenu različito postavljenih ishoda učenja
- doprinos općem sustavu obrazovanja
- doprinos razvoju svakog učenika prema njegovim sposobnostima.

DOS je razvijen na tragu ovih zahtjeva. Suvremena nastavna tehnologija ne negira tradicionalne pristupe nastavi već se na njima temelji i proširuje broj i značaj didaktičkih elemenata nastave sagledavajući ih u novim odnosima (didaktički mnogokut).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja u jedinicama DOS-a prati tradicionalnu metodiku poučavanja matematike.

U uvodu se opaža/uvodi problem pri čemu se u najvećoj mogućoj mjeri koriste primjeri iz svakodnevnog života. Nakon toga se, ovisno o problemu, upotrebljavaju različite znanstvene metode: analiziranje, sintetiziranje, apstrahiranje, induciranje, deduciranje, generaliziranje, specijaliziranje ili upotreba analogija. Da bi se u potpunosti usvojio sadržaj dan je niz primjera i zadataka s rješenjima. Sistematizacija i povezivanje sadržaja te procjena znanja, također su sastavni dio DOS-a. Samoprocjena daje učeniku samostalnost pri učenju, ali zahtjeva i odgovornost te smjernice za daljnje učenje.

Multimedijski elementi doprinose motivaciji, boljem razumijevanju sadržaja i aktivnom sudjelovanju učenika u nastavi.

U DOS-u se nastavnici susreću s digitalnim alatima i raznim digitalnim sadržajima. Radi lakše implementacije digitalnih tehnologija u nastavu matematike u ovaj priručnik je uključen popis digitalnih alata, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute. Navedeni su dodatni materijali i poveznice na sadržaje koji mogu pomoći u izvođenju nastave uz DOS te poveznice na izvore gdje nastavnici sami mogu pronaći i odabrati odgovarajuće sadržaje (animacije, simulacije, video materijale, izvore na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te stručne članke vezane uz područje matematike koje obrađuje modul).

To je pomoć nastavniku u uvođenju novih oblika učenja.

Implementacija digitalnih tehnologija u nastavu matematike dodatno motivira učenike i nastavu čini maštovitom i atraktivnom. Digitalni alati i sadržaji imaju značajnu ulogu u provođenju mjerenja i obradi rezultata, a simulacije zorno predočuju procese koje iz različitih razloga inače nismo u mogućnosti tako jasno vidjeti.

---

## Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS

---

Motivacija je unutarnja snaga koja pokreće čovjeka na aktivnost i usmjerava ga k ostvarenju određenog cilja.

Motiviranje učenika za nastavu obuhvaća sve što potiče na učenje, usmjerava ga, i potiče osobni interes za određeni predmet ili područje te povećava osobnu razinu postignuća.

Motivacija u nastavi sastavni je dio uvodnog dijela nastavnog sata pri uvođenju i predstavljanju problema, no može biti prisutna u svim stadijima nastavnog sata: pri obradi, vježbanju ili ponavljanju nastavnih sadržaja.

Većina jedinica DOS-a započinje motivacijskim primjerom. Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

U razradi sadržaja naći ćete zanimljivosti koje možete koristiti kao motivacijske elemente u bilo kojem dijelu sata.

Interaktivnost i elementi igre također motiviraju učenike.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svakom modulu DOS-a osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda pojedinog modula. Samoprocjenom i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska.

Na kraju nekih jedinica je nekoliko konceptualnih pitanja i zadataka kojima se ostvaruje svrha ovakvih procjena. Dodatno, u posebnoj jedinici (Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda) možete pronaći više interaktivnih zadataka za provjeru usvojenosti svih odgojno-obrazovnih ishoda cijeloga modula.

Zadaci koji su sastavni dio procjene oblikovani su na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno
- višestruki odabir s više točnih odgovora
- odabir jednog točnog odgovora (uključujući i matematičke simbole i jednostavne formule)
- uparivanje odgovora
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola)
- grupiranje (razvrstavanje) elemenata
- uređivanje poretka elemenata
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora

- umetanje riječi koje nedostaju upisom
- numeričko umetanje (mogućnost zadavanja intervala brojeva u kojem se nalazi rješenje)
- povlačenje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora
- povlačenje rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Prilikom rješavanja zadataka kod kojih se očekuje od učenika upisivanje riječi koja nedostaje, obrazovni sadržaj neće, kao točno, prihvatiti rješenje koje je matematički točno, ako je riječ pogrešno napisana (pravopisna pogreška). Ova opaska nije unesena u obrazovne sadržaje kako se pažnja učenika ne bi skrenula s matematike na pravopis, no u takvim situacijama bit će potrebna pomoć nastavnika.

---

## Suvremene nastavne metode i DOS

---

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima i različite pristupe učenju i poučavanju.

U školskom okruženju DOS je moguće koristiti za rad u učionici opće namjene. Poželjno je da učionice budu opremljene prijenosnim ili stolnim računalima, interaktivnom pločom ili pametnim ekranom i sl.

Osobitost DOS-a je mogućnost njegova korištenja na raznim uređajima (mobilni telefoni, tableti, prijenosna i stolna računala) te je pogodan i za rad izvan školskog okruženja.

Kroz aktivnosti za učenje, način prezentacije sadržaja i elemente za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda DOS stavlja težište na promicanje suvremenih nastavnih metoda, na strategije i pristupe kao što su rješavanje problema, istraživačka i projektna nastava i suradničko učenje te razvoj kritičkog mišljenja, sposobnosti rješavanje problema i donošenja odluka, metakogniciju, digitalnu pismenost i aktivno građanstvo.

U skladu s prirodom nastave matematike i matematike kao znanstvenog područja, DOS osobito snažan naglasak stavlja na aktivnosti koje potiču iskustveno učenje, projektno učenje i učenje kroz istraživanje. DOS sadrži interaktivne elemente u kojima učenici imaju mogućnost mijenjanja vrijednosti različitih parametara te na temelju rezultata uočavaju pravilnosti, postavljaju i provjeravaju hipoteze, a metodom nepotpune indukcije donose opće zaključke.

Multimedijski i interaktivni elementi omogućuju aktivno i iskustveno učenje usmjereno prema pitanjima, problemima i istraživanjima, konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te razvijanje učenikovih kompetencija za snalaženje u novim situacijama.

## Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama

Kao što je na početku priručnika navedeno, metodičko-didaktički prijedlozi za učenike s posebnim obrazovnim potrebama koji uključuju darovite učenike kao i učenike s različitim teškoćama slijede svaku nastavnu jedinicu kao i aktivnosti za samostalno učenje. Inkluzivni pristup u procesu obrazovanja podrazumijeva učenje o različitosti od strane drugih kao i jedan podržavajući i ravnopravni odnos. U nas se već niz godina njeguje inkluzivni pristup u smislu uključenosti učenika s teškoćama u sustav obrazovanja na način da su uvažene njihove individualne potrebe putem uvođenja različitih prilagodbi i osiguravanja podrške.

Učenici s teškoćama su heterogena skupina pa tako zadatak koji je težak jednom učeniku s disleksijom neće biti težak drugome učeniku s istom teškoćom. Kako bi im se osigurala primjerena podrška prilikom obrazovanja, važno je prepoznavati te razumjeti njihova obilježja i poznavati osnovne vrste prilagodbi. Timski rad u okviru kojega surađuju predmetni nastavnici, stručni tim škole, pomoćnici i roditelji bi trebao iznjedrati različite mogućnosti prilagodbe za što učinkovitije usvajanje sadržaja iz matematike i fizike za svakog učenika ponaosob. Metodičko-didaktički prijedlozi koji se odnose na učenike s teškoćama su u početnim modulima i jedinicama napisani na način da obuhvate temeljne smjernice za svu djecu s teškoća te su kroz daljnje jedinice razrađeni specifično u odnosu na sadržaj same jedinice kao i na obilježja određene teškoće.

Primjerice, u matematici za osmi razred, u nastavnoj jedinici 1.2. koja se odnosi na uređene parove nastavnicima je sugerirano da obrate pažnju na jezično složenije zadatke koje valja pojednostaviti i popratiti vizualnim primjerima kako za učenike koji se školuju po prilagođenom programu tako i za učenike s disleksijom i/ili diskalkulijom:

PriručnikMatematika7

imaju stručnu pomoć asistenta, preporučuje se da asistent pomogne pri uvećanju zaslona u obradi nastave jedinice i u označavanju koeficijenta na brojevnom pravcu. Pojedine zadatke valja jezično prilagoditi (ili skratiti i popratiti slikama (grafičkim simbolima): <https://www.arasaas.org/>). Zadatak Serpinj građinom može se predstaviti učenicu na sljedeći način:

Luna i Nikola sanjaju se kod (20,4, 8,14), prolazeće će do (20,32, 13,27). Razgledat će (29,4, 17,26), (36,62, 22,52), (18,13, 23,2), (23,8, 27,52) te na kraju (19,21, 30,15).

a) U kojem se gradu nalaze Luna i Nikola?

b) Imenuj ustanovu ispred koje su se našli i park pokraj te ustanove.

c) Na kojem trgu su pojeli sladoled?

d) Na kerti pronađimo i imenujmo znamenitosti koje su posjetili.

e) Ako ih baka želi odvesti na (9,02, 2,07), što bi tamo Luna i Nikola mogli raditi?



U prijedlozima se nastavnike podsjeća na uporabu funkcionalnosti koje su ugrađene u DOS-ove, a mogu olakšati praćenje nastave učenicima sa specifičnim teškoćama učenja kao i onima koji imaju teškoće vizualne obrade (promjena fonta, boje pozadine, uvećanje zaslona). Nadalje, ostvarene su poveznice između samoga gradiva i obilježja teškoća koje mogu probuditi učenikov interes za nastavne sadržaje, na primjeru iz fizike (sedmi razred, jedinice 1.5 i 1.7):

„Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se povezati masu tijela i mjerne jedinice s interesima učenika koji su često iznimno izraženi ili atipični u svim zadacima u kojima je to moguće. Primjerice, ako učenik voli kuhanje, može ostalim učenicima demonstrirati svoj omiljeni recept kao i mase pojedinih sastojaka.“

„Uvijek je važno uzeti u obzir moguću senzoričku preosjetljivost učenika s poremećajem iz spektra autizma na određene podražaje te u skladu s tim prilagoditi nastavnu jedinicu (miris svijeće s aromom vanilije).“

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće nisu zamišljeni na način da osiguravaju prilagođeni materijal za poučavanje niti svojevrсни „recept“, već nastavnike podsjećaju na prilagodbu načina poučavanja i one segmente nastavne jedinice koje bi trebalo dodatno pojasniti, ponoviti, pojednostaviti, predstaviti na drugačiji način ili na razinu složenosti zadatka od kojih valja odabrati one jednostavnije. U prijedlozima je naglašena važnost uporabe pomagala koja olakšavaju učenje te svih aspekata digitalne tehnologije.

Inkluzivni pristup podrazumijeva uvažavanje različitosti koje je izrazito važno razviti kao vrijednost kod učenika tipičnoga razvoja zbog čega se, uz ostale prijedloge, preporuča provoditi što više vršnjačke suradnje (primjerice u aktivnostima za slobodno učenje).

## Modul 10: Linearna funkcija

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće MODULA

- Spoznavanje osnovnih matematičkih znanja i razvijanje matematičkih vještina povezanih s mnogokutima
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i pisanom izražavanju
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvješčivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i objasniti linearnu funkciju
- Odrediti vrijednost i argument linearne funkcije
- Prikazati linearnu funkciju i jednadžbu pravca grafički i algebarski
- Analizirati linearnu funkciju pomoću grafa i koeficijenata
- Primijeniti linearnu funkciju pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

### Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

U ovom modulu učenici 7. razreda ponovit će sadržaje o proporcionalnosti koju su učili ranije te će upoznati pojam linearne funkcije. Učenici će samostalno otkrivati veze između veličina te ih opisivati koristeći matematički jezik pri zapisu, ali i u komunikaciji. Stečena će znanja o linearnoj funkciji primjenjivati u rješavanju problema iz matematike i svakodnevnog života.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete primijeniti na različite načine, bilo u cijelosti bilo u dijelovima te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju. Sadržaje možete prilagoditi za samostalan ili suradnički rad učenika, koji ćete kasnije zajednički provjeriti, ali i za rad na matematičkim izazovima i projektima, u kojima će učenici prepoznati linearne funkcije u svakodnevnom životu.

Pripremljene sadržaje možete upotrijebiti i kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koji oni samostalno usvajaju, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dvojbe.

Učenici će većinu zadataka moći riješiti direktno u digitalnim obrazovnim sadržajima. Sadržaje ovog modula izuzetno je praktično usvajati korištenjem pripremljenih predložaka u GeoGebri. Predložimo poticati učenike i na samostalno korištenje GeoGebre prilikom rješavanja zadataka za koje nisu predviđeni predlošci.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te se proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje skupnog i suradničkog rada učenika, pri čemu se možete pripremljenim sadržajima koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice društvenoj mreži Yammer, okruženju za timove Teams ili razrednoj digitalnoj bilježnici OneNote.

Uz svaku jedinicu je u priručniku OneNote pripremljena i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavnu primjenu u nastavi.

---

## Digitalni alati i dodatni sadržaji

---

### Popis i kratki savjeti za primjenu digitalnih alata

#### GeoGebra

GeoGebra je program dinamične matematike, namijenjen učenju i poučavanju. Povezuje područja interaktivne geometrije, algebre, tabličnih proračuna, statistike, analize i crtanja grafova. Dostupna je na hrvatskom jeziku.

Više o GeoGebri pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na stranicama [GeoGebre](#).

#### HAK-ove digitalne karte

Na mrežnim stranicama Hrvatskog autokluba (HAK) nalazi se interaktivna karta koja, osim što izračunava optimalnu rutu putovanja, precizno izračunava i sve putne troškove (procjena troška za gorivo prema aktualnim cijenama goriva, cestarine i karte za trajekt). Uz kartu su vam

dostupne i putne informacije, stanje na cestama, najbliže benzinske postaje, kao i udaljenost do različitih mjesta.

Digitalnu kartu možete pronaći na [HAK-ovim stranicama](#).

### Piktochart

Piktochart je alat za izradu infografika, izvještaja, postera i prezentacija. Na raspolaganju su vam gotovi predloži i grafičkim prikazi koje možete upotrijebiti za izradu različitih informativnih materijala.

Više o Piktochartu pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na [službenoj stranici](#) programa.

### Moovly

Moovly je online ala za izradu animiranih sadržaja. Njime možete izraditi animacije, video materijale, promotivne poruke i prezentacije. Detaljnije upute za rad u Moovlyju možete pročitati u priručniku "[E-učitelj - suvremena nastava uz pomoć tehnologije](#)".

Više o Moovly alatu pročitajte u [CARNET-ovom e-laboratoriju](#) ili na službenoj [stranici programa](#).

### PhET simulacije

PhET simulacije nastale su kao projekt Sveučilišta u Coloradu, tijekom kojeg su izrađene online simulacije za različite prirodoslovne predmete i matematiku. Cilj projekta, kao i samih simulacija bio je stvoriti suradničku, intuitivnu okolinu u kojoj učenici kroz simulacije koje podsjećaju na igru uče i istražuju. Primjer takve simulacije je i [simulacija sa proporcijama](#). Dio simulacija dostupan je i na [hrvatskom jeziku](#).

Više o PhET online simulacijama pročitajte u [CARNET-ovom e-laboratoriju](#) te na [službenim stranicama](#).

### eTwinning

eTwinning je međunarodna zajednica škola u okviru EU programa Erasmus +

[www.eTwinning.net](#) je portal namijenjen međunarodnoj suradnji i usavršavanju nastavnog i nenastavnog osoblja od predškolskog obrazovanja do srednje škole. Portal služi nastavnicima i njihovim učenicima za upoznavanje i suradnju s kolegama iz europskih škola kroz različite oblike usavršavanja te rad na zajedničkim virtualnim projektima. Više o eTwinningu možete pročitati i na stranicama [Agencije za mobilnost i programe EU](#).

## Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

U zbirci e-škole scenarija poučavanja dostupan je i scenarij [Piši, crtaj, gledaj ...linearno](#) koji je osmišljen za 1. razred srednje škole, ali se dijelovi sadržaja mogu iskoristiti za rad u sedmom razredu. Odaberite aktivnosti prema mogućnostima vaših učenika i škole.

Mrežne stranice za pretvorbu mjernih jedinica mogu pomoći učenicima pri istraživanjima o linearnoj vezi između pojedinih mjernih jedinica (temperaturne skale):

[Convert World](#)

[Metric conversions](#)

Na mrežnoj stranici [KhanAcademy](#) možete dobiti ideje o načinima pojašnjavanja pojmova vezanih uz linearnu funkciju. Stranica je na engleskom jeziku.

Igre s linearnim funkcijama koje možete pronaći na ovim [mrežnim stranicama](#) na engleskom su jeziku, ali učenici kojima je engleski prvi ili drugi strani jezik, bez većih problema će igrati igrice.

Na mrežnoj stranici Classwork možete pronaći [Kviz o linearnoj funkciji i jednadžbi pravca](#) na engleskom jeziku koji učenici mogu dodatno iskoristiti na završetku modula za ponavljanje. Riječi koje bi mogle biti nepoznate učenicima su: slope (nagib), intercept (presijecati).

Na mrežnoj stranici [Math10](#) možete naći razne interaktivne igrice vezane uz linearnu funkciju, ali i ostale matematičke sadržaje.

## Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- [Zanimljive priče o matematičarima](#), Cool School
- [Mala škola GeoGebre](#), Damir Belavić
- [GLOBE program](#)
- [Nacionalni portal za učenje na daljinu Nikola Tesla](#)
- [Upravljanje projektima](#)
- [Uvod u linearne funkcije](#), Željko Brčić

## Operativni plan

	Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
10.	Linearna funkcija		20 + 1
		10.1. Pojam linearne funkcije	2
		10.2. Određivanje vrijednosti i argumenata linearne funkcije	2
		10.3. Jednadžba pravca	2
		10.4. Graf linearne funkcije	3
		10.5. Tok linearne funkcije	2
		10.6. Uporaba grafičkog prikaza linearne funkcije u svakodnevnom životu	3
		10.7. Grafičko rješavanje sustava linearnih jednadžbi	3
		10.8. Primjena linearne funkcije u svakodnevnom životu	3
		Aktivnosti za samostalno učenje	1
		Procjena usvojenosti ishoda	

## 10.1. Pojam linearne funkcije



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s linearnom funkcijom
- Uočiti primjere primjene linearne funkcije u svakodnevnom životu
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati linearnu zavisnost veličina
- Zapisati linearnu funkciju formulom
- Očitati koeficijente linearne funkcije iz dane formule
- Interpretirati koeficijente linearne funkcije
- Zapisati problemske zadatke iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života koristeći se linearnim funkcijama

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja

- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Na samom početku jedinice učenici će rješavati motivacijski primjer, zagonetku s brojevima. Želite li ovaj primjer koristiti na satu, unaprijed pripremite radni listić, plakat ili prezentaciju s više sličnih zadataka, kako bi učenici rješavajući ih osvijestili pojam ovisnosti jedne veličine o drugoj. Možete pripremiti listić koji će učenici riješiti unaprijed, za domaću zadaću, kako biste iskoristili za analizu i raspravu na početku školskog sata.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Zavisnost veličina

U nastavku, učenici će samostalno upoznati, ali ne i strogo definirati pojam funkcije. Funkciju učenici upoznaju kao pravilo pridruživanja, uočavaju zavisnost vrijednosti funkcije o odabiru argumenta, upoznaju spomenute nazive i način simboličkog zapisa zavisnosti jedne veličine o drugoj.

Zanimljivost upućuje učenika na upoznavanje života i djela švicarskog matematičara Leonharda Eulera, što možete iskoristiti kao dodatnu temu ili motiv za učenička izlaganja. Predložimo izradu plakata malog formata. Učenici će istražiti život i rad poznatog matematičara, ali će na papiru/kartonu A4 formata maštovito zabilježiti samo jedan od detalja. Na taj način postićemo veliku zainteresiranost učenika jer neće utrošiti previše vremena i materijala za izradu plakata, a plakati će biti raznoliki te se mogu lijepo i smisleno izložiti na panou učionice.

#### Linearna funkcija

Učenici u danom videu upoznaju likove, djevojčicu Iskru i profesora/znanstvenika Bistrića, koji tijekom cijelog modula pomažu u razumijevanju pojmova vezanih uz linearnu funkciju. Video možete iskoristiti za raspravu.

Kontekst putem kojega učenici usvajaju pojam funkcije, poput [vožnje taksijem](#) ili [cijene telefonskih razgovora](#), razumljiv im je i relativno blizak. U primjerima koji slijede učenici će naučiti odrediti i zapisati vezu između zadanih veličina, razlikovati pojmove argument funkcije, vrijednost funkcije, koeficijenti funkcije. Kroz niz interaktivnih zadataka moći će provjeriti svoje



znanje. Posebno je važno da u zadacima koji su zadani riječima učenici uoče koja je veličina promjenjiva, odnosno o promjeni koje veličine zavisi vrijednost same funkcije.

Kroz ovu jedinicu važno je osvijestiti potrebu za zapisom funkcije, jer dio učenika vrlo spretno rješava dane zadatke i bez zapisa. Važno je njegovati i razumijevanje problema i smisleno uvođenje matematičkog simboličkog jezika.

Posebnu pažnju u komunikaciji s učenicima treba posvetiti pojmu *linearno povećanje* vrijednosti te u svakom primjeru ukazivati na isto.

Interaktivni zadaci mogu izvršno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju, a vježbe mogu ponavljati više puta. Učenicima slabijeg predznanja bit će potrebna podrška i poželjno je omogućiti im ozračje u kojem će se osjećati slobodno pitati za pomoć u rješavanju zadataka.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad. Dio zadataka učenici mogu odraditi u paru, a posebno se to odnosi na učenike smanjenih sposobnosti pri radu na istraživačkim apletima u kojima očekujemo da učenici samostalno izvedu zaključak.

Pripremljeni su zadaci s uparivanjem, upisivanjem odgovora, odabirom točnog rješenja, ali i zadaci koje učenici trebaju riješiti na klasičan način, u bilježnicu. Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine. Posljednji interaktivni zadatak učenike će potaknuti na pažljivo čitanje i povezivanje pojedinih životnih situacija sa zapisom linearne funkcije. Potrebno je učenicima ukazati na to da ovi zadaci predstavljaju model te da u stvarnom životu nisu baš tako idealne situacije.

## Završetak

Na kraju se nalazi podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice i pojmove koje učenici trebaju dobro razlikovati prije nastavka rada.

## Dodatni prijedlozi

Učenicima je ovo prvi susret s pojmom funkcija i mnogima će dugo ostati apstraktan ukoliko ne iskoristimo situaciju da funkciju stavimo u kontekst. Potaknite učenike da istraže ovisnost veličina u različitim područjima života (računi, prijevoz, plaća, zabava i slično) ili u sadržajima drugih nastavnih predmeta (kemija, geografija, fizika) te prepoznaju radi li se o linearnoj funkciji te da prezentiraju istraženo u obliku digitalnog ili uobičajenog, papirnatog plakata.

Zanimljivo je i pogledati video o tome [kako prepoznati linearnu funkciju](#) (na engleskom jeziku)

Potaknite učenike na raspravu i o proporcionalnim veličinama te o proporcionalnosti kao linearnoj funkciji. U raspravi je potrebno poticati učenike na pravilno korištenje matematičkog jezika.

Potaknite učenike da osmisle i u obliku A4 plakata prikažu po jednu zagonetku s brojevima poput one iz uvodnog primjera. Ove radove moći ćete iskoristiti u sljedećoj jedinici prilikom zadavanja funkcije tablicom.

Na mrežnoj stranici Interactivate možete naći [Linear Function Machine](#) kojom učenici kroz igru usvajaju pojam linearne funkcije.

Predložimo da u radu iskoristite i neke od ovih obrazovnih sadržaja:

- [Matematički upitnici](#), Mirko Polonijo
- [Leonhard Euler](#), Zenon Pavić
- [Linearna ili nelinearna funkcija](#), KhanAcademy (engleski jezik)

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predložimo složenije zadatke iz svakodnevnog života u kojima povezujemo razne proporcionalne i linearno zavisne veličine. Učenici mogu istražiti, a potom i prezentirati ostalim učenicima, vezu između raznih veličina iz područja svakodnevnog života.

Učenici mogu istražiti o kojim veličinama i na koji način ovise opsezi i površine poznatih im likova te uočiti među njima linearne funkcije, a potom isto izložiti u obliku plakata ili prezentacije. Pri izlaganju važno je istaknuti razliku između linearnih funkcija i onih koje to nisu te pritom istaknuti promjenu vrijednosti funkcije u odnosu na promjenu vrijednosti argumenta.

Tijekom rada na projektu učenici dokumentiraju korake, bilo fotografijom ili videom pa na kraju naprave izvještaj korištenjem programa [Piktochart](#).

Učenici mogu pomoću neke od karata dostupnih na internetu, npr. [Google karte](#), istražiti stvarnu situaciju iz Primjera 2 te ispitati kolika je udaljenost do spomenutih objekata ako se putuje javnim prijevozom, taksijem (vodite računa o jednosmjernim ulicama) ili pješke.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ovog modula prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da isti predstavljaju heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinog učenika.

Tijekom nastavne jedinice je važno obratiti pažnju na nove pojmove ili pojmove čije značenje valja osvježiti (npr. glavolomka, argument, parametri) i razjasniti njihovo značenje. Formulu koja se odnosi na pravilo pridruživanja valja uvrstiti u osobni podsjetnik učenika s teškoćama.

U definiciji funkcije se spominju i mogući prikazi funkcije (najčešće je zadana formulom, tablicom ili grafičkim prikazom) koje treba potkrijepiti primjerima jer vizualna podrška olakšava proces učenja većini učenika s teškoćama. Tako je, uz formulu i definiciju linearne funkcije, važno navoditi i primjer jer će isto učenicima s teškoćama približiti značenje koeficijenta, argumenata ili vrijednosti funkcije.

Za učenike koji otežano usvajaju matematički jezik je važno ponuditi veći broj primjera kao što su primjer 2 i zadaci 5, 6 kako bi utvrdili razumijevanje i primjenu novih pojmova.

Ne preporuča se inzistirati na jezičnim zadacima, za učenike s disleksijom je takva preformulacija često vrlo zbunjujuća jer se moraju uskladiti u dva koda (npr. zadatak 4).

Kod zadatka 6 učenicima s teškoćama valja naglasiti da se nove funkcije generiraju nakon njihova razvrstavanja u odgovarajuća polja.

Zapisivanje problemskih zadataka koristeći se linearnom funkcijom može biti zahtjevno za učenike s teškoćama u razvoju, ali za učenike sa specifičnim teškoćama učenja. Važno je da steknu sigurnost u prepoznavanju, razvrstavanju i očitavanju koeficijenata iz formule, a složeniji zadaci se mogu isprobati na primjerima koji su konceptualno slični onima kroz koje su učenici već prošli.

## 10.2. Određivanje vrijednosti i argumenta linearne funkcije



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s linearnom funkcijom
- Uočiti primjere primjene linearne funkcije u svakodnevnom životu
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgajno-obrazovni ishodi

- Izračunati vrijednost zadane linearne funkcije ako je poznat argument linearne funkcije
- Izračunati argument zadane linearne funkcije ako je poznata vrijednost linearne funkcije
- Tablično prikazati linearnu funkciju
- Izračunati argument ili vrijednost linearne funkcije pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija

- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo kratkim kvizom kojim će učenici ponoviti osnovne pojmove vezane uz linearnu funkciju. Važno je svaki pojam znati dobro objasniti koristeći matematički jezik. Predložimo rješavanje kviza u paru - učenik koji odgovara treba svaki svoj odgovor i obrazložiti.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Određivanje vrijednosti funkcije

Nakon uvodnog primjera, slijedi nekoliko zadataka u kojima će učenici usvojiti određivanje vrijednosti zadane linearne funkcije. U nizu zadataka pripremljenih za uvježbavanje, **prvi** će učenici riješiti u interaktivnu tablicu i tako dobiti trenutnu povratnu informaciju koja je izuzetno važna jer omogućuje samoprocjenu znanja. Snalaženje učenika u ovom dijelu jedinice uvelike će ovisiti o predznanju računskih radnji u skupu racionalnih brojeva. Učenike koji imaju slabije predznanje važno je usmjeriti na zapisivanje računa i ukazati im na dijelove računa u kojem eventualno griješe.

#### Određivanje vrijednosti argumenta

Rješenje uvodnog primjera nudi detaljan postupak kojemu će se učenici kojima to bude potrebno više puta, tijekom uvježbavanja izračunavanja nepoznatog argumenta, vraćati. Zadaci koji slijede osmišljeni su za uvježbavanje, a neki od njih se rješavaju u interaktivnoj tablici. Neke od zadataka učenici će moći riješiti i napamet pa predložimo dogovor s učenicima: neka prema vlastitom odabiru određen broj zadataka riješe u bilježnicu zbog uvježbavanja pravilnog zapisa funkcije. U posljednjem zadatku ovog dijela učenici će uvježbati za slučajno odabranu funkciju i zadanu vrijednost izračunati vrijednost argumenta. Zadatak mogu uvježbavati onoliko dugo koliko im je potrebno.

#### Linearna funkcija oko nas

U ovom su dijelu pripremljeni različiti zadaci koji učenicima pružaju priliku da uoče vezu Matematike i svakodnevnog života. U primjeru s pecanjem potičemo učenike na zdravi način

života u skladu s prirodom. Primjer s putovanjem možete iskoristiti za razvoj financijske pismenosti učenika, a primjer s tržnice za promišljanje o isplativosti kupnje i dobrom planiranju (gledište kupca) te prodaje i zarade (gledište tete Mire).

## Funkcija zadana tablicom

U ovom dijelu učenici upoznaju još jedan način zadavanja funkcije – tablicom. Ukoliko ovaj zadatak koristite na nastavi, predložimo osvrnuti se na motivacijski zadatak ovog modula (Filipovu glavolomku) i radove koje su učenici napravili u prošloj jedinici. Dobro bi bilo odabrati nekoliko primjera u kojima će učenici lako otkriti vezu među veličinama, ali i nekoliko u kojima ta veza nije očigledna. U ovom trenutku predložimo osvijestiti potrebu za matematičkim zapisom i korištenjem matematičkog jezika. U zadacima ovoga tipa posebnu važnost treba pridati osmišljavanju i prepričavanju strategije rješavanja zadatka. Mnogi učenici ne znaju "odakle početi" pa ih je potrebno usmjeriti, ali i potaknuti na učenje i provjeru svoga znanja kroz zadatke.

## Uvježbajmo

Slijedi niz zadataka i interaktivnih sadržaja za uvježbavanje. Prvi zadatak nudi [interaktivnu tablicu](#) za uvježbavanje izračunavanja vrijednosti linearne funkcije i vrijednosti nepoznatog argumenta za slučajno zadanu funkciju. Ovaj sadržaj učenici mogu vježbati onoliko dugo koliko im je to potrebno. Slijedi zadatak koji je veza linearne funkcije sa svakodnevnim životom. Njega možemo iskoristiti za raspravu o potrebi čitanja i razvoja pismenosti, kako matematičke, tako i one na materinjem jeziku.

Za one koji žele znati više pripremljeni su u *Zanimljivostima* zadaci koji su se proteklih godina našli na Državnoj maturi, a koje učenici sedmog razreda, s trenutnim znanjem, mogu riješiti.

Na kraju slijedi prijedlog i poziv učenicima da u svakodnevnom životu pronađu linearnu funkciju i osmisle zadatak. Poželjno bi bilo odvojiti vremena za detaljniju analizu i raspravu o postavljenim zadacima, jer će zasigurno biti zadataka koji nisu dovoljno dobro postavljeni. Zadatke biste mogli iskoristiti prilikom ponavljanja sadržaja ovog modula, ali ih i nadograđivati tijekom modula, ovisno o sadržaju koji trenutno proučavate.

Ovisno o kontekstu zadataka, iskoristite ih za poticanje svijesti o humanosti, socijalnoj osjetljivosti, zdravom životu, financijskoj pismenosti, promišljanju o troškovima života i slično.

Ovaj zadatak možete iskoristiti i za grupni rad na način da svaka grupa dobije temu o kojoj će osmisliti jedan ili više zadataka (u skladu s prethodno navedenim ciljevima).

## Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a, te kratku procjenu znanja kojom učenici mogu dobiti povratne informacije o usvojenosti gradiva.

## Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici.

Prijedlozi projektnih, suradničkih aktivnosti:

- **Linearna funkcija oko nas:** Učenici odabiru putovanje avionom. Trebaju procijeniti trošak putovanja, usporediti različite avioprijevoznike, trošak koji je vezan uz prtljagu, a ovisi o masi. Ukoliko odaberete rad u grupama, učenici mogu odabrati isti cilj putovanja, ali različita prijevozna sredstva. Na kraju će učenici predstaviti svoje rješenje pomoću nekog od digitalnih alata, analizirati i raspravljati o isplativosti, utrošku novca i vremena.

Na mrežnoj stranici TurtleDiary (na engleskom jeziku) možete odabrati kvizove koji nisu pretjerano zahtjevni, poput [Linear Function Game](#). Na [istoj stranici](#) možete naći niz aktivnosti vezanih uz linearne funkcije.

Na mrežnoj stranici [MathPlayGround](#) možete naći igrice i kvizove različite složenosti te odabir prilagoditi vašim učenicima.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo složenije istraživačko-projektne zadatke iz svakodnevnog života u kojima linearnom zavisnošću povezujemo razne veličine, a koji su detaljnije opisani u dodatnim prijedlozima. U provedbi zadataka u grupnom radu, ovi učenici mogu biti vođe svojih grupa i organizatori procesa rada.

Zadaci s linearnim funkcijama često se pojavljuju na državnoj maturi pa predlažemo da pogledate i za vježbu riješite i sljedeće zadatke.

- [Državna matura, jesenski rok 2009./2010., Matematika, osnovna razina, zadatak 7](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2011./2012., Matematika, osnovna razina B, zadatak 21.](#)
- [Državna matura, jesenski rok 2012./2013., Matematika, osnovna razina, zadatak 22.](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2013./2014., Matematika, osnovna razina, zadatak 23.2.](#)

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Na primjerima sličnim kao što je prvi primjer valja uvježbati način izražavanja odnosno matematički jezik koji se koristi prilikom određivanja vrijednosti zadane funkcije.

Učenicima koji se školuju po prilagođenom programu je važno podesiti razinu složenosti zadataka u skladu s njihovim mogućnostima (npr. ne zahtijevati od njih da rješavaju zadatke u kojima su argument linearne funkcije i njezini koeficijenti razlomci i decimalni brojevi).

Ukoliko se u razredu nalazi učenik s poremećajem iz spektra autizma, problemske zadatke uvijek valja staviti u kontekst učenikovog interesa. Tako se, u sedmom zadatku, mogu spomenuti omiljeni pjevači koji se vraćaju iz turneje. Učenicima koji imaju jezične teškoće valja dodatno razjasniti značenje pojedinih riječi (npr. placovina, pecalište).

Učenicima koji se slabije snalaze u problemskim zadacima valja osigurati usmeno pojašnjenje i/ili odabrati nekoliko jednostavnijih zadataka za rješavanje.



## 10.3. Jednadžba pravca



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s linearnom funkcijom
- Uočiti primjere primjene linearne funkcije u svakodnevnom životu
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgajno-obrazovni ishodi

- Prepoznati eksplicitnu jednadžbu pravca
- Pročitati i objasniti koeficijente jednadžbe pravca
- Nacrtati pravac u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini
- Odrediti eksplicitnu jednadžbu pravca ako su zadani jedna točka i koeficijent smjera ili odsječak na osi ordinata
- Odrediti eksplicitnu jednadžbu pravca kroz dvije zadane točke koristeći se sustavom jednadžbi

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija

- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo interaktivnim [primjerom](#) koji su učenici imali prilike vidjeti prilikom učenja proporcionalnosti. Cilj je napraviti prirodni prijelaz na crtanje pravca koji prikazuje linearnu funkciju te poopćiti na crtanje pravca u koordinatnom sustavu u ravnini. U nastavku, učenici rješavaju kratki kviz i prisjećaju se pojmova potrebnih za daljnje istraživanje teme.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Crtaње pravca u pravokutnom koordinatnom sustavu

Nastavljamo s interaktivnim sadržajima u kojima će učenici pomoću danih predložaka moći u digitalnom okruženju rješavati [zadatak](#), [dopunjavati tablice](#) i [crtati u koordinatni sustav](#). Tijekom uvježbavanja crtanja pravca, potrebno je isticati značenje pravca kao skupa točaka i naglašavati razlog zašto konačno mnogo točaka u koordinatnom sustavu smijemo predstaviti kao pravac. Važno je kod učenika osvijestiti i odabir argumenata u ovisnosti o zadanom pravilu pridruživanja, što će učenici moći uvježbati putem interaktivne [vježbe](#) u kojoj samostalno zadaju apscisu točke te izračunavaju ordinatu, a potom crtaju pravac u koordinatnom sustavu. Za rješavanje zadataka učenici mogu odabrati i klasičan način, u bilježnici. Nakon riješenih zadataka, učenici će upoznati pojam eksplicitne jednadžbe pravca.

#### Značenje koeficijenta eksplicitne jednadžbe pravca

Ovaj je dio jedinice pogodan za metodu obrnute učionice, vodeći računao tome imaju li svi učenici mogućnost kod kuće odraditi [istraživanje](#). Za istraživačke je aplete potrebno izdvojiti onoliko vremena koliko je učenicima potrebno, jer u slučaju frontalnog rada pojedini učenici nikada neće osjetiti zadovoljstvo otkrića koje je izuzetno važan i motivirajući faktor.

Učenici će istražiti na koji način koeficijenti linearne funkcije utječu na položaj pravca u koordinatnom sustavu, a potom kroz kviz i provjeriti vlastite zaključke. Upoznat će pojam nagiba, a u osvješćivanju tog pojma pomoći će i kratka animacija s primjerom stepenica. Usvojenost značenja koeficijenta učenici će provjeriti interaktivnom vježbom u kojoj će iz grafičkog prikaza [očitavati koeficijente](#).

## Određivanje jednadžbe pravca

Ukoliko se ne odlučite na samostalni rad učenika u ovom dijelu jedinice, predlažemo učenike podijeliti u skupine. U skladu s mogućnostima učenika, možete prilagoditi zadatke za rad u homogenim ili heterogenim skupinama, u kojima će doći do izražaja suradničko, vršnjačko učenje. Usvojenost sadržaja učenici mogu provjeriti kroz ponuđene interaktivne zadatke, a dostupnost povratne informacije dodatno će ih motivirati na rad. Pri rješavanju danih zadataka očekivane su poteškoće kod učenika koji imaju slabije predznanje o rješavanju linearnih jednadžbi s jednom nepoznanicom i rješavanja sustava dvije linearne jednadžbe s dvije nepoznanice. Za takve učenike možete pripremiti podsjetnike s koracima rješavanja kako ne bi unaprijed odustali od rješavanja zadataka.

## Za one koji žele znati više

Pripremili smo dvije dodatne teme za znatiželjne učenike. Tema *posebni pravci* zamišljena je kao navođenje na promišljanje o tome prikazuje li svaki pravac u koordinatnom sustavu upravo linearnu ovisnost. Sama tema bit će obrađena u jednoj od sljedećih jedinica ovog modula. Druga tema, implicitna jednadžba pravca, daje naznaku da nije eksplicitna jednadžba pravca jedini oblik u kojemu zapisujemo jednadžbu pravca. Uz interaktivni aplet autorice Željke Dijanić učenici će provjeriti vještinu prebacivanja iz jednog oblika zapisa u drugi.

## Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a učenici će ponoviti najvažnije pojmove.

## Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u [OneNote metodičkom priručniku](#) pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice OneNote razrednoj bilježnici, ukoliko ste se odlučili za njezinu upotrebu.

Prijedlozi projektnih, suradničkih aktivnosti:

**Nagib oko nas:** Učenici o svom okruženju prepoznaju i odabiru motiv pomoću kojega će osvijestiti pojam nagiba. To mogu biti stepenice, rampe za invalide, uspinjača, planinske staze, ceste i slično. Predložite im da uspostave i vezu sa postotcima. O svom radu učenici će izvijestiti u obliku prezentacije koristeći bilo koji od poznatih alata.

**GeoGebra:** Učenici mogu u paru ili u manjim skupinama istražiti mogućnost rješavanja zadataka iz ove jedinice koristeći GeoGebra (bez danih predložaka). Na računalu treba biti instalirana GeoGebra.

Uz članak autorice Antonije Horvatek [Jednadžba pravca](#), nadovezuje se interaktivni radni materijal koji možete ponuditi učenicima kao pomoć pri usvajanju sadržaja: [Uvod u jednadžbu pravca – u informatičkoj učionici](#) (autori Šime Šuljić, Antonija Horvatek, Lidija Kralj).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici koji žele znati više i daroviti učenici mogu sve zadatke iz ove jedinice riješiti koristeći GeoGebru (ili neki sličan program dinamične geometrije). Osim crtanja, učenike treba uputiti na istovremeno praćenje algebarskog prozora. Nacrtnim objektima učenici neka mijenjaju svojstva kako bi što bolje upoznali mogućnosti pojedinih alata. Također, neka pravce zadane u zadacima crtaju i na način da unose jednadžbu u polje za unos, a nakon toga provjere uvjete zadataka.

Ovisno o interesima vaših učenika, možete predložiti istraživanje o različitim oblicima jednadžbe pravca (implicitni, segmentni), a raspravu provesti na satima dodatne nastave.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U početnim primjerima u kojima se određuje položaj točaka u koordinatnom sustavu je važno jasnije vizualno naglasiti ucrtane točke (primjer 1). Učenici s teškoćama bi uoči ove nastavne jedinice trebali ponoviti značenje pojmova apscisa i ordinata kao i pripadajuće oznake (x-os, y-os).

Umjesto zadataka koji zahtijevaju crtanje pravca u pravokutnom koordinatnom sustavu, učenicima s značajnijim motoričkim teškoćama valja osigurati primjereniju aktivnost (kao što je računanje vrijednosti funkcije za zadane argumente ili određivanje oblika jednadžbi).

Nove oznake vezane uz eksplicitnu jednadžbu pravca valja uvrstiti i osobni podsjetnik pojedinog učenika s teškoćama, na taj način se na samome satu priprema strukturirani izvor formula i oznaka koje su mu potrebne za snalaženje na nastavi, a učenik istodobno usvaja strategiju učenja.

Od učenika koji imaju jezične teškoće se ne preporuča očekivati da ovladaju istoznačnicama.

## 10.4. Graf linearne funkcije



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s linearnom funkcijom
- Upoznati svojstva grafa linearne funkcije
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Očitati vrijednost i argument linearne funkcije s grafa
- Procijeniti pripada li zadana točka grafu linearne funkcije
- Računski provjeriti pripada li točka grafu linearne funkcije
- Odrediti računski i grafički nultočku linearne funkcije i odsječak na osi ordinata
- Iz zadanog grafa zapisati formulu linearne funkcije ili eksplicitnu jednadžbu pravca

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija

- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo motivacijskim videom koji prikazuje razgovor o novinskom članku u kojemu piše da voda vrije na 373 stupnja. Očekujemo reakciju učenika jer njihovo životno iskustvo govori da je vrelište vode na 100°C. Ukazujemo na važnost čitanja s razumijevanjem, kako teksta, tako i grafičkih prikaza na koje često u svakodnevnom životu nailazimo. U raspravi, ukoliko taj dio odrađujete frontalno ili u skupinama, ili u čitanju zanimljivosti, ako učenici samostalno rade, učenici uočavaju odnos dvije temperaturne skale i njihov odnos. Prepoznat će u zapisu linearnu ovisnost i grafički je prikazati. Za crtanje učenici će koristiti [predložak](#) ili će crtati klasično, u bilježnici.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Čitanje grafa linearne funkcije

U zadacima koji slijede učenici će se prisjetiti načina na koji čitamo podatke iz grafičkog prikaza. Nakon primjera kod kojeg je čitanje podataka iz grafa stavljeno u kontekst stvarne situacije (kemijski procesi), učenici će kombinirati crtanje pravca u pravokutnom koordinatnom sustavu s očitavanjem te odgovaranjem na pitanja. Za crtanje učenici mogu koristiti dani [predložak](#). Predlažemo poticati učenike na izgovaranje rečenica u kojima opisuju odnos dvije veličine kako bi razvijali samopouzdanje i komunikaciju matematičkim jezikom.

#### Pripadnost točke grafu linearne funkcije

Nakon čitanja grafa, učenici će određivati pripadnost točke zadanom pravcu. Ovisno o zadanim koordinatama, učenici će (ne)pripadnost odrediti očitavanjem s grafa ili će odlučiti da ne mogu biti sigurni. Predlažemo potaknuti učenike na raspravu o ovoj temi do trenutka kada se ukaže potreba za računskim određivanjem pripadnosti točaka grafu. Rasprava je izuzetno važan dio nastave jer njome učenici obogaćuju precizni matematički izražaj, ali se istovremeno osigurava okruženje u kojemu se učenik osjeća slobodan izreći svoj stav. Nakon uviđanja potrebe uvođenja računske provjere, učenici će samostalno ili uz pomoć, ovisno o njihovom predznanju, nastaviti rad, a kroz tri zadatka koja slijede nakon primjera, uvježbat će računski način nalaženja odgovora na pitanje pripada li zadana točka zadanom grafu.



## Sjecište pravca s koordinatnim osima

Učenici će samostalno kroz interaktivni aplet proučiti [sjecište pravca s y-osi](#), a potom i [sjecište pravca s x-osi](#). Kroz kratki će kviz provjeriti točnost svojih zaključaka. Važno je poticati učenike na razmišljanje i uočavanje promjena koje se javljaju promjenama klizača na apletu, ali ih nije poželjno požurivati, nego sporijima ponuditi pomoć u obliku suradničkog učenja. Učenici će, zatim, koordinate sjecišta pravca s koordinatnim osima određivati na oba načina, računski i grafički. Predlažemo da učenici slabijeg predznanja uvježbavaju postupak računskog određivanja koordinata sjecišta na način da sami zadaju linearnu funkciju koristeći aplete iz primjera 5. i primjera 6., riješe zadatak, a zatim provjere rješenje.

## Linearna funkcija zadana grafom

Primjer koji slijedi stavlja pred učenike izazov određivanja jednadžbe pravca nacrtanog u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini. Potaknite učenike na upornost pri rješavanju i otkrivanju načina rješavanja zadatka, umjesto isuviše brzog otvaranja ponuđenog rješenja. Učenici će nakon primjera riješiti još jedan sličan zadatak kako bi ponovili naučeni postupak, a nakon toga slijedi niz interaktivnih zadataka za uvježbavanje.

Kao *zanimljivost*, upućujemo učenike na korijen riječi *linearno*, a vežemo ga uz medijsku kulturu i animirani film La Linea.

## Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a slijedi procjena usvojenosti odgojno obrazovnih ishoda kroz niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti.

## Dodatni prijedlozi

Ako smatrate da vašim učenicima trebaju dodatni sadržaji za uvježbavanje ili ponavljanje, predlažemo da iskoristite neke od ovih obrazovnih sadržaja:

- [Određivanje jednadžbe pravca](#), Damir Belavić
- [Linearna funkcija](#), Željka Dijanić

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo istražiti crtanje i animiranje pravaca u GeoGebri upotrebom klizača, pri čemu im može pomoći [Mala škola GeoGebre](#) autora Damira Belavića.

Svi zadaci ove jedinice DOS-a mogu se rješavati uz pomoć GeoGebre. Učenike treba poticati na praćenje algebarskog prozora kako bi što bolje prepoznavali vezu algebarskog zapisa i prikaza objekata u grafičkom prozoru.

Osim toga, predlažemo za darovite učenike nekoliko zadataka s matematičkih natjecanja:

Općinsko natjecanje 1992.

Izračunaj površinu kvadrata čije dvije stranice leže na pravcima  $x+y-5=0$  i  $x+y+5=0$ . (Rj.  $P=50$ )

Općinsko natjecanje 1997.

Odredi jednadžbu pravca koji prolazi točkom  $A(7,2)$ , tako da se duljina odsječka tog pravca na pozitivnom dijelu osi  $x$  odnosi prema ordinati točke  $A$  kao  $5:3$ . (Rj.  $y = 6/11x - 20/11$ )

Općinsko natjecanje 2017.

Izračunaj površinu trokuta kojeg zatvara os  $x$  s pravcima  $p$  i  $q$  čije su jednadžbe (Rj.  $P=14/3$ )

$p...y=0,5x-3$  i  $q...y=-3x+4$ .

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s teškoćama na početku valja na jednostavan način pojasniti pojam „čitanja grafova“ (ne čitamo tekst kao u zadacima čitanja s razumijevanjem, već „iščitavamo“ vrijednosti na grafu koje onda smisljeno tumačimo). Kod svih grafova u kojima se očekuje aktivnost učenika (npr. temperaturne skale), učenicima s teškoćama je isto važno unaprijed napomenuti.

Čitanje grafova s razumijevanjem može biti zahtjevan za zadatak za učenike s teškoćama u razvoju kao i za učenike s diskalkulijom zbog čega im valja dodatno objasniti postupak „iščitavanja“ (ponoviti više puta, označavati/zaokruživati vrijednosti, odabrati manji broj jednostavnijih grafova).



## 10.5. Tok linearne funkcije



---

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

---

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s linearnom funkcijom
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Odrediti nagib linearne funkcije
- Odrediti sjecišta s koordinatnim osima
- Pomoću nagiba analizirati tok linearne funkcije
- Uočiti pravce usporedne s koordinatnim osima

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Bez obzira koji oblik rada odaberete za ovu jedinicu, predlažemo da motivacijski dio odradite frontalno kako biste uveli učenike u promišljanje o toku. Asocijacija na tok, učenicima je uglavnom tok rijeke, pa se motivacijske slike mogu iskoristiti za analizu i raspravu (u čemu je razlika toka dviju prikazanih rijeka, značenje pojmova uzvodno i nizvodno, veslanje uzvodno (teže), nizvodno (lakše), strmina vodopada...). U daljnjim raspravama možda će biti potrebno i praktično asociirati na ovaj primjer. Nakon kratke rasprave, učenici mogu pogledati uvodni video u kojem, sada već poznati likovi, razgovaraju o toku funkcije.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Rastuća i padajuća funkcija

Interaktivni [istraživački aplet](#) učenicima omogućuje učenicima da samostalno i tempom koji im ponaosob odgovara, prouče različite položaje pravca u pravokutnom koordinatnom sustavu. Kroz interaktivni materijal učit će i ovisnost položaja pravca o koeficijentima linearne funkcije. Nakon istraživanja slijedi kviz u kojemu će učenici moći provjeriti svoje zaključke o toku funkcije. Predlažemo potaknuti učenike da nakon prvog rješavanja kviza, kviz riješe još jednom, ovaj puta u parovima. Na svako pitanje potrebno je tada odgovoriti punom rečenicom i uz obrazloženje. Na taj će način učenici razvijati komunikaciju matematičkim jezikom i jačati samopouzdanje.

#### Sjecište grafa linearne funkcije s koordinatnim osima

S obzirom da su već ranije učenici uočili sjecište pravca s koordinatnim osima, na početku ovog dijela učenici će samostalno, kroz [interaktivni aplet](#) ponoviti pojmove: sjecišta s koordinatnim osima, nultočka, odsječak na osi ordinata. Nakon ponavljanja, učenici će provjeriti svoje znanje [očitanja koordinata točaka](#) u kojima zadani pravac siječe koordinatne osi. Zadatak učenici mogu po potrebi ponavljati, dok sami ne procjene da je ishod ostvaren. Osim očitavanja koordinata sjecišta, kroz aplet učenici mogu ponoviti i određivanje toka funkcije odabirom za to predviđenog gumba.

Slijedi zadatak u obliku kviza koji će učenicima omogućiti procjenu znanja, a također se može iskoristiti i za suradničko učenje - provjeru znanja u paru. U završnom dijelu je primjer u kojemu učenici mogu naučiti na koji način nacrtati pravac, a da pri tom sjecišta odrede računskim putem. Nakon primjera slijedi [interaktivni zadatak](#) koji učenici rješavaju u digitalnom okruženju, koristeći GeoGebrin [predložak](#).

## Nagib pravca

Na samom početku učenici će [istražiti primjer](#) u kojemu analiziraju nagibe danih pravaca u interaktivnom apletu. U ovom je dijelu pripremljen niz interaktivnih zadataka i vježbi različitih razina složenosti u kojima će učenici usvojiti [pojam nagiba](#) te će moći [analizirati tok funkcije](#) pomoću nagiba. Ovi će zadaci poslužiti učenicima kao priprema za vježbu na kraju ove jedinice – crtanje pravca pomoću nagiba i odsječka na si ordinata. Zadatke je predviđeno rješavati u digitalnom okruženju jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju o točnosti, a po potrebi mogu zadatke ponavljati više puta. Naravno, zadaci se mogu rješavati i na klasičan način, u bilježnicu. Proučavajući nagib pravca, učenici će prepoznati situaciju u kojoj su u koordinatnoj ravnini nacrtani usporedni pravci te će imati priliku istražiti vezu s parametrima pripadajućih funkcija.

Nakon istraživanja usporednih pravaca, predložimo provesti raspravu o odabiru naziva koeficijenata linearne funkcije (*nagib* i *koeficijent smjera* te *odsječak na osi y*). Izuzetno je važno učenicima apstraktne pojmove približiti korištenjem asocijacija i mnemotehnike, ali i osvješćivanjem i značenjem riječi.

## Pravci usporedni s koordinatnim osima

U ovom dijelu učenici će upoznati pravce koji su usporedni s ordinatnom i [apscisnom](#) osi. Uz pomoć interaktivnih apleta učenici će naučiti odrediti jednadžbe pravaca nacrtanih u koordinatnom sustavu u ravnini, a koji su usporedni s osima. Proučavajući ove posebne pravce, važno je uvesti raspravu o tome jesu li ovi pravci grafovi linearne funkcije te o čemu i na koji način koji od njih ovisi. Učenici će usvojiti i crtanje pravaca uz zadanu jednadžbu, a ukoliko zadatke rješavaju u [digitalnom okruženju](#), dobit će i povratnu informaciju o točnosti rješenja. Predložimo učenike upoznati s načinom provjere rješenja u GeoGebri, tako da u polje za unos upišu jednadžbu pravca (u eksplicitnom obliku) i program će automatski nacrtati zadani pravac.

## Završetak

Na samom završetku jedinice učenici će se podsjetiti na dva poznata načina crtanja grafa linearne funkcije, a uz pomoć [apleta](#) autorice Željke Dijanić moći će usvojiti i način crtanja pravca u koordinatnom sustavu pomoću parametara zadane jednadžbe pravca.

## Dodatni prijedlozi

Uz pomoć [PhET interaktivne simulacije](#) učenici mogu uvježbati crtanje pravca uz pomoć koeficijenata.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Predložimo učenike koji žele znati više i darovite učenike potaknuti na razmišljanje na koji bi način mogli nacrtati pravac kojemu je zadana jednadžba, koristeći koeficijent smjera i odsječak na osi ordinata. Svoje će zaključke učenici moći provjeriti putem PhET aplikacije dane na samom završetku ove jedinice DOS-a.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Uoči razgovora između Iskre i profesora Bistrića bilo bi dobro komentirati značenje pridjeva rastući i padajući kao i kontekst razgovora te smjer razgovora (npr. Iskra postavlja pitanja, profesor je taj koji odgovara). Učenicima s jezičnim teškoćama valja skrenuti pozornost na razlikovanje pojmova tok i tijek kako ne bi došlo do uporabe pogrešne riječi.

Učenicima s motoričkim teškoćama valja osigurati pomoć kod pomicanja klizača na apletu. S obzirom da se veći broj pitanja veže uz prvi aplet, važno je učenicima napomenuti da se vraćaju na aplet.

U prvom primjeru (pod e) grafovi su smješteni blizu jedan do drugoga zbog čega je važno dodatno usmjeriti one učenike koji imaju teškoće s vizualnom obradom ili im ponuditi iste grafove, ali jedan po jedan. Isto vrijedi i za primjer 4 (zadatak d).

Kod poglavlja koje se odnosi na sjecište grafa linearne funkcije s koordinatnim osima važno je ponoviti zadane pojmove (sjecište pravca sa x-osi, itd..), kod učenika koji otežano usvajaju ovo gradivo može pomoći ispisani i uvećani primjer grafa na kojem se učenici s teškoćama pokazivanjem ili smještanjem figurica na graf podsjećaju zadanih pojmova.

Ukoliko pojedini učenici s teškoćama nisu savladali prvi dio nastavne jedinice (rastuću/padajuću funkciju i sjecišta grafa) preporuča se uvježbati taj dio i ne inzistirati na druge sadržaje.

Odabir složenosti zadataka valja napraviti u skladu s obilježjima učenikova individualno-odgojno obrazovnog plana i po potrebi kontaktirati stručni tim.

## 10.6. Uporaba grafičkog prikaza linearne funkcije u svakodnevnom životu



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s linearnom funkcijom
- Uočiti primjere primjene linearne funkcije u svakodnevnom životu
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgajno-obrazovni ishodi

- Očitati podatke s grafičkog prikaza linearne funkcije iz svakodnevnog života
- Uporabiti digitalnu tehnologiju pri rješavanju zadataka s grafičkim prikazom linearne funkcije u svakodnevnom životu
- Primijeniti grafički prikaz linearne funkcije pri rješavanju problema iz matematike, drugih obrazovnih područja i svakodnevnog života

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija

- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika. Za crtanje učenici će koristiti predložak dinamične geometrije ili će crtati klasično, u bilježnici.

### Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo motivacijskim primjerom, tj. animacijom pomoću koje želimo motivirati učenike za uočavanje povezanosti linearne funkcije, Fizike, Matematike i svakodnevnog života.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

U nastavku kroz primjere i zadatke pokazujemo uporabu linearne funkcije u nekoliko čestih, karakterističnih primjena.

#### Džeparac

Ovim primjerom želimo pokazati linearnu ovisnost preostalog novca i broju dana trošenja novca. Kroz crtanje i analizu grafa predlažemo potaknuti učenike na raspravu o toku linearne funkcije i sjecištima grafa s koordinatnim osima i o značenju tih točaka.

#### Mjesečna pretplata

Mjesečna pretplata je jedan od primjera linearne funkcije s kojom se učenici susreću svakodnevno. Ove zadatke koristimo i kako bismo osvijestili kod učenika matematičku pozadinu različitih svakodnevnih radnji.

Učenicima predlažemo da se i oni okušaju u primjeni linearne funkcije u nekom primjeru njihovog kućnog budžeta, te da analiziraju potrošnju tako iskazane linearne ovisnosti dviju veličina.

#### Prodaja jabuka

U ovom zadatku s tržnice želimo kroz analizu govoriti isplativosti prodaje i dobrom planiranju. Na taj način želimo potaknuti učenike o poduzetništvu.



Predlažemo da u svim ovim zadacima i primjerima potičete učenike da razmisle o kakvim se veličinama radi, kakva je povezanost među njima, te da znaju pojasniti i argumentirati problemski zadatak.

Za one koji žele znati više pripremljeni su složeniji zadaci iz svakodnebnog života u kojima treba međusobno povezati razne proporcionalne veličine.

## Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a slijedi primjer u kojem želimo kroz razgovor i analizu motivirati učenike na kritičko mišljenje. Ovim primjerom možete učenike potaknuti da osmisle svoje zadatke i pronađu povoljnije ponude.

Slijedi interaktivni zadatak za provjeru usvojenosti odgojno obrazovnog ishoda.

## Dodatni prijedlozi

Ako smatrate da vašim učenicima treba osvježavanje znanja o linearnoj funkciji, predlažemo da iskoristite neke od ovih obrazovnih sadržaja:

[Petica +7](#), L.Kralj, M.Stepić, D.Glasnović Gracin, S.Banić, Z.Ćurković, udžbenik

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo složenije zadatke iz svakodnevnog života u kojima povezujemo razne proporcionalne veličine.

Zadaci s proporcionalnim i obrnuto proporcionalnim veličinama često se pojavljuju na Državnoj maturi pa predlažemo da pogledate i ove zadatke:

- [Državna matura, ljetni rok 2009./2010. godina, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 23.](#)
- [Državna matura, zimski rok 2009./2010. godina, Matematika, viša razina, A, zadatak 5.](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2010./2011. godina, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 24 i zadatak 26.](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2010./2011. godina, Matematika, viša razina, A, zadatak 6.](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2011./2012. godina, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 24.](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2012./2013. godina, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 22.](#)

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Početni primjer (s potrošnjom goriva) je važno povezati s učenikovim iskustvima i na taj način i učenike s teškoćama potaknuti na interakciju (npr. jesu li ikada ostali bez goriva u automobilu, kako se isto može izbjeći..). Prilikom čitanja grafova učenicima valja skretati pozornost na naizgled očite činjenice kao što su nazivi apscisa i ordinata.

Kod postavljanja zadataka kao što je zadatak u primjeru 1 valja osigurati podršku onim učenicima koji imaju teškoće razumijevanja (matematičkog) jezika. Primjerice, zajednički riješiti nekoliko jednostavnijih i sličnih zadataka.

Kada god je to moguće, zadatke riječima je potrebno povezati sa specifičnim interesima učenika s poremećajem iz spektra autizma (npr. Marko plaća pretplatu za National Geographic..), u tom slučaju i drugi učenici mogu rješavati tematski dorađeni zadatak.

Za učenike s motoričkim teškoćama vrijedi prije spomenuta smjernica, ukoliko motoričke sposobnosti kao i vizualna percepcija nisu dostatne za snalaženje u grafičkim prikazima, važno je odrediti nekoliko činjenica koje učenik može savladati (definicije i primjeri uporabe grafičkog prikaza linearne funkcije u svakodnevnom životu).



## 10.7. Grafičko rješavanje sustava linearnih jednadžbi



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s linearnom funkcijom
- Uočiti primjere primjene linearne funkcije u svakodnevnom životu
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgajno-obrazovni ishodi

- Zapisati linearnu jednadžbu s dvije nepoznanice kao eksplicitnu jednadžbu pravca
- Uočiti da je sjecište pravaca nacrtanih u pravokutnom koordinatnom sustavu rješenje sustava ju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice
- Povezati broj rješenja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice s međusobnim položajem dvaju pravaca u ravnini
- Uporabiti digitalnu tehnologiju pri grafičkom rješavanju sustava
- Primijeniti grafičko rješavanje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

## Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika. Za crtanje učenici će koristiti predložak dinamične geometrije ili će crtati klasično, u bilježnici.

### Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo primjerom u kojem u istom koordinatnom sustavu prikazujemo grafički prikaz dviju jednadžbi s

dvije nepoznanice i definiramo sjecište tih pravaca kao rješenje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

U nastavku slijede primjeri i zadaci u kojima analiziramo moguća rješenja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice.

Osim za uvježbavanje crtanja pravaca u koordinatnoj ravnini želimo potaknuti učenike na uočavanje njihovog sjecišta, kritičkog mišljenja i analize pa na taj način definirati sustav koji nema rješenja i sustav koji ima beskonačno mnogo rješenja i njihovog grafičkog prikaza.

Nastavljamo animacijom u kojoj su prikazana sva tri slučaja grafičkog prikaza rješenja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Predlažemo da učenici zadane zadatke riješe pomoću programa dinamične geometrije ali i na klasičan način u bilježnicu.

### Uvježbajmo

Slijedi niz zadataka i interaktivnih sadržaja za uvježbavanje. Prije samog rješavanja zadatka potičite učenike da procijene rješenje, i onda ga usporede s točnim rješenjem.

Za one koji žele znati više pripremljeni su složeniji zadaci iz svakodnebnog života u kojima treba međusobno povezati razne proporcionalne veličine.

## Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a prisjećamo procjena usvojenosti odgojno obrazovnih ishoda.

## Dodatni prijedlozi

Ako smatrate da vašim učenicima treba osvježavanje znanja o linearnoj funkciji predložimo da iskoristite neke od ovih obrazovnih sadržaja:

- <http://www.eduvizija.hr/portal/lekcija/7-razred-matematika-graficko-rjesavanje-sustava-dviju-linearnih-jednadzbi-s-dvjema-nepoznamicama>
- [grafička metoda rješavanja sustava dvije linearne jednadžbe sa dvije nepoznanice - mat-1](#)
- <http://www.odrazi-se.org/hr/7-razred/linearna-funkcija-2/graficko-rjesavanje-sustava-linearnih-jednadzbi/>
- [Linearna funkcijapriprema za ispit znanja 15](#)
- [Matematika-7-crtnje grafa linearne funkcije - br.1 - zbirka riješenih zadataka za sedmi razred](#)
- [Petica +7](#), L.Kralj, M.Stepić, D.Glasnović Gracin, S.Banić, Z.Ćurković, udžbenik

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predložimo složenije zadatke iz svakodnevnog života u kojima povezujemo razne linearne funkcije i analiza povoljnije ponude.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Postupak koji je opisan u primjeru 1 valja dodatno pojasniti usmenim putem i učenicima s teškoćama skrenuti pozornost na ključne korake (prikazati jednadžbe u eksplicitnom obliku, odrediti po dvije točke pravaca, crtanje pravaca, pronalaženje sjecišta pravaca kao rješenja sustava, imenovanje uređenog para). Slična, kraća verzija je navedena u prvom zadatku.

Učenicima s teškoćama koji se snalaze koristeći se digitalnim predloškom koordinatnog sustava izrađenim u GeoGebri valja dopustiti da dodatno koriste digitalna rješenja i, kada god je to moguće, nuditi zadatke koje mogu riješiti u digitalnom sustavu. Uporaba digitalne tehnologije pri grafičkom rješavanju sustava je ujedno jedan od planiranih ishoda po završetku ove nastavne jedinice.

Kod zadataka kao što je zadatak 8, uvijek je dobro smanjiti broj zadataka za one učenike koji imaju teškoće s matematičkim operacijama i grafičkim rješavanjem sustava (primjerice, zadati im samo prvi sustav linearnih jednadžbi koji je naveden u osmom zadatku).

## 10.8. Primjena linearne funkcije u svakom životu



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s linearnom funkcijom
- Uočiti primjere primjene linearne funkcije u svakodnevnom životu
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati linearnu povezanost veličina u situacijama iz svakodnevnog života
- Primijeniti linearnu funkciju pri rješavanju problema iz matematike, drugih obrazovnih područja i svakodnevnog života

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Jedinicu započinjemo interaktivnim zadacima s kojima želimo ponoviti stečeno znanje o linearnoj funkciji. U nastavku kroz primjere i zadatke pokazujemo uporabu linearne funkcije u nekoliko čestih, karakterističnih primjena iz situacija iz svakodnevnog života.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Troškovi ljetovanja

Planiranje ekonomične potrošnje vlastite uštedevine jedan je od primjera linearne funkcije koji učenici susreću u svakodnevnom životu. Ovim primjerom željeli smo pokazati važnost odgovornog i planiranog trošenja uštedevine.

Osim za uvježbavanje primjene linearne funkcije ovaj zadatak koristimo kako bismo osvijestili učenika koliko je linearna funkcija, a samim tim i matematika značajna u svakodnevnom životu.

#### Obračun potrošnje

Obračun potrošnje vode, struje, mjesečne pretplate za telefon ili mobitel i niz drugih sličnih primjera linearne funkcije s kojom se učenici susreću predlažemo kao zadatke pomoću kojih se može uvježbati primjena linearne funkcije.

Predlažemo i projektni zadatak osmišljavanja primjera linearne funkcije u kojem učenici osmisliti svoj primjer obračuna potrošnje iz njihovog domaćinstva.

#### Uvježbajmo

Pri uvježbavanju je važno poticati učenike da razmisle koja je veličine konstantna, a koja je promjenjiva. Važno je da učenici razumiju o kakvim se veličinama radi, kakva je povezanost među njima te znaju pojasniti i argumentirati svoju strategiju rješavanja problemskog zadatka.

Slijedi niz zadataka i interaktivnih sadržaja za uvježbavanje. Prije samog rješavanja zadatka potičite učenike da procijene rješenje, i onda ga usporede s točnim rješenjem.

## Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a prisjećamo se očitavanja podataka s grafa kako bismo riješili problemsku situaciju.

## Dodatni prijedlozi

Ako smatrate da vašim učenicima treba osvježavanje znanja o linearnoj funkciji predložimo da iskoristite neke od ovih obrazovnih sadržaja:

- [Linearna funkcija - priprema za ispit znanja 03](#)
- [Petica +7](#), L.Kralj, M.Stepić, D.Glasnović Gracin, S.Banić, Z.Ćurković, udžbenik

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Zadaci s linearnim funkcijom često se pojavljuju na Državnoj maturi pa predložimo da pogledate i ove zadatke:

- [Državna matura, ljetni rok 2009./2010. godina, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 9. i 21.](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2012./2013. godina, Matematika, osnovna razina, B, zadatak 22.](#)
- [Državna-matura-2016-2017-ljetni-rok osnovna razina 15. i 28. zadatak](#)
- [Državna-matura-2016-2017-jesenski-rok-osnovna razina 12., 23.2., 27.2. i 28. zadatak/](#)

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s teškoćama u razvoju valja osigurati uvježbavanje na što većem broju jednostavnijih zadataka (primjerice postavljanje formule, zadatak 3) te se oko detaljnijeg odabira zadataka savjetovati sa stručnim suradnicima.

Što se tiče učenika sa specifičnim teškoćama učenja, preporuča se postupiti u skladu s općim smjernicama: produljiti vrijeme za rješavanje zadataka, osigurati dodatno/usmeno pojašnjenje zadatka, podsjećati na uporabu formula i činjenica iz prijašnjih lekcija.



# Aktivnosti za samostalno učenje

---

## Ciljevi, ishodi, kompetencije

---

### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s linearnom funkcijom
- Uočiti primjere primjene linearne funkcije u svakodnevnom životu
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i objasniti linearnu funkciju
- Odrediti vrijednost i argument linearne funkcije
- Prikazati linearnu funkciju i jednadžbu pravca grafički i algebarski
- Analizirati linearnu funkciju pomoću grafa i koeficijenata
- Primijeniti linearnu funkciju pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj sati: minimalno 1 sat

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadaci i primjeri koji omogućavaju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijjskih sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.



## Uvodni dio

Početak ove jedinice možete iskoristiti za povijest matematike, koja je učenicima uvijek zanimljiva, kako bi ih uveli u priču o začetcima analitičke geometrije i zainteresirali za daljnje samostalno istraživanje. Znatiželjni učenici mogu istražiti život i rad francuskih matematičara s početka 17.stoljeća, Descartesa i Fermata, a na samom kraju izložiti sadržaj svoga istraživanja. Ili, možete u ovom dijelu iskoristiti metodu obrnute učionice te za početak ove jedinice postaviti izložbu učeničkih radova o spomenutim matematičarima.

### Riješite, provjerite i podijelite

Za uvježbavanje linearne funkcije predlažemo vam zadatke različite razine složenosti koje učenici mogu samostalno riješiti u bilježnicu ili u nekom interaktivnom elementu. Zadnjih nekoliko zadataka je za one koji žele znati više, ali predlažemo svima da ih pokušaju riješiti.

Pri uvježbavanju i ponavljanju učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime ujedno dobivaju i povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Promjenom dinamike i metode rada nastoji se zadržati pažnja učenika na samim sadržajima, čime se potiče i ustrajnost i samostalnost u radu. Stoga se izmjenjuju različiti tipovi zadataka: klasični zadaci u kojima učenik rješava zadatak u bilježnicu, zadaci tipa kviz-pitanja u kojima učenik treba poznavati pojmove, pravila i svojstva, interaktivni zadaci koje učenik rješava direktno u postavljene [predloške](#) te kontekstualni zadaci u kojima se povezuje sadržaj sa stvarnim [životnim situacijama](#). Prije samog rješavanja zadatka potičite učenike da procijene rješenje, i onda ga usporede s točnim rješenjem. Potičite učenike i na prepričavanje slijeda radnji koje treba učiniti. Možete im predložiti i igru procjene iz jedinice 2.2.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka te se prema potrebi vratiti na prethodne jedinice i ponoviti načine rješavanja zadataka.

Predlažemo i **projekt** u kojemu će učenici istražiti različite temperaturne skale, povezati ih linearnom funkcijom te i na taj način pokazati značaj matematike u svakodnevnom životu. Važno je istaknuti značaj odabira skale ovisno o području rada (kemijom, fizika). Kontekst projekta i način izlaganja možete prilagoditi učeničkim željama. Drugi predloženi **projekt** odnosi se na istraživanje načina obračunavanja svakodnevnih životnih troškova, odnosno potrošnje struje, vode, plina, krutog goriva, telefonskih razgovora, interneta i slično.

Učenici koji žele znati više mogu istražiti i vezu između koeficijenata smjera međusobno okomitih pravaca. U tu svrhu ponuđen im je [interaktivni materijal](#). Svoje zaključke mogu provjeriti kroz nekoliko zadataka

## Završni dio

Završavamo ovu jedinicu i modul podsjećanjem da je proučavanje linearne funkcije tek uvod u analitičku geometriju.

Iako u DOS-u nije predviđeno, učenicima možete predložiti ponavljanje i usustavljanje kroz interaktivnu [PhET simulaciju](#) (na engleskom jeziku).

Na samom završetku, učenicima smo pripremili zanimljivu interaktivnu vježbu [Misija: spasi Zemlju](#) koja se sastoji od niza zadataka i problema koje treba riješiti. Posebnost ove interakcije je u tome da učenik ne može prijeći na sljedeći zadatak dok ispravno ne riješi onaj koji je pred njim. U nastavku dajemo pregled rješenja svih postavljenih zadataka.

1.problem: Određivanje koordinata ishodišta.

Učenici bi trebali sami otkriti položaj ishodišta. Pomicanjem miša po podlozi na određenim sjajnijim zvijezdama pojavljuje se "ručica". Rješenje: ishodište se nalazi kod slova *d* u riječi *odredište*.

Položaj tražene točke sada nije teško odrediti.

2.problem: Tražene koordinate su (-6, -4).

3.problem: Rješenje je 10 rukovanja. Možemo očekivati zbunjenost onih učenika koji nisu pročitali onaj dio zadatka koji govori da zemljani moraju pronaći sjeme i zasaditi drvo. Rješenje: sjemenke se nalaze lijevo, a treba ih spustiti u hrpicu iskopane zemlje u sredini slike.

4.problem: Tražena aritmetička sredina je 140cm, a rješenje zadatka 150 cm.

5.problem: Klikom na sliku dobije se uvećana slika na kojoj se može uočiti traženi rezervni dio u obliku kružne matice. Treba pronaći mjesto gdje treba biti postavljen. Laganim povlačenjem po dijelovima letjelice, u jednom se trenutku pojavljuju zelene točke kao znak da je letjelica popravljena (središnji dio letjelice).

6.problem: Rješenje je 4.

7.problem: Rješenje je 32%.

8.problem: Zadatak se otkriva klikom dio vrata gdje je tipkovnica za ukucavanje šifre. Rješenje: tražena šifra je 65.

9.problem: Pogon se pali na klikom na crnu polugu s lijeve strane. Rješenje zadatka je 4950.

10.problem: Rješenje: središta su udaljena 21 cm.

11.problem: Rješenje je  $600 \text{ cm}^2$ .

12.problem: Rješenje je 6 469 100.

13.problem: Treba kliknuti na četiri mjesta u središnjem (žutom) dijelu letjelice kako bi se zasnijetlila sva četiri zelena kružića.

## Dodatni prijedlozi

Pri proučavanju povijesti matematike predložimo sljedeću literaturu:

- Povijest matematike za školu (poglavlje 27), Gerš Isakovič Gleizer, Školske novine&HMD, Zagreb 2003.
- Mrežna stranica Khan Academy, [Linearna funkcija i jednačbe](#)

Kvizove i igrice (na engleskom jeziku) :

- Mrežna stranica MathGames: [Zapis linearne funkcije](#), [Graf linearne funkcije](#), [Određivanje nagiba pravca kojemu su zadane dvije točke](#), [Određivanje nagiba pravca iz grafa](#), [Prepoznavanje linearne funkcije](#), [Crtanje grafa linearne funkcije](#)

## Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- [Fermat & Descartes](#), (1.dio), YouTube video (engleski jezik)
- [Fermat& Descartes \(2.dio\)](#), YouTube video (engleski jezik)
  - [Rene Descartes, Biografija](#), YouTube (engleski jezik)

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za one koji žele znati više pripremljeno je istraživanje i niz zadataka o međusobno okomitim pravcima. Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje, a interakcije povratnu informaciju pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka. Možete potaknuti učenike da znanje o okomitim pravcima provjere i koriste u GeoGebri, bez predložaka, a potaknite ih i na izradu jednostavnog interaktivnog apleta.

Zadaci u kojima se koristi znanje o linearnoj funkciji česti su na Državnoj maturi pa predložimo da pokušate riješiti sljedeće zadatke :

- [Državna matura, ljetni rok 2009./2010.,osnovna razina, zadatak 27.](#)
- [Državna matura, zimski rok 2009./2010.,osnovna razina, zadatak 27.](#)
- [Državna matura, jesenski rok 2011./2012.,osnovna razina, zadatak 27.](#)
- [Državna matura, jesenski rok 2012./2013.,osnovna razina, zadatak 25.](#)
- [Državna matura, ljetni rok 2013./2014.,osnovna razina, zadatak 26.](#)
- [Državna matura, jesenski rok 2015./2016.,osnovna razina, zadatak 28.](#)

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U aktivnostima za slobodno učenje važno je pridržavati se općih smjernica koje se odnose na prilagodbu materijala i načina poučavanja koje su specifične za pojedinu vrstu teškoće.

U ovoj vrsti aktivnosti je važno poticati projektne aktivnosti i rad u manjim skupinama u okviru kojeg i učenik s teškoćama ima jasnu, unaprijed definiranu ulogu (npr. izrada prezentacija u interaktivnim alatima ili izrada postera, osmišljavanje kviza i sl). Jedna od skupina može dobiti zadatak da ključne činjenice iz ovog modula predstavi u nekom od web alata. Druga skupina može dobiti zadatak da osmisli nekoliko različitih primjera u kojima primjenjujemo linearnu funkciju u svakodnevnom životu. U okviru slobodnih aktivnosti je izrazito važno poticati uporabu digitalne tehnologije kao i vršnjačku podršku.

# Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

## Ciljevi, ishodi, kompetencije

### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s linearnom funkcijom
- Uočiti povezanost linearne funkcije sa svakodnevnim životom
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima

### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i opisati linearnu funkciju
- Odrediti vrijednost i argument linearne funkcije
- Prikazati linearnu funkciju i jednadžbu pravca grafički i algebarski
- Analizirati linearnu funkciju pomoću grafa i koeficijenata
- Primijeniti linearnu funkciju pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula Linearne funkcije osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stavova s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informaciju koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukcija, primjena i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja zadataka koje je riješio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.

- [Priprema za šesti ispit znanja \(Linearna funkcija i jednadžba pravca\) MAXtv R7L36](#)
- [Linearna funkcija - priprema za ispit znanja 06](#)
- [Linearna funkcijapriprema za ispit znanja 07](#)
- [Linearna funkcijapriprema za ispit znanja 08](#)
- [Linearna funkcijapriprema za ispit znanja 12](#)
- [Linearna funkcijapriprema za ispit znanja 14](#)
- [Linearna funkcijapriprema za ispit znanja 15](#)
- [Drzavna-matura-2016-2017-ljetni-rok/osnovna razina 10. i 27.2. zadatak](#)

# Pojmovnik

Izvor: CARNET-ova Dokumentacija za nadmetanje: NABAVA USLUGA IZRADE OTVORENIH DIGITALNIH OBRAZOVNIH SADRŽAJA

## *Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj (cjeloviti DOS)*

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj je obrazovni sadržaj u digitalnom obliku koji pokriva cjelokupni kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred. Jedan cjeloviti DOS obuhvaća cjelokupni godišnji fond školskih sati za kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred, prema postojećem nastavnom planu te dodatne sate za samostalno učenje i vrednovanje kod kuće.

## *Darovita djeca*

Darovita djeca su ona djeca koja posjeduju sklop osobina, visoko natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visokoga stupnja kreativnosti i motivacije koji im omogućava razvijanje izvanrednih kompetencija i dosljedno postizanje izrazito natprosječnoga postignuća i/ili uratka u jednome ili u više područja. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika*, 2016.)

## *Digitalni obrazovni materijal*

Digitalni obrazovni materijal je bilo kakav obrazovni materijal u digitalnom formatu neovisno o obliku (e-udžbenik, dio e-udžbenika, e-knjiga, cjeloviti multimedijalni materijali, obrazovna igra, digitalizirana verzija tiskanih obrazovnih materijala, on-line tečaj i dr.) i kontekstu za koji je izrađen (za primjenu u formalnom, neformalnom ili informalnom obrazovnom kontekstu).

Jedan digitalni obrazovni materijal je materijal koji sadržajno pokriva najmanje 5 nastavnih sati u potpunosti i podrazumijeva metodičko oblikovanje.

Jedan digitalni obrazovni materijal NIJE samo jedan izolirani grafički ili multimedijalni prikaz, niti prezentacija u digitalnom formatu. Nadalje, jedan digitalni obrazovni materijal NIJE tekstualni dokument (npr. word dokument) ili pdf verzija tekstualnog dokumenta koji ne podrazumijeva metodičko oblikovanje te sadržajno ne pokriva najmanje 5 nastavnih sati.

## *Digitalni obrazovni sadržaj (DOS)*

Digitalni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu. DOS je namijenjen prvenstveno učenicima za učenje, provjeru znanja i korištenje na nastavnom satu. Sekundarno, DOS je namijenjen i učenicima za samostalno učenje i rad kod kuće te, zajedno s pripadajućim priručnikom, nastavnicima za poučavanje.

## *Interakcija*

Interakcija je multimedijalni element ugrađen u sadržaj čija interaktivnost podrazumijeva pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa, akcije kao što su pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom komandom, obrazac za ispunjavanje, označavanje odgovora, unos teksta, formula ili audio zapisa, povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja, didaktična igra, simulacija s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima, mogućnost dobivanja povratnih informacija, interaktivna infografika, interaktivni video, žiroskopski prikaz, 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom i sl.

## E-pristupačnost

E-pristupačnost je nadilaženje prepreka i poteškoća na koje osobe nailaze kada pokušavaju pristupiti proizvodima i uslugama koji se zasnivaju na informacijskim i komunikacijskim tehnologijama (Europska komisija, 2005.)

## Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija) je uvažavanje različitosti i specifičnosti svakog pojedinca kroz odgoj i obrazovanje koji odgovara na različite odgojno-obrazovne potrebe sve djece i svih učenika, a temelji se na uključivanju i ravnopravnom sudjelovanju svih u odgojno-obrazovnom procesu. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje i prilagodbu iskustava učenja te vrednovanje postignuća djece i učenika s teškoćama*, 2016.)

## Jedinica DOS-a

Jedinica DOS-a obuhvaća dio, cijelu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta metodički obrađenih tako da obuhvaćaju sadržaj učenja i poučavanja predviđen za provođenje od jednog do tri školska sata. Jedinicu DOS-a čine sljedeći obavezni dijelovi: Uvod i motivacija, Razrada sadržaja učenja i poučavanja i Završetak.

## Kognitivne razine postignuća

Kognitivne razine postignuća obuhvaćaju razinu reprodukcije znanja, primjene znanja i rješavanje problema. Reprodukcijska razina znanja kao najniža kognitivna razina postignuća obuhvaća razumijevanje gradiva (imenovanje, definiranje, ponavljanje, izvješćivanje, razmatranje, prepoznavanje, izražavanje, opisivanje). Viša kognitivna razina postignuća je primjena znanja koja podrazumijeva konceptualno razumijevanje gradiva (raspravljavanje, primjena, tumačenje, prikazivanje, izvođenje, razlikovanje). Rješavanje problema je najviša kognitivna razina postignuća koja podrazumijeva sposobnost analize, sinteze i vrednovanja gradiva (uspoređivanje, razlučivanje, predlaganje, uređivanje, organiziranje, kreiranje, klasificiranje, povezivanje, prosuđivanje, izabiranje, rangiranje, procjenjivanje, vrednovanje, kombiniranje, predviđanje).

## Modul DOS-a



Jedan modul DOS-a obuhvaća smisleno povezan sadržaj učenja i poučavanja koji obuhvaća određeni broj jedinica DOS-a, koje obuhvaćaju jednu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta.

### Multimedijalni element

Multimedijalni element je zvučni zapis, fotografije, ilustracije, video zapis ili 2D i 3D animacije.

### Nastavni sadržaj

Nastavni sadržaj je konkretna građa i zadatci (aktivnosti) za usvajanje i razvijanje odgojnih i obrazovnih znanja, vještina i navika kojima se ostvaruje određeni odgojno-obrazovni ishod ili skup odgojno-obrazovnih ishoda.

### Objavljeni obrazovni sadržaj

Objavljeni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju u obrazovne svrhe objavljen u tiskanom ili digitalnom formatu uz pozitivnu stručnu recenziju ili pozitivnu evaluaciju od strane korisnika sadržaja.

### Obrazovni sadržaj

Obrazovni sadržaj je sadržaj, tiskanog ili digitalnog tipa, razvijen s primarnom namjenom korištenja u obrazovne svrhe, bilo u nastavi ili izvan nje, za formalno, neformalno ili informalno obrazovanje.

### Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja)

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja) je jasni iskaz očekivanja od učenika (što učenici znaju, mogu učiniti i koje stavove/vrijednosti imaju razvijene) na kraju nekog dijela učenja i poučavanja. Ovisno o razini na kojoj je izražen, neki odgojno-obrazovni ishod može se odnositi na razdoblje od jednog nastavnog sata, tematske cjeline, cijele godine ili ciklusa učenja i poučavanja nekog nastavnog predmeta ili međupredmetne teme. Ishodi mogu biti određeni kao znanja, vještine i/ili stavovi/vrijednosti.

### Osoba s invaliditetom

Osoba s invaliditetom je osoba koja ima dugotrajna tjelesna, mentalna, intelektualna ili osjetilna oštećenja, koja u međudjelovanju s različitim preprekama mogu sprečavati njihovo puno i učinkovito sudjelovanje u društvu na ravnopravnoj osnovi s drugima (Konvencija o pravima osoba s invaliditetom, 2006). Prema istoj konvenciji, invaliditet nije samo oštećenje koje osoba ima, nego je rezultat interakcije oštećenja osobe (koje nije samo tjelesno oštećenje kao najvidljivije) i okoline iz čega proizlazi da društvo neprilagođenošću stvara invaliditet, ali ga kroz tehničke prilagodbe prostora, osiguranje pomagala i drugih oblika podrške može i ukloniti. U kontekstu digitalnih obrazovnih sadržaja prilagodbe se odnose na primjenu principa univerzalnog dizajna i poštivanje standarda e-pristupačnosti pri izradi materijala.

### Otvoreni obrazovni sadržaj

Otvoreni obrazovni sadržaj je sadržaj slobodno dostupan za korištenje, doradu i izmjenu od trećih strana bez dodatne naknade.

## Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja / Repozitorij digitalnih nastavnih materijala

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja/Repozitorij digitalnih nastavnih materijala je repozitorij digitalnih nastavnih materijala izrađen u sklopu pilot projekta e-Škole.

## Suvremena pedagoška metoda

Suvremena pedagoška metoda je metoda koja potiče aktivan rad učenika kroz projektni i timski rad, rješavanje problema, učenje putem otkrivanja, stvaralačko učenje te poticanje kritičkog razmišljanja.

## Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnih potrebama

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama je daroviti učenik/dijete ili učenik/dijete s teškoćama u razvoju.

## Učenici/djeca s teškoćama

Učenik/dijete s teškoćama je dijete/učenik kojemu je u odgojno-obrazovnom sustavu potrebna dodatna podrška u učenju i/ili odrastanju. Prema Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi, NN 94/13. (pročišćeni tekst) učenici s teškoćama (Članak 65.) su: – učenici s teškoćama u razvoju, – učenici s teškoćama u učenju, problemima u ponašanju i emocionalnim problemima, – učenici s teškoćama uvjetovanim odgojnim, socijalnim, ekonomskim, kulturalnim i jezičnim čimbenicima. U Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju (NN 24/15) navode se skupine vrsta teškoća: 1. Oštećenja vida, 2. Oštećenja sluha, 3. Oštećenja jezično-govorne-glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju, 4. Oštećenja organa i organskih sustava, 5. Intelektualne teškoće, 6. Poremećaji u ponašanju i oštećenja mentalnog zdravlja, 7. Postojanje više vrsta teškoća u psihofizičkom razvoju.