



# Matematika

*za 2. razred srednje škole*

## Modul 3: Polinom drugog stupnja i njegov graf

Priručnik za nastavnike

Više informacija o fondovima EU-a možete pronaći na internetskim stranicama Ministarstva regionalnoga razvoja i fondova Europske unije: [www.strukturnifondovi.hr](http://www.strukturnifondovi.hr)

Ovaj priručnik izrađen je radi podizanja digitalne kompetencije korisnika u sklopu projekta e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot-projekt), koji sufinancira Europska unija iz europskih strukturnih i investicijskih fondova. Nositelj projekta je Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET. Sadržaj publikacije isključiva je odgovornost Hrvatske akademske i istraživačke mreže – CARNET.

# Impresum

## Ključni stručnjaci:

### Autori:

Aleksandra Brmbota, Karolina Brleković, Marina Njerš, Sanja Loparić

### Urednica:

Štefica Dumančić Poljski

### Stručnjak za dizajn odgojno-obrazovnog procesa ili metodičko oblikovanje nastavnih sadržaja:

Toni Milun

### Stručnjak za dizajn i izradu digitalnih sadržaja te dizajn korisničkog sučelja:

Željka Car

## Neključni stručnjaci:

### Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje:

Jasmina Ivšac Pavliša, Maja Peretić

### Stručnjak za pristupačnost:

Vedran Podobnik

## Recenzenti:

### Recenzent za metodičko oblikovanje sadržaja:

Nikola Koceić Bilan

### Recenzent za inkluzivnu prilagodbu sadržaja:

Ana Parać Burčul

## Izdanje:

1. izdanje

## Lektorica:

Ivan Kojundžić

## Priprema i prijelom:

Algebra d.o.o.

## Podizvoditelj:

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu

## Naručitelj i nakladnik:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža CARNET

## Mjesto izdanja:

Zagreb

## Više informacija:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET

Josipa Marohnića 5, 10000 Zagreb

tel.: +385 1 6661 500

www.carnet.hr



Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom

[Creative Commons Imenovanje -Nekomercijalno-Dijeli 3.0 Hrvatska.](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/hr/)

# Sadržaj

<b>Impresum .....</b>	<b>3</b>
<b>Uvodni dio priručnika .....</b>	<b>7</b>
Kako koristiti priručnik .....	7
Što je DOS? .....	19
Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS .....	25
Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a .....	26
Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima .....	28
Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS .....	30
Suvremene nastavne metode i DOS .....	32
Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama .....	33
<b>Modul 3: Polinom drugog stupnja i njegov graf .....</b>	<b>35</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	35
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja ovog modula DOS-a .....	36
Digitalni alati i dodatni sadržaji .....	36
<b>3.1. Kvadratna funkcija i njezin graf .....</b>	<b>41</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	41
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice .....	42
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	44
<b>3.2. Pomaci grafa kvadratne funkcije .....</b>	<b>45</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	45
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice .....	46
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	48
<b>3.3. Nultočke i ekstremi kvadratne funkcije .....</b>	<b>49</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	49
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice .....	50
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	52
<b>3.4. Presjek pravca i parabole .....</b>	<b>54</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	54

Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice .....	55
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	57
<b>3.5. Kvadratne nejednadžbe .....</b>	<b>59</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	59
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice .....	60
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	62
<b>3.6. Iracionalne jednadžbe .....</b>	<b>63</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	63
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice .....	64
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	65
<b>3.7. Složenije nejednadžbe .....</b>	<b>66</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	66
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice .....	67
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	68
<b>3.8. Primjena kvadratne funkcije .....</b>	<b>69</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	69
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice .....	70
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	71
<b>Aktivnosti za samostalno učenje .....</b>	<b>73</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	73
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice .....	73
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	75
<b>Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda .....</b>	<b>77</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	77
Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice .....	77
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	78
<b>Pojmovnik .....</b>	<b>79</b>



# Uvodni dio priručnika

## Kako koristiti priručnik

Priručnik za primjenu DOS-a je prateći materijal uz digitalne obrazovne sadržaje (DOS) iz matematike za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred opće gimnazije (Matematika 7, Matematika 8, Matematika 1 i Matematika 2).

Sastoji se od dva bitno različita dijela: općeg dijela i dijela namijenjenog određenom razredu.

**Prvi dio priručnika** (prvih 7 poglavlja) priručnika daje uvod o digitalnim obrazovnim sadržajima i njihovoj ulozi u suvremenim metodama poučavanja. Ovaj dio je identičan za sve razrede.

**Drugi dio priručnika** daje preporuke nastavnicima za korištenje konkretnih jedinica DOS-a i multimedijalnih elemenata u odgojno-obrazovnom procesu, navodi dodatne digitalne alate i sadržaje koji će doprinijeti ostvarivanju odgojno-obrazovnih ishoda te daje smjernice i sadržaje za rad s učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (inkluzija).

Priručnik je dostupan u tri formata: PDF, ePub (format za elektroničke knjige, može se preuzeti i čitati na računalima i mobilnim uređajima) i OneNote (Microsoft OneNote 2016, digitalna bilježnica koja omogućuje na jednom mjestu održavanje bilješki i informacija s dodatnim prednostima; mogućnosti naprednog pretraživanja i umetanja multimedije).

U prvom poglavlju, koje je upravo pred Vama, navedene su upute kako koristiti priručnik na primjeru OneNote inačice.

## OneNote inačica priručnika

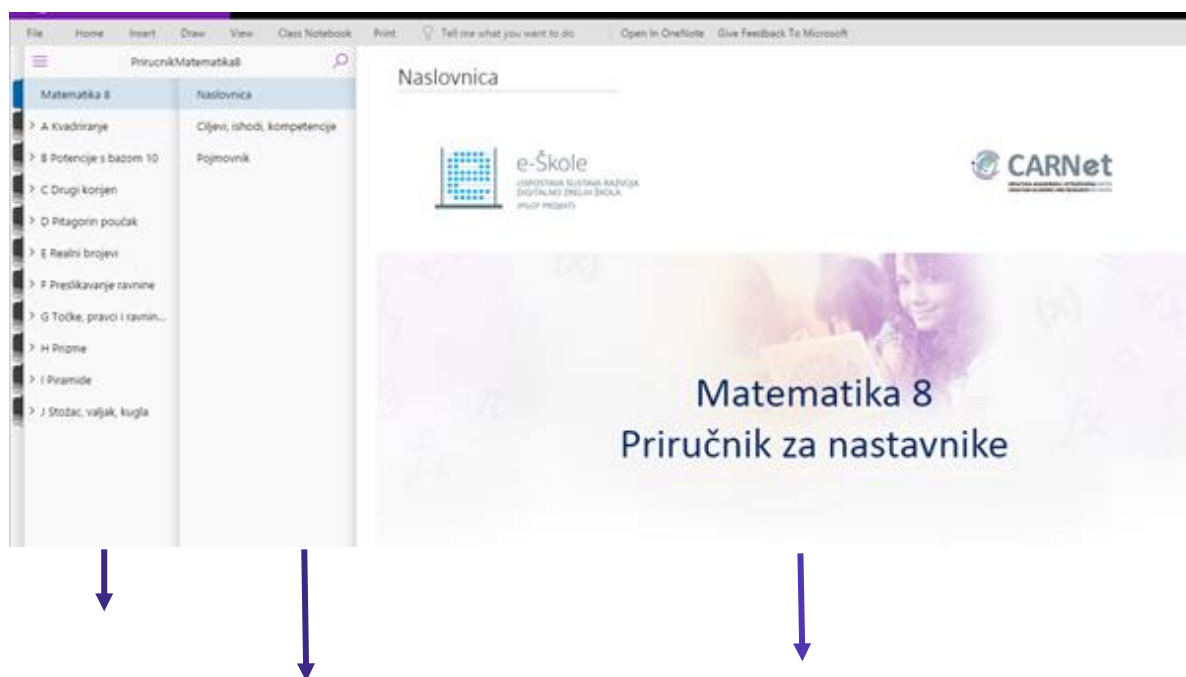
Osnovne značajke OneNote-a su:

- automatsko spremanje
- mogućnost pisanja na proizvoljnom mjestu svake stranice
- mogućnost ubacivanja svih vrsta sadržaja, dokumenata i poveznica
- mogućnost reorganiziranja i ponovnog korištenja stranica i odjeljaka
- pripadni moćni alati za označavanje i pretraživanje
- mogućnost spremanja poveznice na originalne sadržaje prilikom kopiranja
- brzo i pregledno kretanje kroz pojedine dijelove dokumenta.

OneNote inačica priručnika sadrži sve što i pdf inačica te dodatne stranice „Pomoćni interaktivni sadržaji“ na kojima su interaktivni i multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote. Tako pripremljene sadržaje učitelji i nastavnici mogu lako koristiti za nastavu te prema potrebi mijenjati i prilagoditi svojim potrebama.

U OneNote priručniku sadržaji su grupirani u odjeljke, sekcije i stranice unutar sekcija. Početni odjeljci sadrže poglavlja prvog, općeg dijela priručnika. Slijede odjeljci koji se odnose na konkretan DOS. Svaki DOS podijeljen je na module, a moduli na jedinice, što je detaljno opisano u sljedećem poglavlju.

Sadržaji koji se odnose na module konkretnog DOS-a nalaze se na stranicama odjeljka s naslovom modula, a sadržaji na razini jedinice se nalaze na stranicama sekcija s naslovima jedinica. Moduli su označeni slovima A, B, C, ..., a jedinice brojevima 1.1, 1.2 itd.



Odjeljci i sekcije

Stranice

Sadržaj stranice

Uvodni odjeljak (na slikama to je prvi odjeljak Matematika 8) ima stranice:

- **Naslovnica**
- **Ciljevi, ishodi, kompetencije**
  - Ovdje su navedeni ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini cjelovitog DOS-a prema kojima je izrađen DOS.
- **Pojmovnik**
  - U priručniku se nalazi pojmovnik ključnih pojmova prenesen iz konkretnog DOS-a.



The screenshot shows a digital textbook page for 'Matematika 8'. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is titled 'Ciljevi, ishodi, kompetencije' and lists objectives, educational outcomes, and generic competencies for the subject.

**Ciljevi, ishodi, kompetencije**

**Matematika 8**

**Ciljevi i zadaće**

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
  - Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
  - Rješavanje problemskih situacija
  - Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
  - Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
  - Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
  - Osjećivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu

**Odgojno-obrazovni ishodi**

- Primijeniti kvadriranje i korjenovanje pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primijeniti potenciranje s bazom 10 pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primijeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primijeniti realne brojeve pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnom životu
  - Primijeniti preslikavanja ravnine
  - Prepoznati prostorne oblike u jednostavnim situacijama izvan matematičkog konteksta koristeći se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
  - Koristiti se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
  - Riješiti problem iz matematike i svakodnevnog konteksta koristeći se mjernim obilježjima geometrijskih tijela

**Generičke kompetencije**

- Rješavanje problema
  - Donošenje odluka
  - Metakognicija
  - Suradnja
  - Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
  - Aktivno građanstvo

Slijede odjeljci koje obrađuju pojedine module (označeni slovima A, B, C ...). Svaki modul ima uvodnu sekciju (1.0. u modulu A, 2.0. u modulu B ...) i sekcije po jedinicama (1.1., 1.2. ... u modulu A; 2.1., 2.2. .... u modulu B itd.)

Uvodna sekcija svakog modula sadrži sljedeće stranice (na ilustracijama koje slijede to je modul *A Kvadriranje*):

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini modula.

The screenshot shows a OneNote page titled 'Priručnik Matematika 8'. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is titled 'Ciljevi, ishodi, kompetencije' and is divided into three sections: 'DOS Matematika 8', '1. Kvadriranje', and 'Ciljevi i zadaće'. The 'Ciljevi i zadaće' section contains a list of learning objectives and competencies.

**Ciljevi, ishodi, kompetencije**

**DOS Matematika 8**

**1. Kvadriranje**

**Ciljevi i zadaće**

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
- Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
- Rješavanje problemskih situacija
- Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanje te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
- Osvještavanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu.

**Odgojno-obrazovni ishodi**

- Kvadrirati racionalni broj
- Procijeniti vrijednost kvadrata
- Napisati umnožak kvadrata kao kvadrat umnoška te količnik kvadrata kao kvadrat količnika i obrnuto
- Kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva
- Prepoznati u algebarskim izrazima kvadrat zbroja i kvadrat razlike
- Rastaviti razliku kvadrata na faktore
- Primijeniti kvadriranje pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života

**Generičke kompetencije**

- Razvoj digitalnih kompetencija
- Učiti kako učiti
- Razvoj sposobnosti rješavanja problema
- Razvoj kritičkog mišljenja
- Razvoj kreativnosti
- Komunikacija i suradnja

## Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula. To je sažetak metodičkih prijedloga za korištenje jedinica ovog modula, odnosno preporuke koje su primjenjive na sve jedinice.

Neki metodički prijedlozi i preporuke identični su u više modula, no ta ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se isti u još nekom drugom modulu.

## Digitalni alati i dodatni sadržaji

Informacije na ovoj stranici podijeljene su u tri grupe.

### Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

- Navedeni su digitalni alati koji su preporučeni u priručniku za korištenje u ovom modulu, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute.
- Većina preporučenih digitalnih alata spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

### Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

- Navedene su poveznice na sve sadržaje predložene u jedinicama modula kao pomoć u izvođenju nastave. Tako ih nastavnici mogu naći na jednom mjestu.

### Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnike

- Ovdje su predloženi izvori na kojima nastavnici sami mogu pronaći i odabrati sadržaje koji im mogu pomoći u izvođenju nastave. To su interaktivni sadržaji (animacije, simulacije...), video materijali, izvori na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te također stručni članci vezani uz područje matematike koje obrađuje modul.
- Veliki broj navedenih izvora spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul

sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

The screenshot shows a digital textbook interface for Mathematics 8. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is titled "Digitalni alati i dodatni sadržaji" and lists various digital tools and resources for quadratic equations, including GeoGebra, LearningApps, Polynomials Calculator, Kahoot, and Sway.

## Operativni plan

To je popis jedinica unutar modula s predviđenim brojem sati za njihovu obradu.

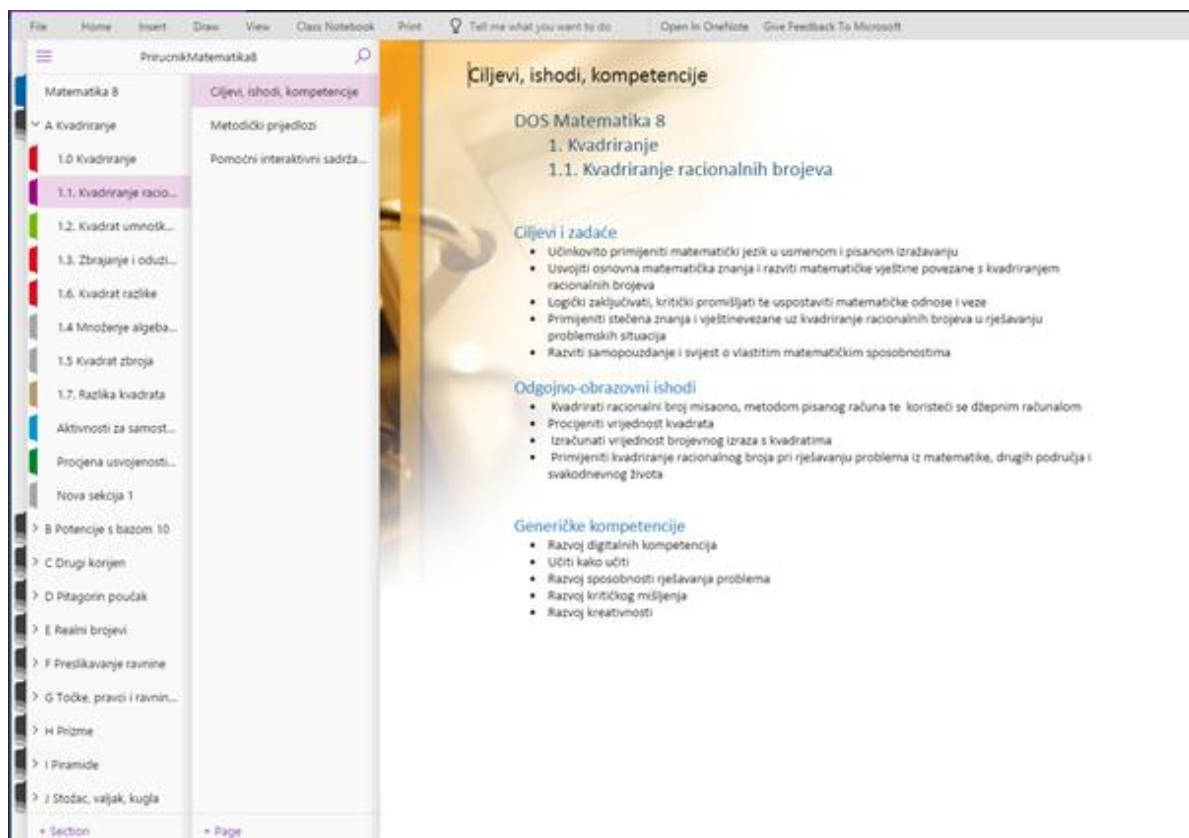
The screenshot shows a OneNote interface with a table of contents for 'Priručnik Matematika 8'. The table lists various mathematical topics and their corresponding lesson counts. The 'Operativni plan' section is highlighted in red.

Modul	Jedinica DOS-a	Broj sati
1.	Kvadriranje	16 + 1
	1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva	3
	1.2. Kvadriranje umnoška i količnika	2
	1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	2
	1.4. Množenje algebarskih izraza	2
	1.5. Kvadrat zbroja	2
	1.6. Kvadrat razlike	2
	1.7. Razlika kvadrata	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

Sekcije uz svaku jedinicu modula (na ilustracijama to je jedinica *1.1 Kvadriranje racionalnih brojeva*) sadrže sljedeće stranice:

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije za konkretnu jedinicu. Prema njima je izrađen sadržaj jedinice.



## Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja konkretne jedinice. Oni nisu pripreme za nastavni sat već prijedlozi nastavniku koje dijelove sadržaja može i na koji način koristiti u nastavi.

## Pomoćni interaktivni sadržaji

Ovdje su interaktivni, multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote.

Sekcija “Metodički prijedlozi” podijeljena je na dva dijela:

### (a) *Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice*

Započinje s općim uputama vezanim uz različite svrhe primjene jedinice (npr. obrada, ponavljanje ...), odnos prema ostalim jedinicama modula i eventualnu vezu s drugim modulima. Navedena je i preporuka koji se oblici učenja i poučavanja mogu primijeniti pri korištenju sadržaja jedinice.

Slijede prijedlozi primjene sadržaja jedinice:

- Uvod i motivacija
- Razrada sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak.

Ova podjela prati strukturu korištenu u DOS-u i tim redosljedom izdvojeni su dijelovi sadržaja koje je pogodno koristiti u nastavi. Redosljed nije sugestija organizacije nastavnog sata. Cjelovito osmišljavanje i priprema izvođenja nastave prepušteni su nastavniku, kao i izbor mjesta na kojima će uklopiti sadržaje jedinice DOS-a.

- Dodatni prijedlozi

Ovdje su navedeni dodatni prijedlozi koji mogu pomoći nastavniku u ostvarenju odgojno-obrazovnih ishoda predviđenih u jedinici. To su poveznice na digitalne sadržaje, ukazivanje na neka alternativna metodička rješenja i sl.

**(b) *Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe***

- Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Svaka jedinica sadrži dijelove koji po složenosti ili sadržaju izlaze izvan okvira programa. Oni su na ovom mjestu u priručniku istaknuti, kao i prijedlozi nastavniku kako organizirati njihovo izvođenje i prezentaciju rezultata. Ponekad su u priručniku navedeni i prijedlozi zadataka/aktivnosti koji se ne nalaze u jedinici.

Aktivnosti za učenike koji žele znati više i za darovite učenike birane su kao projektni zadaci ili dodatne teme za samostalno istraživanje. Mogu se provoditi samostalno ili u manjim skupinama.

- Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje razradili su prijedloge i smjernice nastavnicima za svaku jedinicu.



The image shows a digital textbook interface with a table of contents on the left and a lesson page on the right. The lesson page is titled "Metodički prijedlozi" and contains detailed pedagogical suggestions for teaching rational numbers.

**Metodički prijedlozi**

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

1. Kvadriranje

1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cjelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

**Uvod i motivacija**

Za **motivaciju** je izabran koncept površine kvadrata s duljinama stranica koje su prirodni brojevi.

**Razrada sadržaja učenja i poučavanja**

**Kvadrat prirodnog broja**

Motivacijski je primjer poslužio za uvođenje pojma **kvadrata prirodnog broja**. Nakon toga je i definiran kvadrat nule. Kvadrat nule može se objasniti kao kvadrat kojemu je stranica duljine nula pa je i površina takva kvadrata jednaka nuli.

U nekoliko uvodnih primjera istaknute su važne činjenice o kvadratu prirodnog broja:

- Kvadrat je prirodnog broja prirodni broj.
- Od dva prirodna broja veći kvadrat ima onaj koji je veći.
- Postupak je kvadriranja broja različit od postupka množenja broja s dva.

**Kvadrat racionalnog broja**

**Interaktivnim predloškom** učenik **istražuje** postojanje kvadrata racionalnih brojeva. To čini postupno: prirodni brojevi s nulom, negativni cijeli brojevi, racionalni brojevi decimalnog zapisa, racionalni brojevi zapisa u obliku pravog razlomka.

Važni su naglasci u ovojme dijelu na sljedećem:

- zapis kvadrata racionalnog broja - upotreba zagrada za kvadriranje negativnih brojeva i razlomaka
- definicija kvadrata racionalnog broja
- kvadrat racionalnog broja veći ili jednak nuli
- jednakost kvadrata suprotnih racionalnih brojeva.

**Važnost zagrada i upotreba zagrada**

Istaknuta je i važnost **upotrebe zagrada** te njihov utjecaj na rezultat. Učenik to može provjeriti zadatcima u kojima su zadani razni položaji zagrada u odnosu na kvadriranje. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, a tek potom odgovoriti. Dva su tipa zadataka: točno/netočno i uparivanje.

**Dilepno računalo**

Kako bi se učenici znali služiti **dilepnim računalom** pri izračunavanju ili provjeri izračuna, ponuđena je 2D animacija koja im to pokazuje. Kvadrirati mogu na dva načina, množenjem broja sa samim sobom ili korištenjem tipke  $x^2$ .

**Procjena izmisa kvadrata racionalnog broja**

**Istraživanjem** niza zadanih kvadrata pozitivnih racionalnih brojeva uočeno je ponašanje kvadrata brojeva većih od jednog cijelog i onih između nula i jedan.

Za pozitivne racionalne brojeve veće od jednog cijelog, zadan je problem iz svakodnevice – Teph s dječju sobu.

Jedan je od važnih koraka prihvatanja koncepta kvadrata racionalnog broja sposobnost smislene **procjene kvadrata racionalnog broja**. Procjena je uvedena primjerom **Pinkiridite**. Rješavanjem primjera pokazuje se postupak provođenja misaone ili računске procjene. Procjena, pomoću najbolje ponuđene, učenik može vježbati nizom zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom.

**Kvadrat mješovitog broja**

Poseban je primjer zadan za određivanje **kvadrata mješovitog broja** uz određivanje približne vrijednosti.

**Istraživanje kvadrata prirodnih brojeva**

Kako bi se **otkrio** je li neki prirodni broj kvadrat, treba koristiti postupak rastavljanja na proste faktore.

Dana su dva tipa zadataka: višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i točno/netočno. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek potom odgovoriti.

Važno je, također, snalažljivo ili **misaono određivanje** kvadrata nekih racionalnih brojeva pomicanjem decimalnog zarezka. Za uvježbavanje misaonog računanja nekih racionalnih brojeva, ponuđena su četiri zadatka.

**Preračunavanje mjernih jedinica za površinu**

Od ključne je važnosti **povezati** kvadriranje racionalnih brojeva te misaono/snalažljivo računanje s preračunavanjem kvadratnih mjernih jedinica. Trima je primjerima uz slikovnu podršku predstavljeno kako preračunavati kvadratne mjerna jedinice:

- o iz veće kvadratne mjerne jedinice u manju
- o iz manje kvadratne mjerne jedinice u veću.

U nivu zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom učenici mogu vježbati preračunavanje.

**Redoslijed računskih operacija**

Kako je kvadriranje računski radnja trećeg stupnja, potrebno je opisati **redoslijed računskih operacija** u zadatcima u kojima se pojavljuje kvadriranje, množenje/djeljenje i zbrajanje/oduzimanje racionalnih brojeva.

Za uvježbavanje izračuna izraza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva osmišljena je zabavna aplikacija na poveznici **kvadrat.broja**. Kad učenik točno rješava zadatke, otvara se sličica. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti.

Osim te aplikacije, zadana su još dva zadatka uparivanja za izračunavanje računskih izraza s kvadratima.

**Primjena**

Dva primjera, od kojih jedan koristi 2D animaciju za objašnjenje postupka rješavanja, uvode učenika u niz zadataka **primjene naučenog** za rješavanje problemskih situacija iz matematike ili svakodnevice.

Ponuđeni su i posebno označeni zadatci **korrelacije**, koji u sebi sadrže i ishod primjene **postotnog računa**.

**Zanimljivost**

Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost** vezana za šahovska polja i promjer postolja šahovske figure pještaka. Ta je zanimljivost iskorištena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao **projektni i nagradni** zadatak za učenika.



**Zanimljivost**  
Prije kraja, predstavljena je zanimljivost vezana za lahovske poja i promjer postoja lahovske figure pjesaka. Ta je zanimljivost iskorisćena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao projektni i nagradni zadatak za učenike.

**Završetak**  
U završnom je dijelu dan osvrt na najvažnije ishode koje je učenik trebao ostvariti u ovoj jedinici.

**Dodatni prijedlozi**

- Motivacijski primjer može biti ideja za školski projekt Matematika u školskom vrtu. Pritom kvadrati ne moraju biti jedan izvan drugog već jedan unutar drugog. Svaki razred može u svom dijelu zasaditi cvijeće, ljekovito bilje, itd.

**Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe**

**Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima**

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

Pet načina za izračun kvadrata dvoznamenkastog broja:  
<http://math-equation.com/methods-to-square-two-digit-numbers-in-seconds/>

Kako izračunati kvadrate velikih brojeva:  
<http://wiredaboutmath.com/2007/11/04/how-to-square-large-numbers-quickly-part-1/>

Metode starih Veda za mentalno računanje kvadrata brojeva:  
<http://brilliant.org/discussions/thread/vedic-maths-trick-to-find-squares-of-numbers-2/>

**Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju**

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da učenici koriste konkretne didaktičke materijale, dublino računalo i slično. Neka kvadratura samo prirodne brojeve i taj kvadrat i prikazuje stapanjem konkrata u obliku kvadrata.

Računala (google):  
<https://sites.google.com/site/ymvukovicmatematika/8-razred/8-1-kvadriranje-igra>  
<https://www.mathlearningcenter.org/web-tools/goboard/>  
<https://www.mathsfun.com/boards/1001.html>

Za učenike s oštećenjem vida preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, lupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad ustružno valja koristiti (tablica, šilo, štaci ekrana, itd.). U scenarijima valja odabrati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popravit usmeno ili predločima s kratkom uputom na što učenik valja usmjeriti pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastave jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik govorne tehnologije, istu valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S izborom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stružnu podršku u vidu asistenta, preporuča se pomoć asistenta pri uvježavanju zaslona tijekom prolazanja nastavnim jedinicama i označavanju količina na brojevnom pravcu.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prva tri zadatka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda. U radu s učenicima valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake i usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Učenici s intelektualnim teškoćama mogli bi dobiti prvi ishod učenja ove jedinice uz korištenje dublino računala, te četviti ishod – primjeniti kvadriranje racionalnih brojeva pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Kad god je to moguće, zadatak valja popravit vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arsapac.org/>

Za učenike s poremećajima govorno-jezično-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranje usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, dijagrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podbočnjanim tiskom. Valja voditi računa da im se pojednostave sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). U istaknutog definiciji kvadriranja potrebno je maknuti elekt odraz. Dopustiti im korištenje dublino računala pri rješavanju zadataka.

Za učenike s poremećajima u ponašanju valja je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastave jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjenjena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprimjerenih ponašanja.

Interaktivni sadržaji koji su umetnuti u OneNote navedeni su kao poveznice u popisu "Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS".

File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open in OneNote Give Feedback To Microsoft

PriručnikMatematika8

Matematika 8  
A Kvadriranje  
1.0 Kvadriranje  
1.1. Kvadriranje racio...  
1.2. Kvadrat umnoži...  
1.3. Zbrajanje i oduzi...  
1.6. Kvadrat razlike  
1.4 Množenje algeba...  
1.5 Kvadrat zbroja  
1.7. Razlika kvadrata  
Aktivnosti za samost...  
Procjena usvojenosti...  
Nova sekcija 1  
B Potencije s bazom 10  
C Drugi korijen  
D Pitagorin poučak  
E Realni brojevi  
F Preslikavanje ravine  
G Točke, pravci i ravin...  
H Prizme  
I Piramide  
J Stožac, valjak, kugla

Ciljevi, ishodi, kompetencije  
Metodički prijedlog  
Pomoćni interaktivni sadržaji

Tuesday, Mar 23, 2017 10:35 PM

### Pomoćni interaktivni sadržaji

DOS Matematika 8  
1. Kvadriranje  
1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Geogebra:  
Za usjetljavanje izračuna craza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva.

[Kvadrat broja](#)

U kućicu ispred zadatka upišite slovo kvadratića koji sadrži točan odgovor.

A	B	C
10	-20	1
D	E	F
54	20	2
G	H	I
-30	-49	0

odabir zadatka

- $1\frac{1}{4} - 0.5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 0.5^3$
- $\frac{-5}{100} (20)^2$
- $-0.25 + (-1.5)^2$
- $150 \cdot (0.4)^2$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1$
- $10.5^2 - 9.5^2$
- $14.4 \cdot (-1.2)^2$
- $[-(-3.5)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2] \cdot 1.2$
- $\frac{16}{25} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$

Opisani sadržaji identični su onima koji se nalaze u pdf inačici priručnika, razlika je djelomično u njihovom rasporedu.

Ukoliko vam treba pomoć u snalaženju s OneNoteom možete pročitati i ove kratke upute.



Hrvatski-ONENOTE  
2016 WIN QUICK START

---

## Što je DOS?

---

### Što je DOS?

Pojam "digitalni obrazovni sadržaj" (DOS) je naziv za sadržaj namijenjen korištenju u obrazovanju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni u sklopu pilot projekta e-Škole namijenjeni su učenicima za samostalno učenje i samoprocijenu kod kuće i na nastavnom satu. Nastavnik će koristiti DOS zajedno s priručnikom kako bi obogatio svoj način poučavanja i primjenom novih strategija i metoda učeniku omogućio aktivno učenje.

Cilj DOS-a je poticati kod učenika aktivno učenje na inovativan, učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Nastavniku pak DOS omogućava ostvarivanje definiranih odgojno-obrazovnih ishoda uz primjenu raznolikih strategija, pristupa i metoda poučavanja.

U DOS-u su korištene sve prednosti digitalnih tehnologija poput interaktivnosti, nelinearnosti, multimedijalnosti, modularnosti i prilagodljivosti.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

### Struktura DOS-a

Digitalni obrazovni sadržaji iz matematike pokrivaju cjelokupni opseg trenutačno važećeg kurikuluma/nastavnog programa određenog razreda i obuhvaća ukupni godišnji fond školskih sati predviđenih za matematiku.

Svaki DOS je podijeljen na jedinstvene samostalne cjeline – module (po deset u svakom razredu). Moduli koji čine cjeloviti DOS realizirani su kao zasebni paketi sadržaja koje je, osim kao dio cjelovitog DOS-a, moguće koristiti neovisno o drugim modulima istog DOS-a.

Svaki modul se sastoji od nekoliko jedinica, a svaka jedinica obuhvaća sadržaj učenja i poučavanja za čije provođenje je predviđeno jedan do tri školska sata. Jedinice su međusobno povezane i nadovezuju se jedna na drugu. Odabrani redoslijed jedinica je prijedlog autora, no ponekad su moguća i drugačija rješenja.

### Jedinice kao dio modula

Svaka jedinica ima sljedeće dijelove:

- uvod i motivaciju: Na početku...
- razradu sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak: ...i na kraju.

Na početku su navedeni odgojno-obrazovni ishodi za tu jedinicu DOS-a.

### ŠTO ĆU NAUČITI?

Matematika 1 > Brojevi > 1.1. Skupovi

1.1. Skupovi

Europska unija  
Zajedno do boljitka EU

ŠTO ĆU NAUČITI?

- ✓ Definirati osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Provesti osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Rabiti matematički jezik vezan za skupove
- ✓ Riješiti jednostavnije problemske zadatke sa skupovima

## Uvod i motivacija

### Na početku...

Jedinice započinju motivacijskim primjerom.

Na početku...

Obujam jedne Kuće-kocke u Rotterdamu je  $422 \text{ m}^3$ . Kolika je duljina plošne dijagonale?



*Kubuswoningen, Rotterdam*

Označimo duljinu stranice kocke s  $a$ . Obujam kocke je  $V = a^3$ .

Plošna dijagonala je  $d = a\sqrt{2} = \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{2}$ .

Možemo li ovaj izraz srediti, svesti na jedan korijen?

Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

## Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada sadržaja učenja i poučavanja načinjena je sukladno načelima konstruktivističke nastave matematike u kojem se od učenika očekuje da uočavaju, istražuju, proučavaju, opažaju, povezuju i zaključuju kako bi izgradili vlastito matematičko znanje.

Pri tome se koriste multimedijски elementi:

- ilustracije/fotografije
- 2D i 3D animacije
- video zapisi
- interakcije (elementi koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem).

## Primjer 1.

Primjeri sadrže pitanja ili računske zadatke koji su detaljno pojašnjeni i riješeni.



### Zadatak 1.

#### Rješenje

Zadaci su dani u obliku interakcija u kojima učenik dobiva povratnu informaciju o točnosti rješenja ili se rezultat i dijelovi postupka dobivaju pomoću tipke Rješenje.



### Praktična vježba

U jedinicama se nalaze opisi praktičnog rada učenika. Često su popraćeni crtežima, animacijama ili video zapisom.



### Povezani sadržaji

Korelacije s drugim predmetima posebno su istaknute kao bi učenicima skrenuli pažnju na njih i potaknuli ih da povezuju znanja usvojena u pojedinim predmetima. Možete ih koristiti kao ideju za međupredmetne teme pogodne za učeničke projekte.



### Projekt


Projekti i projektni zadaci su ponuđeni kao drugačiji pristup učenju. Kroz njih učenik kroz različite oblike rada uči i primjenjuje naučeno kako bi realizirao i ostvario ciljeve projekta. U radu na projektu i projektnim zadacima moguće je osmisлити zadatke za različite razine učeničkog znanja tako da u njima mogu sudjelovati svi učenici.

U priručniku su navedeni prijedlozi i preporuke kako organizirati rad na projektu i koje upute dati učenicima.



### Kutak za znatiželjne

U "Kutku za znatiželjne" nalaze se obogaćeni sadržaji koji su izvan okvira obaveznog programa/kurikuluma. Prvenstveno su namijenjeni darovitim učenicima. Sadržaji se obogaćuju tako da se ishodi iz obaveznog kurikuluma proširuju sadržajima koji se inače rijetko dotiču pa se uči šire ili se postojeći ishodi dopunjavaju složenijima pa se uči dublje. Neki od sadržaja predstavljaju akceleraciju jer se nalaze u obaveznom kurikulumu viših razreda.



## Zanimljivost

Ruski se matematičar Nikolai Grigorievich Chebotaryov ( 1894. – 1947.) bavio algebrom polinoma. Hobi mu je bio faktorizacija izraza  $x^n - 1$  za razne vrijednosti cijeloga broja  $n$ . Svoja je razmišljanja i rezultate bilježio na papir jer u vrijeme kada je živio, nije bilo računala koja nam danas olakšavaju račun.

Jedinice sadrže niz zanimljivosti. Možete ih koristiti kao motivaciju u bilo kojem dijelu nastavnog sata.

## Završetak

### ...i na kraju

Na kraju svake jedinice nalazi se podsjetnik na najvažnije dijelove jedinice, zadatci za ponavljanje, prijedlozi za daljnje istraživanje, ideje za suradničko učenje, igre ili prijedlozi za projekte.

Matematika 1 > Koordinatni sustav u ravni > 5.5. Primjena koord. natnog sustava

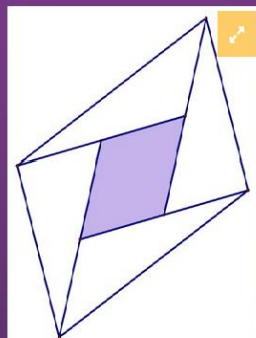
### ...i na kraju

Riješite ovaj geometrijski zadatak s pomoću analitičke geometrije.

Stranice romba produžite kao na skici za dužinu stranice romba. Spojite dobivene vrhove. Koliko je puta površina dobivenog četverokuta veća od površine romba?

Za početak ćemo zadati vrhove romba  $A(2, 1)$ ,  $B(7, 3)$ ,  $C(9, 8)$  i  $D(4, 6)$ .

Pokušajte popočiti zaključak.



Rješenje

PROCIJENITE SVOJE ZNANJE



Rubrika *Procijenite svoje znanje* nalazi se na kraju odabranih jedinica. Sastoji se od niza konceptualnih pitanja i zadataka za učenje, vježbanje i samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Zadaci su oblikovani na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno;
- višestruki odabir s jednim točnim odgovorom;
- višestruki odabir s više točnih odgovora;
- unos točnog odgovora;
- uparivanje odgovora;
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, markera, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola);
- grupiranje elemenata;
- uređivanje poretka elemenata;
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora;
- umetanje riječi koje nedostaju upisom;
- unos rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Rubrika *Procijenite svoje znanje* namijenjena je učeniku za samostalni rad te mu služi kao alat za samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na razini jedne odnosno nekoliko jedinica. Učenik dobiva povratnu informaciju o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

### Aktivnosti za samostalno učenje

Matematika 1 > Brojevi > 1. Aktivnosti za samostalno učenje

## 1. Aktivnosti za samostalno učenje

U posebnoj jedinici *Aktivnosti za samostalno učenje* nalaze se aktivnosti namijenjene učenicima za samostalan rad koje pomažu u učenju i usvajanju odgojno-obrazovnih ishoda modula te aktivnosti koje učenicima nude da dodatno istraže teme vezane uz modul. Sadržavaju nekoliko vrsta zadataka, često s primjerima iz svakodnevnog života, u kojima su stopljena znanja i vještine usvojene u pojedinim jedinicama modula. Zadaci su različite razine složenosti te su neki namijenjeni svim učenicima, a neki učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima.

Jedinicom *Aktivnosti za samostalno učenje* možete se koristiti u cijelosti na nastavnom satu na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog ovim modulom ili u dijelovima koji dopunjavaju pojedine jedinice.

### Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Matematika 1 > Linearna funkcija > Procjena znanja

## Procjena znanja

Posebna jedinica *Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda* sadržava zadatke za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula i učenike uputite na nju na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog modulom.



Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula. Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

## Pojmovnik

U svim jedinicama DOS-a pojmovi koje se željelo istaknuti pisani su podebljanim slovima.

Najvažniji pojmovi navedeni su i u Pojmovniku. Klik na pojam vodi na početak jedinice u kojoj je definiran.



---

## Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS

---

Nastava je organizirana, cilju usmjerena odgojno-obrazovna djelatnost. Odnos triju čimbenika nastave: učenika, nastavnika i nastavnih sadržaja opisuje didaktički trokut. Pritom su učenik i nastavnik subjekti nastavnog procesa, a nastavni sadržaji (sadržaji učenja) su predmet nastave. Naglašavanje važnosti pojedinog čimbenika nastave označavaju sintagme kao nastava orijentirana na učenika, nastavnika ili nastavne sadržaje.

DOS kao nastavni sadržaj namijenjen je prvenstveno učeniku s ciljem poticanja aktivnog učenja na učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Stoga je u didaktičkom trokutu učenik - nastavnik - DOS naglašena važnost učenika i međudjelovanje učenika i nastavnog sadržaja (u našem slučaju DOS-a). Uloga nastavnika kao nužnog subjekta nastavnog procesa u ovom trokutu i njegovo međudjelovanje s učenikom i DOS-om još pojačavaju orijentiranost nastave na učenika.

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima, prikladan je za korištenje na nizu različitih platformi od mobilnih uređaja do stolnih računala, uključuje primjenu multimedijских elemenata, omogućava različite pristupe učenju i poučavanju. Mogućnost samoprocjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda i praćenje vlastitog napretka daje učeniku smjernice za daljnje učenje odnosno vraća ga na jedinice DOS-a čiji ishodi nisu u potpunosti usvojeni.

DOS slijedi suvremena nastavna načela:

- poticanje cjelovitog razvoja i dobrobiti učenika;
- povezanost sa životnim iskustvima, očekivanjima i usvojenim znanjima učenika;
- aktivna uloga učenika u učenju;
- izbornost i individualizacija;
- usmjerenost prema suradnji;
- osiguravanje poticajnog i sigurnog okruženja;
- relevantnost za sadašnji život;
- zanimljivost kao osnova pozitivne motivacije;
- poticanje inkluzije i uvažavanje različitosti;
- vertikalna povezanost sa sadržajima koji prethode i koji se nastavljaju te horizontalna povezanost s ostalim predmetima, međupredmetnim temama i modulima;
- odgovarajući omjer širine i dubine znanja i vještina.

Time DOS proširuje okvire didaktičkog trokuta i njegovom implementacijom nastavni proces postaje didaktički mnogokut.

Učenici uče u okruženju koje omogućuje konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te aktivnom i iskustvenom učenju usmjerenom prema pitanjima i istraživanju.

## Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a

Današnji učenici, bitno više od prijašnjih generacija, odrastaju okruženi multimedijama, izloženi brzom protoku i dostupnosti informacija. Nove tehnologije sastavni su dio svakodnevnog života i nužno imaju utjecaj i na nastavni proces, kao što je već navedeno u prethodnom poglavlju.

Multimedijским elementima omogućuje se prezentacija obrazovnih sadržaja kombinacijom slike, zvuka i teksta te uključivanje interaktivnih elemenata koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem. Sve to doprinosi privlačenju pozornosti učenika, zainteresiranosti i motivaciji te razumijevanju sadržaja i primjeni stečenih znanja u novim situacijama.

### Multimedijски i interaktivni elementi DOS-a

Multimedijски elementi DOS-a uključuju:

- zvučni zapis
- fotografije/ilustracije
- video zapis
- 2D i 3D animacije.

Ovo su elementi niske razine interaktivnosti, pri čemu interaktivnost uključuje pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa.

- Interaktivni elementi srednje razine interaktivnosti uključuju:
- pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom aktivnošću
- obrazac za ispunjavanje
- označavanje odgovora
- unos teksta, formula ili audio zapisa
- povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja (engl. zoom in) i sl.

Nalaze se u standardnim zadacima za učenje, ponavljanje i samoprovjeru odgojno-obrazovnih ishoda kao što su npr. da/ne pitalice, višestruki odgovori, povlačenje na sliku, uparivanje, grupiranje elemenata itd.

- Elementi visoke razine interaktivnosti uključuju:
- didaktične igre
- simulacije s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima
- mogućnost dobivanja povratnih informacija
- 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom, i sl.

Značajna uloga multimedijских elemenata u DOS-u je upravo interaktivnost. Interaktivni elementi omogućuju aktivno sudjelovanje učenika u nastavnom procesu. Kroz manipulaciju određenih elemenata učenici mogu uočavati pravilnosti, postavljati i provjeravati hipoteze te metodom nepotpune indukcije donositi opće zaključke. Interaktivni elementi visoke razine omogućuju uvođenje eksperimenta u nastavu matematike.

Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

---

## Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima

---

Znanje je oduvijek bilo jedan od osnovnih instrumenata razvoja društvenih zajednica i uspješnih nacionalnih gospodarstava. U suvremenim uvjetima, osobito globalizacijskim, novostvorena znanja kao rezultat istraživanja i inovacije, postaju ne samo temelj već i ključni čimbenik razvoja nekog društva. Za uspješnu tranziciju prema društvu utemeljenom na znanju uz tradicionalan pristup, nužni su novi pristupi obrazovanju i poučavanju.

Sve se više raspravlja o tzv. cjeloživotnom učenju, odnosno o aktivnosti učenja tijekom života, s ciljem unapređivanja znanja, vještina i sposobnosti unutar osobne, građanske, društvene i poslovne perspektive.

Osim formalnog obrazovanja u obrazovnim institucijama poput škola, veleučilišta i fakulteta, sve se veća pozornost pridaje neformalnom obrazovanju putem dodatne edukacije na tečajevima i seminarima te informalnom obrazovanju koje pojedinac stječe vlastitim radom, komunikacijom, čitanjem, razvijanjem vještina, iskustava i znanja.

Uz koncept cjeloživotnog učenja najčešće se vezuju ciljevi ekonomske prirode, primjerice postizanje veće konkurentnosti na tržištu rada. Međutim, cjeloživotno učenje usmjereno je prema osobi i njenim individualnim sposobnostima, poboljšanju njenog ponašanja, raspolaganju informacijama, povećanju znanja, razumijevanju, novim stavovima. Koncept cjeloživotnog učenja, razvijen u šezdesetim godinama prošlog stoljeća, odgovor je na problem neusklađenosti između obrazovanja mladih i odraslih osoba.

Da bi mogli ostvariti koncept cjeloživotnog učenja, do kraja obaveznog obrazovanja treba razviti određene kompetencije koje predstavljaju temelj za daljnje učenje.

Tradicionalni pristupi učenju i poučavanju dugo su bili obilježeni razredno-satnim i predmetno-satnim sustavom te frontalnom nastavom što ne može zadovoljiti zahtjeve koncepta cjeloživotnog učenja.

Nastavni proces treba omogućiti:

- uvođenje novih oblika učenja
- istraživačko i eksperimentalno poučavanje
- ispitivanje i procjenu različito postavljenih ishoda učenja
- doprinos općem sustavu obrazovanja
- doprinos razvoju svakog učenika prema njegovim sposobnostima.

DOS je razvijen na tragu ovih zahtjeva. Suvremena nastavna tehnologija ne negira tradicionalne pristupe nastavi već se na njima temelji i proširuje broj i značaj didaktičkih elemenata nastave sagledavajući ih u novim odnosima (didaktički mnogokut).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja u jedinicama DOS-a prati tradicionalnu metodiku poučavanja matematike.

U uvodu se opaža/uvodi problem pri čemu se u najvećoj mogućoj mjeri koriste primjeri iz svakodnevnog života. Nakon toga se, ovisno o problemu, upotrebljavaju različite znanstvene metode: analiziranje, sintetiziranje, apstrahiranje, induciranje, deduciranje, generaliziranje, specijaliziranje ili upotreba analogija. Da bi se u potpunosti usvojio sadržaj dan je niz primjera i zadataka s rješenjima. Sistematizacija i povezivanje sadržaja te procjena znanja, također su sastavni dio DOS-a. Samoprocjena daje učeniku samostalnost pri učenju, ali zahtjeva i odgovornost te smjernice za daljnje učenje.

Multimedijski elementi doprinose motivaciji, boljem razumijevanju sadržaja i aktivnom sudjelovanju učenika u nastavi.

U DOS-u se nastavnici susreću s digitalnim alatima i raznim digitalnim sadržajima. Radi lakše implementacije digitalnih tehnologija u nastavu matematike u ovaj priručnik je uključen popis digitalnih alata, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute. Navedeni su dodatni materijali i poveznice na sadržaje koji mogu pomoći u izvođenju nastave uz DOS te poveznice na izvore gdje nastavnici sami mogu pronaći i odabrati odgovarajuće sadržaje (animacije, simulacije, video materijale, izvore na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te stručne članke vezane uz područje matematike koje obrađuje modul).

To je pomoć nastavniku u uvođenju novih oblika učenja.

Implementacija digitalnih tehnologija u nastavu matematike dodatno motivira učenike i nastavu čini maštovitom i atraktivnom. Digitalni alati i sadržaji imaju značajnu ulogu u provođenju mjerenja i obradi rezultata, a simulacije zorno predočuju procese koje iz različitih razloga inače nismo u mogućnosti tako jasno vidjeti.

---

## Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS

---

Motivacija je unutarnja snaga koja pokreće čovjeka na aktivnost i usmjerava ga k ostvarenju određenog cilja.

Motiviranje učenika za nastavu obuhvaća sve što potiče na učenje, usmjerava ga, i potiče osobni interes za određeni predmet ili područje te povećava osobnu razinu postignuća.

Motivacija u nastavi sastavni je dio uvodnog dijela nastavnog sata pri uvođenju i predstavljanju problema, no može biti prisutna u svim stadijima nastavnog sata: pri obradi, vježbanju ili ponavljanju nastavnih sadržaja.

Većina jedinica DOS-a započinje motivacijskim primjerom. Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

U razradi sadržaja naći ćete zanimljivosti koje možete koristiti kao motivacijske elemente u bilo kojem dijelu sata.

Interaktivnost i elementi igre također motiviraju učenike.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svakom modulu DOS-a osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda pojedinog modula. Samoprocjenom i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska.

Na kraju nekih jedinica je nekoliko konceptualnih pitanja i zadataka kojima se ostvaruje svrha ovakvih procjena. Dodatno, u posebnoj jedinici (Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda) možete pronaći više interaktivnih zadataka za provjeru usvojenosti svih odgojno-obrazovnih ishoda cijeloga modula.

Zadaci koji su sastavni dio procjene oblikovani su na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno
- višestruki odabir s više točnih odgovora
- odabir jednog točnog odgovora (uključujući i matematičke simbole i jednostavne formule)
- uparivanje odgovora
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola)
- grupiranje (razvrstavanje) elemenata
- uređivanje poretka elemenata
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora

- umetanje riječi koje nedostaju upisom
- numeričko umetanje (mogućnost zadavanja intervala brojeva u kojem se nalazi rješenje)
- povlačenje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora
- povlačenje rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Prilikom rješavanja zadataka kod kojih se očekuje od učenika upisivanje riječi koja nedostaje, obrazovni sadržaj neće, kao točno, prihvatiti rješenje koje je matematički točno, ako je riječ pogrešno napisana (pravopisna pogreška). Ova opaska nije unesena u obrazovne sadržaje kako se pažnja učenika ne bi skrenula s matematike na pravopis, no u takvim situacijama bit će potrebna pomoć nastavnika.

---

## Suvremene nastavne metode i DOS

---

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima i različite pristupe učenju i poučavanju.

U školskom okruženju DOS je moguće koristiti za rad u učionici opće namjene. Poželjno je da učionice budu opremljene prijenosnim ili stolnim računalima, interaktivnom pločom ili pametnim ekranom i sl.

Osobitost DOS-a je mogućnost njegova korištenja na raznim uređajima (mobilni telefoni, tableti, prijenosna i stolna računala) te je pogodan i za rad izvan školskog okruženja.

Kroz aktivnosti za učenje, način prezentacije sadržaja i elemente za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda DOS stavlja težište na promicanje suvremenih nastavnih metoda, na strategije i pristupe kao što su rješavanje problema, istraživačka i projektna nastava i suradničko učenje te razvoj kritičkog mišljenja, sposobnosti rješavanje problema i donošenja odluka, metakogniciju, digitalnu pismenost i aktivno građanstvo.

U skladu s prirodom nastave matematike i matematike kao znanstvenog područja, DOS osobito snažan naglasak stavlja na aktivnosti koje potiču iskustveno učenje, projektno učenje i učenje kroz istraživanje. DOS sadrži interaktivne elemente u kojima učenici imaju mogućnost mijenjanja vrijednosti različitih parametara te na temelju rezultata uočavaju pravilnosti, postavljaju i provjeravaju hipoteze, a metodom nepotpune indukcije donose opće zaključke.

Multimedijski i interaktivni elementi omogućuju aktivno i iskustveno učenje usmjereno prema pitanjima, problemima i istraživanjima, konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te razvijanje učenikovih kompetencija za snalaženje u novim situacijama.



## Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama

Kao što je na početku priručnika navedeno, metodičko-didaktički prijedlozi za učenike s posebnim obrazovnim potrebama koji uključuju darovite učenike kao i učenike s različitim teškoćama slijede svaku nastavnu jedinicu kao i aktivnosti za samostalno učenje. Inkluzivni pristup u procesu obrazovanja podrazumijeva učenje o različitosti od strane drugih kao i jedan podržavajući i ravnopravni odnos. U nas se već niz godina njeguje inkluzivni pristup u smislu uključenosti učenika s teškoćama u sustav obrazovanja na način da su uvažene njihove individualne potrebe putem uvođenja različitih prilagodbi i osiguravanja podrške.

Učenici s teškoćama su heterogena skupina pa tako zadatak koji je težak jednom učeniku s disleksijom neće biti težak drugome učeniku s istom teškoćom. Kako bi im se osigurala primjerena podrška prilikom obrazovanja, važno je prepoznavati te razumjeti njihova obilježja i poznavati osnovne vrste prilagodbi. Timski rad u okviru kojega surađuju predmetni nastavnici, stručni tim škole, pomoćnici i roditelji bi trebao iznjedrati različite mogućnosti prilagodbe za što učinkovitije usvajanje sadržaja iz matematike i fizike za svakog učenika ponaosob. Metodičko-didaktički prijedlozi koji se odnose na učenike s teškoćama su u početnim modulima i jedinicama napisani na način da obuhvate temeljne smjernice za svu djecu s teškoća te su kroz daljnje jedinice razrađeni specifično u odnosu na sadržaj same jedinice kao i na obilježja određene teškoće.

Primjerice, u matematici za osmi razred, u nastavnoj jedinici 1.2. koja se odnosi na uređene parove nastavnicima je sugerirano da obrate pažnju na jezično složenije zadatke koje valja pojednostaviti i popratiti vizualnim primjerima kako za učenike koji se školuju po prilagođenom programu tako i za učenike s disleksijom i/ili diskalkulijom:

PriručnikMatematika7

imaju stručnu pomoć asistenta, preporučuje se da asistent pomogne pri uvećanju zaslona u obradi nastave jedinice i u označavanju kočnica na brojevnom pravcu. Pojedine zadatke valja jošito prilagoditi (ili skratiti i popratiti slikama (grafičkim simbolima: <https://www.arasaac.org/>). Zadatak Serenju građom može se predstaviti učeniku na sljedeći način:

Lusa i Nikola nastaju se kod (20,4, 8,14), prolaze će do (20,22, 13,27). Razgledat će (29,4, 17,26), (36,62, 22,52), (18,13, 23,2), (23,8, 27,52) te na kraju (19,21, 30,15).

a) U kojem se gradu nalaze Lusa i Nikola?

b) Imenaj ustanovu ispred koje su se našli i park pokraj te ustanove.

c) Na kojem trgu su pojeili sladoled?

d) Na kerti pronađimo i imenajmo znamenitosti koje su posjetili.

e) Ako ih baka želi odvesti na (5,02, 2,07), što bi tamo Lusa i Nikola mogli raditi?

U prijedlozima se nastavnike podsjeća na uporabu funkcionalnosti koje su ugrađene u DOS-ove, a mogu olakšati praćenje nastave učenicima sa specifičnim teškoćama učenja kao i onima koji imaju teškoće vizualne obrade (promjena fonta, boje pozadine, uvećanje zaslona). Nadalje, ostvarene su poveznice između samoga gradiva i obilježja teškoća koje mogu probuditi učenikov interes za nastavne sadržaje, na primjeru iz fizike (sedmi razred, jedinice 1.5 i 1.7):

„Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se povezati masu tijela i mjerne jedinice s interesima učenika koji su često iznimno izraženi ili atipični u svim zadacima u kojima je to moguće. Primjerice, ako učenik voli kuhanje, može ostalim učenicima demonstrirati svoj omiljeni recept kao i mase pojedinih sastojaka.“

„Uvijek je važno uzeti u obzir moguću senzoričku preosjetljivost učenika s poremećajem iz spektra autizma na određene podražaje te u skladu s tim prilagoditi nastavnu jedinicu (miris svijeće s aromom vanilije).“

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće nisu zamišljeni na način da osiguravaju prilagođeni materijal za poučavanje niti svojevrсни „recept“, već nastavnike podsjećaju na prilagodbu načina poučavanja i one segmente nastavne jedinice koje bi trebalo dodatno pojasniti, ponoviti, pojednostaviti, predstaviti na drugačiji način ili na razinu složenosti zadatka od kojih valja odabrati one jednostavnije. U prijedlozima je naglašena važnost uporabe pomagala koja olakšavaju učenje te svih aspekata digitalne tehnologije.

Inkluzivni pristup podrazumijeva uvažavanje različitosti koje je izrazito važno razviti kao vrijednost kod učenika tipičnoga razvoja zbog čega se, uz ostale prijedloge, preporuča provoditi što više vršnjačke suradnje (primjerice u aktivnostima za slobodno učenje).

# Modul 3: Polinom drugog stupnja i njegov graf

## Ciljevi, ishodi, kompetencije

### Ciljevi i zadaće MODULA

- Upoznavanje s kvadratnom funkcijom i njezinim grafom
- Određivanje nultočaka i ekstrema kvadratne funkcije te monotonosti
- Rješavanje kvadratne nejednadžbe i iracionalne jednadžbe upotrebom grafa kvadratne funkcije
- Modeliranje problemskih situacija s pomoću kvadratne funkcije i rješavanje problema koji se svode na kvadratnu funkciju
- Primjena matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito

### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati kvadratnu funkciju i oblik njezinoga grafa
- Primijeniti pomake i tijek funkcije pri crtanju grafa kvadratne funkcije
- Odrediti presjek pravaca i parabole grafički i analitički
- Riješiti kvadratne nejednadžbe i iracionalne jednadžbe
- Primijeniti graf kvadratne funkcije pri rješavanju problemskih zadataka
- Koristiti se algebarskim izrazima pri rješavanju praktičnih problema
- Izgraditi novo matematičko znanje modeliranjem situacija i rješavanjem problema

### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Istraživanje različitih mogućnosti
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Provođenje zamisli i djelovanje
- Suradnja
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Samovrednovanje

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja ovog modula DOS-a

---

U ovome modulu učenici 2. razreda susreću se s kvadratnom funkcijom. Do sada su se bavili linearnom funkcijom i funkcijom s apsolutnim vrijednostima. Naučili su neka osnovna svojstva funkcija, kao što su monotonost, ekstremi te određivanje nultočaka. Upravo ta svojstva će se proučavati i kod kvadratne funkcije. Povezat će se algebarski, tablični i grafički prikaz kvadratne funkcije te upotrebljavati za rješavanje jednadžbi i nejednadžbi koje se svode na kvadratne. Usto, važno je uočiti da se kvadratna funkcija primjenjuje u problemima iz svakodnevnog života i u raznim znanostima te je važan alat pri rješavanju te vrste problema. Pri rješavanju tih problema veliku ulogu može imati suvremena tehnologija. Stoga je važno da se učenici upoznaju s time kako i gdje upotrijebiti tehnologiju.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete rabiti na različite načine, bilo u cijelosti bilo u dijelovima, te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete upotrijebiti kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno proučavaju, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dileme.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

U sklopu jedinica možete i istraživati razvoj kvadratne jednadžbe i kvadratne funkcije tijekom povijesti.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskog i suradničkog rada učenika, pri čemu pripremljene sadržaje možete upotrijebiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice društvenoj mreži Yammer, okruženju za timove Teams, razrednoj digitalnoj bilježnici OneNote (Office 365) kao i Google disku.

Uz svaku jedinicu u priručniku OneNote pripremljena je i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji", na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavnu uporabu s učenicima.

---

## Digitalni alati i dodatni sadržaji

---

### Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

U modulu Polinom drugog stupnja i njegov graf predlažemo za uporabu sljedeće alate iz [e-laboratorija](#):

## GeoGebra

GGB je računalni program dinamične geometrije. Povezuje interaktivnu geometriju, algebru, tablice, grafove, analizu i statistiku. Program je otvorenoga koda, dostupan na [hrvatskom jeziku](#). Više o GGB-u možete pročitati na stranicama [e-laboratorija](#).

[Mala škola GeoGebre](#) nalazi se u bazi materijala autora Damira Belavića.

Svi GGB-ovi apleti upotrijebljeni u ovome modulu nalaze se u GGB-ovom e-udžbeniku Matematika 2, u poglavlju [Polinom drugog stupnja i njegov graf](#).

Preporučujemo e-udžbenik za crtanje parabole autorice Željke Dijanić, [Kvadratna funkcija](#).

Upoznajte se s virtualnim razredom, odnosno [grupama](#) u GeoGebri (upute su na engleskom jeziku), koji možete kreirati i zadavati zadaću učenicima u online okruženju, ograničiti im vrijeme predaje zadaće te pratiti tijek njihove izrade.

Preporučujemo tekst na hrvatskom jeziku autora Š. Šuljića u [Miš-u br. 87.](#): *Virtualni razredi na sustavu GeoGebra* (GeoGebrične grupe). Tekst je dostupan i na [GGB stranicama Aleksandre-Marije Vuković](#).

## Plickers

Plickers predlažemo za kratke provjere na početku i na kraju sata, za provjeru usvojenosti novih pojmova i podsjećanje na nove pojmove. Za pitanja se mogu rabiti i pitanja iz jedinica.

Više pročitajte na linku [e-laboratorij](#).

## Kahoot

To je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za sve učenike u isto vrijeme. Preporučujemo je za ponavljanje gradiva. Na početku nastavnog sata možete provjeriti što su učenici usvojili na prethodnom satu, a na kraju nastavnog sata možete provjeriti kako su razumjeli nastavnu jedinicu na tom satu. Kahoot daje statistiku rezultata odmah po završetku kviza. Kahoot je besplatan za uporabu. Sadrži veliku arhivu gotovih materijala koje možete preuzeti i koristiti se njima, preraditi ih ili možete izraditi novi kviz. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu.

Više o Kahoot-u pročitajte na linku [e-laboratorij](#) ili pogledajte u video tutorialu: [Kahoot](#)

## Socrative

To je aplikacija koja omogućuje kratke provjere za učenike u isto vrijeme. Preporučujemo je za ponavljanje gradiva. Vrlo je sličan prije spomenutom kvizu Kahoot. Jednostavan je za uporabu te učenicima može poslužiti za kreiranje vlastitih kvizova. Učenici trebaju pametni telefon, tablet ili računalo s pristupom internetu. Više o Socrativeu pročitajte na linku [e-laboratorij](#) ili pogledajte u video tutorialu: [Socrative Tutorial 2015 NEW](#)

## Padlet

Padlet je online alat namijenjen suradnji. Alat se upotrebljava kao “prazan papir”, tj. online zid na kojem možete dodavati svoje ideje, recenzije, obavijesti, informacije, učitavati slike i dokumente, a možete i drugim sudionicima omogućiti sve navedeno. Odlikuje ga jednostavnost uporabe, dostupnost na različitim uređajima, prilagođenost potrebama korisnika i raznovrsna namjena. U ovome modulu možete se koristiti njime za ponavljanje pojmova, upisivanje primjera i rješavanje zadataka. Može ga rabiti svaki učenik za sebe (ako ima računalo ili tablet), a ako nemate dovoljan broj računala, učenici se mogu podijeliti u grupe i zajednički popunjavati zadani padlet na nekoliko dostupnih računala. Više o radu s Padletom možete pročitati u [e-laboratoriju](#). Pogledajte kratke upute u programu Slideshare: [Primjena alata Padlet u obrazovanju](#)

## Coggle

Coggle je digitalni alat namijenjen izradi umnih mapa. Prednosti alata Coggle su jednostavnost i minimalizam. Alatom Coggle možete brzo, jednostavno i pregledno izraditi željenu umnu mapu. U ovome modulu možete ga upotrijebiti za ponavljanje pojmova i formula po jedinicama ili na kraju za cijeli modul. O načinu uporabe možete pročitati u [e-laboratoriju](#) ili doznati u videu: [Coggle Introduction](#)

## Popplet

[Popplet](#) je jednostavan digitalni alat za vizualizaciju i organizaciju ideja ili informacija u obliku umne mape, pri čemu se koristi suradnjom. Za razliku od Cogglea ovdje možete zajedno s učenicima izraditi umnu mapu, odnosno podijeliti sadržaje koje su naučili kao ponavljanje gradiva na kraju ili na početku sata. Uputu o načinu rada imate i na sljedećem videu: [How to Make a Popplet, a Mind Mapping Tool](#)

## Google disk

Google disk besplatan je društveni programski Web 2.0 alat. Omogućuje sljedeće funkcionalnosti: jednostavno stvaranje novih dokumenata na mreži, dodavanje postojećih dokumenata, organizaciju u datoteke, dijeljenje dokumenata i istovremeni rad više korisnika na jednom dokumentu u stvarnom vremenu. Prednost je Google diska što su dokumenti dostupni u bilo koje vrijeme i s bilo kojeg računala spojenog na internet. Ovdje predlažemo da se koristite Google Prezencijom za ponavljanje gradiva koju može pripremati više učenika istovremeno, koristiti se njome te prezentirati pripremljeno u online okruženju. Više o uporabi možete pročitati u [e-laboratoriju](#) ili u sljedećem videu: [Google disk](#)

## Office 365

[Office 365](#) je sustav koji je najkorištenije *desktop* alate za izradu sadržaja (Word, Excel, PowerPoint) preselio u oblak, čime je omogućio pristup svim dokumentima u bilo koje vrijeme i s bilo kojeg uređaja spojenog na internet. Office 365 omogućuje jednostavno stvaranje novih dokumenata u oblaku, dodavanje i organizaciju postojećih datoteka, dijeljenje dokumenata te komunikaciju i suradnju s drugim korisnicima. Osim spomenutih i već dobro poznatih alata

“klasičnog” Microsoft Office paketa, sustav je obogaćen i mnogobrojnim različitim alatima koji omogućuju veću produktivnost, kako u poslovnom okruženju tako i u nastavnom procesu. Svim učenicima, učiteljima i nastavnicima osnovnih i srednjih škola omogućen je besplatan pristup sustavu Office 365 uporabom osobnog elektroničkog identiteta u sustavu AAI@EduHr. Više o tom alatu pročitajte u [e-laboratoriju](#) ili pogledajte video: [Saving teachers time with Office 365](#)

## Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

### Scenariji poučavanja

Pri realizaciji modula *Polinom drugog stupnja i njegov graf* mogu vam pomoći [scenariji poučavanja](#) razvijeni kroz projekt "e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot projekt)":

- [Leti, leti daleko ... po paraboli](#)
- [Matematičke ovisnosti](#)
- [Formati papira](#)
- [Ponavljanje je majka znanja](#)
- [Problemski zadatci bez problema.](#)

### Phet Interactive Simulation

**PhET** je projekt Sveučilišta u Coloradu koji je fokusiran na stvaranje korisnih simulacija za učenje fizike, kemije, biologije i matematike, i one su dostupne besplatno. Pogledajte što nude iz [matematike](#). Simulacije su animirane, interaktivne i napravljene kao u igraćem okruženju, tako da s njima učenici lako uče zadanu temu istraživanja.

U simulacijama **PhET** naglašava vezu između stvarnih pojava i osnovne znanosti te učenicima nastoji učiniti dostupnima vizualne i konceptualne modele stručnjaka.

**PhET** se koristi istraživački baziranim pristupom u svom dizajnu i uključuje spoznaje iz prethodnih istraživanja i vlastitih testiranja radi kreiranja simulacija koje podržavaju angažman učenika.

Ono što je najzanimljivije, velik broj simulacija preveden je na hrvatski jezik.

Predložimo dvije PhET simulacije, posebno za učenike koje treba dodatno motivirati za učenje matematike:

- [Graf kvadratne funkcije](#)
- [Kretanje projektila.](#)

### Možda bi vas zanimalo i ove teme:

- dostupan je set od 6 videa Tonija Miluna koji obrađuje [Graf kvadratne funkcije  \$f\(x\)=ax^2\$  01 \(2S1P\)](#)
- set od 14 videa Tonija Miluna koji obrađuje [Kvadratne nejednadžbe \(2S1P\)](#)

- još jedan video o parabolama u svijetu koji nas okružuje: [Quadratic Functions and Parabolas in the Real World](#)
- svakako nađite vremena da omogućite učenicima nekoliko minuta igre: [Angry Birds](#), što može biti i motivacijski uvod u modul *Polinom drugog stupnja i njegov graf*
- preporučujemo zanimljivo poučavanje kvadratne funkcije na [Khan Academy](#)
- kalkulator za kvadratne funkcije koje nudi [Math Is Fun](#).

Još nekoliko linkova s američkog portala Classzone:

- [Crtanje funkcije polinoma pomoću točaka](#)
- [Jednadžba parabole dopunjavanjem do potpunog kvadrata](#) (uz igru) - svakako preporučujemo.

## Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

Pojam obrnute učionice:

[http://www.carnet.hr/upload/javniweb/images/static3/91307/File/Google\\_Drive\\_Prirucnik.pdf](http://www.carnet.hr/upload/javniweb/images/static3/91307/File/Google_Drive_Prirucnik.pdf)

Dodatne sadržaje možete pronaći na platformi GO-LAB. GO-LAB je virtualni laboratorij pogodan za istraživanje. Sadrži mnogobrojne matematičke sadržaje. Što je GO-LAB, pročitajte na [e-laboratorij](#).

## Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
3.	Polinom drugog stupnja i njegov graf	22 + 1
	3.1. Kvadratna funkcija i njezin graf	2
	3.2. Pomaci grafa kvadratne funkcije	3
	3.3. Nultočke i ekstremi kvadratne funkcije	3
	3.4. Presjek pravca i parabole	3
	3.5. Kvadratne nejednadžbe	3
	3.6. Iracionalne jednadžbe	2
	3.7. Složenije nejednadžbe	3
	3.8. Primjena kvadratne funkcije	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	



## 3.1. Kvadratna funkcija i njezin graf



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Svladavanje postupka crtanja parabole  $y=ax^2$
- Primjena matematičkog jezika u usmenome i pismenome izražavanju

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati kvadratnu funkciju i njezine koeficijente
- Odrediti oblik parabole s obzirom na vodeći koeficijent
- Nacrtati graf funkcije  $f(x)=ax^2$

#### Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Sigurna i odgovorna uporaba IKT-a
- Istraživanje različitih mogućnosti

## Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **2 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje, samostalni, suradnički ili projektni rad učenika. Isto tako se može uporabiti kao materijal za obrnutu učionicu.

### Uvod i motivacija

U uvodu ponavljamo fiziku iz 1. razreda. Zatražite od učenika da ponove što je to jednoliko ubrzano gibanje, koje se formule primjenjuju te kojim dijagramom (grafom) prikazujemo takvo gibanje ( $v-t$  i  $s-t$  dijagram). Prokomentirajte s učenicima Geogebra aplet dan u uvodu. Potražite ga u [OneNote metodičkom priručniku](#). Ako računalo nema svaki učenik, projicirajte sadržaj na platno i neka se učenici izmjenjuju za računalom. Da biste mogli nacrtati graf, potrebno je izračunati brzinu i prijedni put te u tablicu apleta upisati podatke. Na dnu apleta su dva brojača za odabir. Jedan crta graf na temelju podataka koje su učenici unijeli u tablicu (podrazumijeva se da je graf  $v-t$  parabola a  $s-t$  pravac; prodiskutirajte o tome s učenicima), a drugi je točno rješenje (rješenja za  $v$  su 5, 10 i 15; rješenja za  $s$  su 2.5, 10 i 22.5). Neka učenici sami dođu do zaključka kada je graf pravac, a kad parabola koju su upoznali u osnovnoj školi.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Funkcija

Najprije s učenicima ponovite pojam funkcije, realne funkcije te polinoma. Učenici bi trebali razlikovati zapis polinoma prvog i drugog stupnja (linearne i kvadratne funkcije).

#### Definiranje kvadratne funkcije

Nakon definiranja kvadratne funkcije s učenicima ponovite koeficijente (prema analogiji s kvadratnom jednačbom). Svakako ih treba upozoriti na razliku između kvadratne jednačbe i kvadratne funkcije. Riješite zajedno dane primjere.

Učenici trebaju prepoznati kvadratnu funkciju te znati odrediti točke koje pripadaju danoj funkciji.

#### Crtanje parabole

S ponuđenim GGB apletom (potražite ga u OneNote metodičkom priručniku) možete dodatno provjeriti jesu li učenici razumjeli razliku između grafa kvadratne i linearne funkcije. Prisjetite se na primjeru pravca kada pravac pada, odnosno kada raste. U GGB apletu može se dobiti i specijalni oblik pravca (usporedan s koordinatnim osima). Neka sami učenici pokušaju zaključiti što se događa s parabolom kad mijenjamo veličinu vodećeg koeficijenta a te kako je okrenuta

parabola s obzirom na predznak od  $a$ . Svoja saznanja mogu provjeriti u pitanjima u nastavku. Nakon definiranja pojma parabole učenicima objašnjavamo razliku između parabole i kvadratne funkcije (kao i njihovih zapisa).

Sljedeći GGB aplet uči nas kako nacrtati parabolu  $y=x^2$  pomoću točaka. Potražite ga u OneNote metodičkom priručniku. Neka učenici najprije nacrtaju u bilježnicu parabolu  $y=x^2$  s pomoću tablice (kao u apletu). Zelenom kvačicom se potvrđuje da su dobro izračunali  $y$ -e. (Ako izbrišu podatke za  $y$  iz tablice, aplet više ne detektira točne odgovore, ali uvijek postoji tipka "refresh" u gornjem desnom kutu apleta). Nakon toga slijedi istraživanje funkcije s obzirom na  $a$  ( $a$  je u rasponu od  $-10$  do  $10$  s razlikom od  $\frac{1}{4}$ ).

U primjeru 4. napravljena je animacija s postupkom crtanja tablica i točaka u koordinatnom sustavu za dane kvadratne funkcije (za one koji do sada nisu svladali crtanje parabole). Podsjetite učenike na to da se animacija u svakom trenutku može zaustaviti ili pokrenuti ponovno, kako bi je mogli pratiti svojim tempom dok crtaju u bilježnicu.

### Određivanje kvadratne funkcije iz zadanoga grafa

Nakon što su dobro svladali crtanje parabole, neka se okušaju u prepoznavanju vodećeg koeficijenta za danu parabolu. Predložimo, nakon riješenoga Primjera 5, da u paru jedan učenik nacrtá parabolu, a drugi pronáđe njezinu jednadžbu. Za dodatno uvježbavanje predložimo zanimljiv GGB-ov udžbenik o ovoj temi, autorice Željke Bjelanović (za potrebe završnog dijela ove jedinice postoji aplet za traženje koeficijenta  $a$  iz zadanoga grafa, koji možete potražiti u OneNote metodičkom priručniku).

## Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pripremljeno je malo ponavljanje kvadratnih funkcija, odnosno parabola, u obliku kviza. Možete ga upotrijebiti i kao uvod u sljedeću jedinicu.

## Dodatni prijedlozi

Možda će učenicima bit zanimljiv pristup definiranja funkcije na stranici Math is fun, odnosno domene, kodomene i slike funkcije. Uputite učenike da s razumijevanjem prouče pojam funkcije kako bi im praćenje daljnjeg gradiva matematike bilo lakše.

Tijekom nastavne jedinice prije rješavanja zadataka, može se napraviti neki kviz, primjerice Plickers kviz, kako bi se unijelo malo dinamike i natjecateljskog duha, a ujedno i ponovile osnovne činjenice o pojmovima u lekciji. Više o Plickers kvizovima možete pročitati na e-laboratoriju.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predložimo istraživanje interneta i teme o uvođenju pojma funkcije te o polinomima drugog stupnja (kao i općenito o polinomima). Predložimo:

Uvod u polinome (engleski jezik)

Što je funkcija? (engleski jezik).

Neke od videozapisa možete potražiti u [OneNote metodičkom priručniku](#).

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s poteškoćama u razvoju ili učenicima sa specifičnim poteškoćama u učenju, valja imati na umu da učenici s poteškoćama čine heterogenu skupinu i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima pojedinih učenika. Opće smjernice o prilagodbi okruženja, materijala i slično za svaku podskupinu učenika s poteškoćama u razvoju i učenika sa specifičnim poteškoćama u učenju prikazane su u početnim jedinicama svakog razreda.

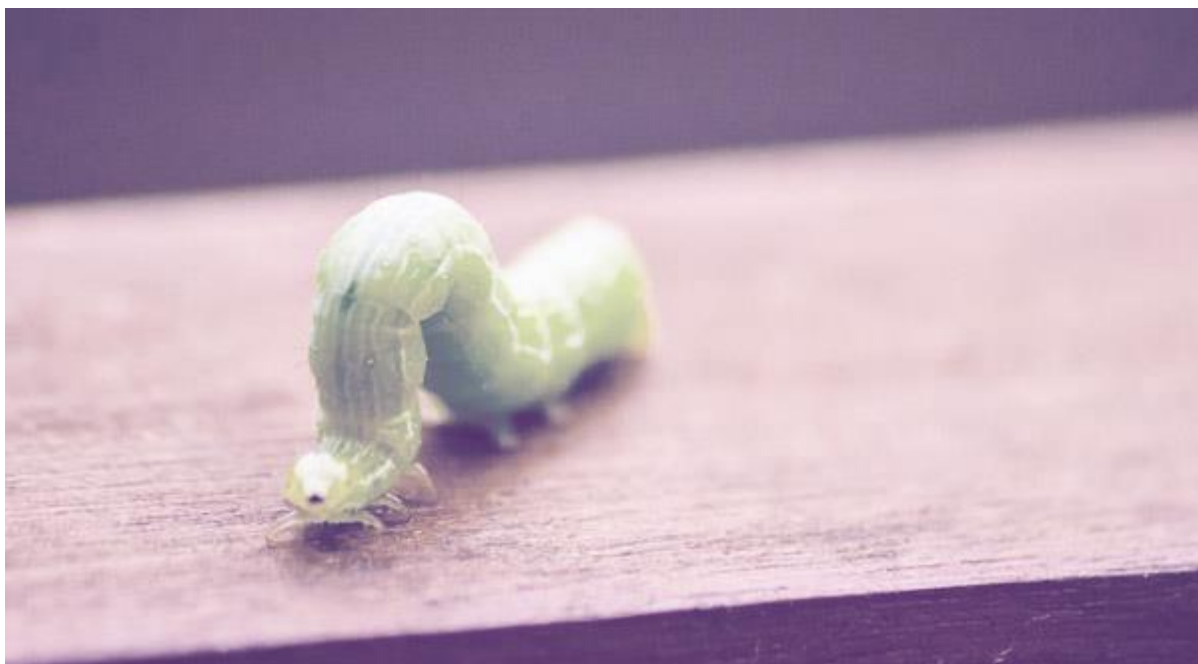
Učenici koji imaju poteškoće trebaju i prije same nastave dobiti uputu da se prisjete teme jednolikog ubranog gibanja (fizika) i linearne funkcije (matematika). Pri rješavanju prvog zadatka valja dati jasnu uputu, posebno učenicima koji imaju poteškoće jezičnoga razumijevanja. U tekstu samog zadatka postoje dijelovi koji su jezično zahtjevni i koje valja pojednostavniti na način da se rečenice razlome na manje dijelove (npr. Ako smo u naseljenom mjestu....).

Popis ključnih pojmova (funkcija, domena, kodomena..) i formula valja postaviti na vidljivo mjesto u učionici. Mape s ključnim pojmovima i formulama mogu izraditi sami učenici u malim skupinama (u obliku postera ili kartica).

Graf funkcije najbolje je pojasniti na primjeru, posebno učenicima s motoričkim poteškoćama.

U primjeru 2 preporučuje se funkcije poredati jednu ispod druge, što će olakšati „čitljivost“ zadatka učenicima sa specifičnim poteškoćama u učenju, ali i onima s motoričkim poteškoćama. Učenicima s motoričkim poteškoćama valja pomoći kod interaktivnih vježbi i zadataka koji zahtijevaju pridruživanje. Ako učenik ne može izvoditi zadatke crtanja grafova, u takvim situacijama valja im dati zamjenski zadatak ili ulogu koja ima veze sa samim zadatkom.

## 3.2. Pomaci grafa kvadratne funkcije



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Svladavanje postupka crtanja parabole s pomoću pomaka osnovne  $y=ax^2$
- Prepoznavanje parabole kao grafa kvadratne funkcije te njezine jednadžbe iz danoga grafa
- Primjena matematičkog jezika u usmenome i pismenome izražavanju
- Uspoređivanje crtanja parabole s crtanjem grafa apsolutne vrijednosti uz pomoć pomaka

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Nacrtati graf funkcije  $f(x)=ax^2 + y_0$ ,  $f(x)=a(x-x_0)^2$ ,  $f(x)=a(x-x_0)^2 + y_0$
- Odrediti koordinate tjemena funkcija  $f(x)=ax^2 + y_0$ ,  $f(x)=a(x-x_0)^2$ ,  $f(x)=a(x-x_0)^2+y_0$
- Povezati položaj grafa kvadratne funkcije u koordinatnom sustavu s  $a, x_0$  i  $y_0$

#### Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Istraživanje
- Rješavanje problema
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija

## Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje, samostalni, suradnički ili projektni rad učenika. Isto tako može poslužiti kao materijal za obrnutu učionicu.

### Uvod i motivacija

U uvodu ponavljamo graf kvadratne funkcije oblika  $f(x)=ax^2$  te kako iz grafa dobiti vodeći koeficijent  $a$ . Postavljena je i slika s pomaknutim parabolama kao uvod u ono što će se raditi u ovoj jedinici.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Pomaci grafa funkcije $f(x)=ax^2$

Crtanje grafova funkcija  $f(x)=a(x-x_0)^2$ ,  $f(x)=ax^2+y_0$  i  $f(x)=a(x-x_0)^2+y_0$  uvodi se kao pomak osnovnoga grafa  $f(x)=ax^2$  u smjeru koordinatnih osi. U uvodu su dane dvije animacije koje daju naslutiti kako glasi jednadžba pomaknutoga grafa za  $x_0$  u smjeru osi apscisa, odnosno za  $y_0$  u smjeru osi ordinata. Za svaki oblik kvadratne funkcije definira se pomak, tjeme te os simetrije. U primjeru 2. ponuđena je animacija u GGB-u kako postupno nacrtati zadane parabole s pomoću tablice i pomaka, dok je u primjeru 5. GGB aplet u kojem učenici odabirom vodećeg koeficijenta  $a$  te pomaka  $c$  (ili  $y_0$ ) sami mogu provjeriti jesu li točno nacrtali zadane parabole. Aplet imate u [OneNote metodičkom priručniku](#). Isto tako preporučujemo [Translacije grafa kvadratne funkcije](#), niz GGB apleta autorice Željke Dijanić.

Učenicima treba naglasiti da se parabola može dobiti i direktno, računanjem nekoliko točaka i ucrtavanjem u koordinatni sustav. Uvježbajte i taj način crtanja parabole. Nekim učenicima to će možda biti jednostavnije i razumljivije.

#### Korelacija

Nakon uvođenja svih funkcija te ponavljanja, napravljena je analogija s grafom funkcije apsolutne vrijednosti (pomaci po koordinatnim osima). Predložimo da s učenicima nacrtate usporedno dvije funkcije, npr.  $f(x)=2|x-4| - 3$  i  $g(x)=2(x-4)^2-3$ . Aplet imate u [OneNote metodičkom priručniku](#), gdje su zadani brojači za  $a$ ,  $x_0$  i  $y_0$  pa možete napraviti još primjera za usporedbu.

#### Otkrivanje jednadžbe parabole

U zadacima 2. i 9. od učenika se traži da prepoznaju jednadžbu dane parabole. U prvoj jedinici u Priručniku je ponuđena vježbalica te je detaljno opisan postupak traženja vodećeg

koeficijenta. Sada je potrebno zamisliti ishodište koordinatnog sustava u točki tjemena i odrediti koordinate neke točke (odnosno udaljenosti u smjeru koordinatnih osi od tjemena). Vježbalicu za "pomaknute" parabole potražite u OneNote metodičkom priručniku.

U zadacima 7. i 8. potrebno je iz danih uvjeta pronaći kvadratnu funkciju.

### Završetak

Na kraju je napravljena poveznica između dvaju zapisa kvadratne funkcije, točnije kako iz oblika  $f(x)=a(x-x_0)^2+y_0$  dobiti polinom drugog stupnja:  $f(x)=ax^2+bx+c$ , što je ujedno i uvod u sljedeću jedinicu, gdje se odgovara na pitanje kako iz opće kvadratne funkcije dobiti koordinate tjemena.

## Dodatni prijedlozi

Na kraju nastavne jedinice može se napraviti malo natjecanje raznim apletima u GGB koje nudi autorica Željka Dijanić, npr- crtanje grafa kvadratne funkcije pomoću 3 točke ako je zadana parabola oblika  $f(x)=a(x-x_0)^2 + y_0$ . Aplet pronađite u OneNote metodičkom priručniku.

Provjeru točnosti nacrtanih parabola učenici mogu napraviti upisivanjem zadane jednadžbe u GGB tako da u polje za unos napišu jednadžbu parabole. U već spominjanim materijalima autorice Željke Dijanić postoji pripremljen aplet za unos funkcija.

U [OneNote metodičkom priručniku](#) potražite Tonijeva videa koja obrađuju ovu tematiku.

Preporučamo zanimljiv materijal pripremljen za rad u paru autora [Roberta Gortana](#), dostupan na [njegovim stranicama](#). Može se upotrijebiti kao obrada novog gradiva.

Osim klasičnog zadavanja zadaće, predlažemo (ako to već do sada niste učinili) da napravite virtualni razredu u Geogebri online. Možete postavljati pitanja, zadavati praktične zadatke, dati učenicima vremensko ograničenje do kada moraju to napraviti i predati. Istovremeno možete pratiti u kojoj fazi je njihovo rješavanje zadataka. Kako se ova jedinica ali i cijeli modul temelji na učenju i rješavanju zadataka pomoću geogebre, ovakav način zadavanja zadaća je normalan slijed nakon obrađivanja novog gradiva.

Više o [Virtualnom razredu na sustavu Geogebre](#) možete pročitati u MIŠ-u br. 87, autora Šima Šuljića.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Predložimo da napredniji učenici pripreme zadatke za malo natjecanje u razredu. Neka osmisle kviz sa zanimljivim pitanjima kao u zadatku 7. (brzi odgovori se mogu dati i u zadacima 6., 10. ili 11.), gdje učenici (ako poznaju građu) brzo mogu doći do rješenja. Možete rabiti Kahoot ili Socrative, odnosno Plickers ako svaki učenik nema mobitel, tablet ili računalo za pripremu kviza. Zadaci se mogu rješavati i na ploči, a kviz s pitanjima pripremiti kao prezentacija (neki od alata za prezentaciju: Sway (Office 365), Prezi, Haiku Deck).

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Uoči same nastavne jedinice valja učenike podsjetiti na značenje pojedinih pojmova (npr. *argument*). Kod prvog primjera preporučuje se učenicima s jezičnim poteškoćama dati usmeno pojašnjenje. Učenici s motoričkim poteškoćama koji ne mogu sami crtati parabole mogu u zadatku sudjelovati s pomoćnikom (služeći se Geogebrom) ili istodobno dobiti neki zamjenski zadatak.

Definicije grafa funkcije i tjemena parabole valja pojednostavniti (vizualno i jezično). Savjetuje se da nastavnik djeci s poteškoćama sugerira način određivanja jednadžbi (primjer 3.) koji se smatra jednostavnijim i da od njih ne zahtijeva poznavanje oba opisana načina.

Pri rješavanju zadataka riječima može se odabrati nekoliko lakših zadataka, posebno za učenike koji imaju poteškoće jezičnoga razumijevanja. Isto vrijedi i za ostale zadatke, primjerice zadatak 8. jezično je složen i ako se očekuje da ga riješi učenik koji ima probleme s razumijevanjem jezika, zadatak valja jezično doraditi i vizualno pojednostavniti.

Primjerice (kod pitanja):

Izračunajte:

- Vodeći
- Linearni
- Slobodni koeficijent



## 3.3. Nultočke i ekstremi kvadratne funkcije



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Usvojiti postupak određivanja ekstrema, nultočki i osi simetrije grafa kvadratne funkcije
- Primijeniti ekstrem, nultočke, sjecište s osi  $y$  i os simetrije na crtanje grafa funkcije
- Spoznati vezu između ekstrema kvadratne funkcije i vodećeg koeficijenta
- Primijeniti matematički jezik u komunikaciji i izražavanju pri opisu grafa kvadratne funkcije
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za ispitivanje svojstava kvadratne funkcije

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Odrediti ekstrem, nultočke i os simetrije grafa kvadratne funkcije
- Nacrtati graf kvadratne funkcije
- Povezati ekstrem i vodeći koeficijent kvadratne funkcije
- Opisati tok kvadratne funkcije
- Ispitati svojstva kvadratne funkcije

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Istraživanje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Digitalna pismenost i uporaba tehnologija
- Samovrednovanje

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički, projektni rad učenika te kao radni materijal za obrnutu učionicu.

### Uvod i motivacija

Kao motivacijske primjere možete upotrijebiti dva prijedloga iz jedinice: let ptice u obliku parabole prilikom zaranjanja i izranjanja ili putanju košarkaške lopte. Učenicima zadajte da pripreme svoje primjere u slikama pa ih u uvodu zajedno pogledajte. Razgovarajte o tome koliko je važno znati gdje se lopta, projektil ili sl. nalaze u određenom trenutku.

Upoznajte ih s primjerom računanja dobiti ovisno o povećanju cijene proizvoda. Raspravite pitanja o dobiti; kad je maksimalna, kad minimalna, kada je nema i kad imamo gubitke. Pitajte učenike jesu li uopće upoznati s pojmom dobiti, a ako nisu, objasnite im kako se računa dobit i što su to prihodi i rashodi.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Nultočke kvadratne funkcije

Na početnom primjeru povežite kvadratnu funkciju, kvadratnu jednadžbu i njezina rješenja s nultočkama. Zajedno s učenicima raspravite o tome što su nultočke kvadratne funkcije i koje je njihovo značenje za konkretni primjer iz uvoda. Definirajte pojam nulište i nultočka kako bi ih učenici razlikovali. Riješite ponuđene ili slične primjere. Kad su primjeri riješeni, razgovarajte o tome što je u grafičkim prikazima funkcija iz triju primjera isto, a što različito. Ponovite pojam diskriminante i veze između rješenja kvadratne jednadžbe i diskriminante. Neka učenici napišu u bilježnicu ovisnost položaja parabole u odnosu na os apscisa s obzirom na diskriminantu pripadajuće kvadratne jednadžbe. Neka neki od učenika pročitaju što su zapisali. Odaberite najbolji zapis i neka ga učenik napiše na ploču.

#### Koordinate tjemena kvadratne funkcije

Rješavanje kvadratne jednadžbe postupkom dopunjavanja do potpunog kvadrata učenici su već radili. Zamolite ih da postupak za opći oblik kvadratne funkcije zapišu u bilježnicu.

Usporedite tjemenu zapis kvadratne jednadžbe s izrazom koji ste dobili dopunjavanjem do potpunog kvadrata. Uspoređivanjem smo dobili formule kojima se možemo koristiti za računanje koordinata tjemena. Možemo li do koordinata tjemena doći i drugim metodom? Promatrajte sliku parabole, njezinog tjemena. U kojem su odnosu tjeme i nultočke? Možemo li poznajući nultočke izračunati koordinatu  $x$  tjemena?  $x$  koordinata tjemena je aritmetička

sredina nulišta. Kako, nakon što smo izračunali koordinatu  $x$ , izračunati koordinatu  $y$ ? Uvrstimo  $x$  u početnu kvadratnu funkciju.

Crtajte parabolu s učenicama uz stalnu interakciju i pitanja:

Ponovimo što smo sve do sada naučili izračunati: nultočke, tjeme, os simetrije. Je li nam to dovoljno da nacrtamo graf kvadratne funkcije? Što ako parabola nema realnih nultočaka?

Vratimo se na parabole koje smo nacrtali. Vidimo li još neku točku koju bismo mogli odmah nacrtati? Treba se sjetiti crtanja parabole kroz pomake i točke u kojima parabola siječe os ordinata.

Može li nam os simetrije otkriti još neku točku? Što je s točkom koja je simetrična sa sjecištem s osi ordinata?

Na bijelu ploču (ako je imate) možete prvo u GeoGebri projicirati koordinatni sustav, a nakon što ste pronašli sve točke i spojili ih u parabolu, nju nacrtajte u GeoGebri i projicirajte. Jeste li sve dobro učinili?

### Ekstremi kvadratne funkcije

Vratite se ponovno na uvodni primjer. Tjeme parabole tamo nam je otkrilo maksimalnu dobit. Da je parabola bila okrenuta otvorom prema gore kakvu vrijednost bi nam tada pokazalo?

Uvedimo pojmove minimum i maksimum preko koeficijenta  $a$  i oblika kvadratne funkcije  $f(x)=a(x-x_0)^2+y_0$ .

Zapišimo i raspravimo: kada funkcija ima minimum, a kada maksimum?

Uz pomoć Generatora funkcija natječite se u tome tko će prije nacrtati funkciju.

### Tok kvadratne funkcije

Sve što smo do sada naučili o grafu kvadratne funkcije može se zapisati u tablici koja pokazuje ovisnost varijable  $x$  i vrijednosti funkcije, njihov rast i pad te točku u kojoj parabola postiže maksimalnu ili minimalnu vrijednost.

Za funkcije koje smo do sada crtali napravimo tok kvadratne funkcije.

### Svojstva kvadratne funkcije ili kako "čitati" graf

Prisjetite se grafa linearne funkcije. Ako je zadan samo graf linearne funkcije, što možemo "ispričati" o funkciji. Vidite li domenu (prisjetite se što je to domena)? Što je slika funkcije?

Nakon podsjećanja na linearnu funkciju, analizirajmo jedan od nacrtanih grafova:

- Domena funkcije
- Slika funkcije
- Maksimalna ili minimalna vrijednost

- Tok funkcije.

Možemo li s grafa na kraju "očitati" funkciju? Očitajte nekoliko točaka i izračunajte kvadratnu funkciju s pomoću sustava tri jednadžbe s tri nepoznanice.

## Završetak

Za kraj napravite malu sistematizaciju svih pojmova u mentalnoj mapi s crtežima parabola u koordinatnom sustavu, ovisno o koeficijentima. Vratite se na slike koje su učenici donijeli za početak sata. Što je parabola, a što nije? Ako su među slikama mostovi, pomozite učenicima da vide razliku između lančanice i parabole.

Kako provjeriti jesu li McDonaldsovi lukovi parabole (GeoGebra ima mogućnost umetanja crteža)?

Učenike uputite da riješe procjenu znanja kako bi utvrdili koliko su sadržaja uspjeli svladati i na čemu još trebaju raditi.

## Dodatni prijedlozi

Za dodatno uvježbavanje možete se koristiti sljedećim sadržajima na hrvatskom:

- [Ekstrem kvadratne funkcije](#), autora Šime Šuljića
- [Diplomski rad Tene Kolakovski "Polinomi i primjene"](#)
- [Primjenjena matematika podržana računalom](#)
- [Ili pogledati film koji je učenički rad.](#)

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

S darovitim učenicima možete istražiti kvadrike s naglaskom na PARABOLOID. Proučite primjenu kvadratne funkcije u arhitekturi.

Povežite kvadratnu funkciju i njezin graf s:

- [biologijom](#)
- [sportom](#).

Izradite [kviz](#) za ostale učenike u razredu.

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s poteškoćama, predlažemo da se koristite GeoGebrom za crtanje grafova - uz korištenje mogućnosti povećanja i podebljavanja crta te dodatno isticanje za slabovidne učenike.

Za učenike s poremećajem pažnje možete izraditi mini MEMO kojim se učenik može koristiti tijekom rada. Dodatno izradite [kartice](#) za lakše memoriranje pojmova i njihovo uvježbavanje. U ovoj lekciji služite se grafovima gdje god je to moguće.

Učenicima s poteškoćama važno je najaviti sadržaj videozapisa i usmjeriti ih na bit zadatka (što da promatraju). Sve učenike koji uče na specifičan način valja potaknuti da se aktivno uključe u nastavu, primjerice da komentiraju primjer s poslovanjem i da povežu kvadratne funkcije sa svakodnevnim životom (primjerice, povećanje cijene pametnih telefona u kontekstu prodaje, kupovine, dobiti...).

S obzirom na to da pojedini novi pojmovi svojim oblikom odskaču od uobičajenih (npr nultočka, nulište), savjetuje se potaknuti učenike na jezičnu igru (da se prisjete sličnih pojmova koji nužno nemaju veze s matematikom), a sve s ciljem lakšeg upamćivanja novog pojma. Kod učenika koji teže usvajaju matematički jezik, savjetuje se na jednom neutralnom grafu označiti koja je os apscisa, a koja ordinata.

Učenici s poremećajem iz spektra autizma mogu dobiti zadatak (prije nastavne jedinice) istražiti primjere iz arhitekture u kojima se primjenjuje parabola (i u Hrvatskoj i u svijetu), koje će potom podijeliti s drugim učenicima. Isti zadatak se može organizirati timski (u paru), s jasnim uputama za oba učenika.

## 3.4. Presjek pravca i parabole



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenome i pismenome izražavanju
- Spoznati vezu između broja sjecišta i diskriminante pri rješavanju sustava
- Naučiti primijeniti presjek pravca i parabole u realnim situacijama
- Učinkovito i promišljeno upotrebljavati tehnologiju za provjeru rješenja

#### Odgajno-obrazovni ishodi

- Opisati položaje pravca i parabole
- Izračunati točke presjeka pravca i parabole
- Povezati broj sjecišta s diskriminantom pri rješavanju sustava

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Digitalna pismenost i sigurna uporaba IKT-a

## Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički, projektni rad učenika te kao radni materijal za obrnutu učionicu.

### Uvod i motivacija

Kao **motivacijski primjer** možete iskoristiti animaciju u jedinici u kojoj se putanja projektila povezuje s parabolom, a kosina ispod koje stoji haubica s linearnom funkcijom. Neka učenici pokušaju pronaći još neki primjer gdje se pojavljuju kvadratna i linearna funkcija i njihovo sjecište.

Kroz priloženi aplet zajednički isprobavajte i mijenjajte koeficijente pravca, pa pokušajte s učenicima zaključiti i zapisati u kojem položaju se mogu naći pravac i parabola.

Možete i sami u GeoGebri napraviti aplet u kojem se mogu mijenjati koeficijenti i kvadratne i linearne funkcije, kako biste lakše provjeravali svoja rješenja.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Zapišimo

Zaključke do kojih ste došli u uvodu zapišite s učenicima, uz prikladnu skicu za svaki od položaja. Ponovite s učenicima pojmove *sekanta* i *tangenta*.

#### Rješavanje sustava linearne i kvadratne jednadžbe

Za rješavanje sustava ponovite metode koje ste primijenili u prvom razredu za rješavanje sustava linearnih jednadžbi. Je li moguće i ovdje primijeniti sve metode?

Riješite tri navedena ili slična primjera. Kod rješavanja svakog podsjetite učenike da vrstu rješenja kvadratne jednadžbe možete znati i bez rješavanja jednadžbe. Kako?

Neka učenici izračunaju diskriminantu prije pronalaska sjecišta. Jesu li mogli znati da se parabola i pravac sijeku, dodiruju ili se ne sijeku?

#### Diskriminanta i broj sjecišta

Neka učenici sami formuliraju zaključak pa ga pročitaju naglas. Usuglasite zajednički zaključak i neka ga učenik zapiše na ploču.

Izvedite kvadratnu jednadžbu za opći oblik kvadratne i linearne jednadžbe. Povežite koeficijente jednadžbe s diskriminantom. Ponovite naučeno uz kratki kviz.

Za ponavljanje možete upotrijebiti i Plickers ili Kahoot.

Postupak rješavanja sustava linearne i kvadratne jednadžbe uvježbavajte na zadacima. Neka učenici skupljaju bodove za točno riješene zadatke kao prvi, drugi ili treći u razredu. Skupljače bodova možete i nagraditi.

Osmislite grupni rad gdje je svako rješenje vezano uz neko slovo. Pobjeđuje grupa čiji članovi prvi slože rečenicu. Bitno je učenicima dati osjećaj doprinosa i radosti kod rješavanja zadataka.

S učenicima pogledajte video u kojem je objašnjeno kako nacrtati aplet s pomoću kojega grafički lako mogu provjeriti svoje rješenje, koje su dobili analitički.

### Grafičko rješavanje sustava linearne i kvadratne jednadžbe

Projicirajte koordinatni sustav na ploču. Ponovite kako nacrtati linearnu funkciju (pravca) s pomoću sjecišta s koordinatnim osima. Ponovite crtanje kvadratne funkcije rabeći nultočke, tjeme, os simetrije i sjecište s osi ordinata.

Uočite sjecišta. Sada možete iste funkcije nacrtati s pomoću računala i projekcijom preko rješenja provjeriti svoje rješenje. Razmislite: je li grafičko rješavanje dovoljno precizno?

### Korelacija

Dodatna tema sadrži rješavanje sustava dviju kvadratnih jednadžbi za učenike koji uspiju prije uvježbati ranije navedeni postupak. Svoja zapažanja i rješenja neka prezentiraju razredu.

## Završetak

Kao završetak teme iskoristite zadatak iz motivacije. Riješite ga analitički i grafički. Koristi li se ovim izračunom topništvo? Ako ne, kako određuju mjesto pada projektila. Ako možete, pozovite u razred roditelja koji je pripadnik HV-a.

## Dodatni prijedlozi/korelacija

Za uvježbavanje svakako je dobro riješiti zadatke iz ovog područja s prošlih ispita državne mature. Osim toga možete upotrijebiti sljedeće dostupne materijale:

- [Kalkulator za izračun sjecišta pravca i parabole](#)
- [Matematika je zabavna - uvježbavanje - kviz](#)
- [Materijali za samostalan rad](#)
- Niz poveznica na interaktivne sadržaje možete potražiti u [OneNote metodičkom priručniku](#).



---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Učenici koji žele znati više neka za početak riješe sustave dviju kvadratnih jednadžbi. Mogu li se rješenja predvidjeti? Kad se dvije parabole sijeku, kad se dodiruju, a kada nemaju zajedničkih točaka.

<http://www.usinggo.com/how-two-parabolas-intersect/graphing-quadratic-functions/algebra-1>

Zadajte realne probleme koji se rješavaju uz presjek pravca i parabole.

[https://brocku.ca/webfm\\_send/14731](https://brocku.ca/webfm_send/14731)

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima možete napraviti kartice s koracima rješavanja tako da ih povežu u pravilan niz. Neka rabe GeoGebru s uvećanim prikazom.

Možete prevesti materijale:

<https://www.wccusd.net/cms/lib/CA01001466/Centricity/domain/60/lessons/algebra%20i%2020lessons/LinearQuadraticSystemsV3.pdf>

da učenici mogu samostalno, uz vaše mentoriranje, korak po korak rješavati zadatke i uvježbati gradivo.

Sadržaj animacije valja prokomentirati s učenicima s poteškoćama. Pojedine važne pojmove potrebno je dodatno vizualno naglasiti (npr. analitički i grafički). Prije nastavne jedinice učenici trebaju dobiti zadatak da se prisjete metoda supstitucije i suprotnih koeficijenata (i materijali koji prikazuju navedene metode mogu se pripremiti za nastavu). Pojmom „sekanta“ valja se također koristiti u kontekstu jezične igre (rime, asocijacije) kako bi se osiguralo upamćivanje.

U tekstu u potpoglavlju Diskriminanta i broj sjecišta nalaze se jezično složene rečenice koje treba pojednostavniti za učenike s jezičnim poteškoćama (točke 1-3) ili ih treba usmeno protumačiti. Učenicima s diskalkulijom, kao i onima s motoričkim poteškoćama, valja dopustiti uporabu džepnog računala.

Kod učenika s motoričkim poteškoćama prednost valja dati zadacima za dopunjavanje (npr. Pravec koji siječe parabolu njezina je \_\_\_\_\_).

## 3.5. Kvadratne nejednadžbe



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Proširivanje znanja o kvadratnoj funkciji
- Grafičko prikazivanje kvadratnih nejednadžbi
- Primjenjivanje grafa kvadratne funkcije za rješavanje kvadratnih nejednadžbi
- Upotrebljavanje tehnologije za rješavanje kvadratnih nejednadžbi

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati kvadratnu nejednadžbu
- Riješiti kvadratnu nejednadžbu
- Prikazati rješenje kvadratne nejednadžbe u obliku intervala

#### Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Samostalno učenje
- Uporaba informatičke tehnologije
- Rješavanje problema
- Samovrednovanje

## Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 sata

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

U uvodnom dijelu učeniku se postave pitanja može li riješiti i je li do sada rješavao kvadratnu nejednadžbu  $x^2-4x+3>0$ . Ponavlja se postupak rješavanja linearnih nejednadžbi te povezuje algebarski i grafički prikaz rješenja nejednadžbe. Pritom se ističe potreba za prikazivanjem kad je neki izraz manji (odnosno veći) od 0, te se primjer s motivacijskog dijela rješava faktorizacijom. Učenik može uočiti da je neke vrste kvadratnih nejednadžbi već rješavao, te da bi bilo dobro naći način rješavanja kvadratnih nejednadžbi koji će biti „univerzalan“ za sve tipove kvadratnih nejednadžbi.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Kvadratne nejednadžbe

Nakon uvodnog primjera poželjno je definirati pojam kvadratne nejednadžbe i navesti što znači riješiti kvadratnu nejednadžbu. Pritom je dobro da učenik ponovi kakve su to linearne jednačbe i nejednadžbe, jednačbe i nejednadžbe s apsolutnim vrijednostima, iracionalne jednačbe i nejednadžbe te kvadratne jednačbe i nejednadžbe. Kako se pri postupku rješavanja kvadratnih nejednadžbi spominju vrijednosti funkcije, za uočavanje pozitivnih i negativnih vrijednosti kvadratne funkcije može se upotrijebiti [2d animacija](#) u kojoj se točka na paraboli pomiče te se uočava kad je vrijednost pozitivna a kad negativna. Sam postupak rješavanja kvadratne nejednadžbe detaljno je objašnjen u videu (animaciju i video potražite u [OneNote metodičkom priručniku](#)). Da bi se lakše prolazilo kroz postupak rješavanja kvadratnih nejednadžbi, može se rabiti "šalabahter" u obliku postupka rješavanja.

#### Uvježbavanje

Da bi se uvježbalo rješavanje kvadratnih nejednadžbi, dan je niz zadataka koji pokazuju različite položaje parabole i različite tipove kvadratnih nejednadžbi. Pomoć učeniku pri rješavanju tih zadataka može biti [aplet](#) koji prikazuje graf kvadratne funkcije i rješenje kvadratne nejednadžbe (potražite ga u [OneNote metodičkom priručniku](#)). Preporučuje se da učenici sami istražuju kako koeficijenti kvadratne funkcije utječu na izgled parabole, a time i na rješenja kvadratne nejednadžbe. Posebno je važno uočiti položaje kad je cijela parabola iznad ili ispod osi x, odnosno kad postoji samo jedna nultočka.

Podaci o izgledu parabole s obzirom na vodeći koeficijent i diskriminantu te rješenja nejednadžbe sistematizirani su u tablici.

## Za one koji žele znati više

Pripremljen je zadatak kod kojeg treba odrediti parametar za koji je vrijednost kvadratne nejednadžbe uvijek negativna. Učenicima savjetujemo također da potraže zadatke s [natjecanja iz matematike](#).

## Završetak

Na samom kraju poželjno je ponoviti postupak rješavanja kvadratnih nejednadžbi. Za provjeru znanja može se igrati igra "odaberi funkciju i znak nejednakosti" (učenici sami biraju koeficijente kvadratne funkcije i jedan od četiri znaka nejednakosti te rješavaju dobivenu kvadratnu nejednadžbu). Rješenje mogu provjeriti rabeći [aplet](#) (napomena: u apletu se mogu birati cjelobrojni koeficijenti iz intervala od -5 do 5).

(Napomena: u apletu se mogu birati cjelobrojni koeficijenti iz intervala od -5 do 5).

## Dodatni prijedlozi

U [OneNote metodičkom priručniku](#) nalazi se poveznica na videozapise s Youtubea (od 1 do 9) o rješenjima kvadratne nejednadžbe. Možete ih rabiti kao dodatni sadržaj.

Učenici mogu upotrijebiti i slične videouratke na engleskom jeziku: [Corbettmaths](#) , [HegartyMaths](#) , [MathMeeting](#) , [AcademyOfBailey](#) , [KhanAcademy](#).

Prezentaciju Jelene Kopčić o rješavanju kvadratnih nejednadžbi možete vidjeti na linku [kvadratne nejednadžbe](#). Učenike se može uputiti i na izvor na [wikipediji](#).

Na engleskom jeziku postoji također niz zanimljivih internetskih izvora. [Purplemath](#) detaljno objašnjava postupak rješavanja linearnih i kvadratnih nejednadžbi. [SangakuMaths](#) uz objašnjenje daje i niz zadataka za uvježbavanje. [MathsFun](#) daje i jedan primjer iz svakodnevnog života. [Siyavula](#) prikazuje postupak rješavanja kvadratnih nejednadžbi faktorizacijom te prikazom s pomoću tablice. Detaljno razrađeni primjeri rješavanja kvadratnih nejednadžbi prikazani su i na [Shmoop-ovim stranicama](#).

Na kraju nastavne jedinice, prije rješavanja zadataka za samoprocjenu, može se napraviti neki kviz, primjerice u Kahootu ili u Socrativeu, kako bi se unijelo malo dinamike i natjecateljskog duha, a ujedno i kako bi se ponovile osnovne činjenice. Više o kvizovima možete pročitati na [e-laboratoriju](#).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predložimo istraživanje interneta i pronalaženje složenijih kvadratnih nejednadžbi. Također se preporučuje u nejednadžbe ubaciti i apsolutne vrijednosti. Predložimo da se pri rješavanju posluže zadacima koji su se pojavljivali na [Državnim maturama](#).

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s poteškoćama u razvoju ili sa specifičnim poteškoćama u učenju, predložimo uporabu Geogebre. Učenici mogu samostalno unositi jednadžbe parabole i uočiti izgled parabole, mogu se koristiti kalkulatorom ili Geogebrom za određivanje nultočaka kvadratne funkcije ili mogu rabiti već gotov [aplet](#) kao pomoć pri rješavanju.

Učenike valja podsjetiti na značenje pojedinih pojmova (npr. nejednadžba). Primjer 2 je prikazan složeno, s mnogim izrazima i tekstom, zbog čega može biti zahtjevan za praćenje i razumijevanje kod više skupina učenika s poteškoćama. Preporučuje se pojasniti zadatak usmenim putem uz vizualnu podršku, pišući po ploči.

Pojmove koji se nalaze u ovoj nastavnoj jedinici (vrste jednadžbi) treba pripremiti na posterima, prezentacijama ili karticama, kako bi ih se učenici podsjetili i uz pomoć vizualne potpore riješili određene zadatke.

Učenici mogu u malim skupinama pripremiti pravila za rješavanje kvadratne nejednadžbe (skupina koja nije sudjelovala u izradi dodatnih materijala) kako bi ta pravila bila stalno dostupna i vidljiva učenicima s poteškoćama u razvoju i onima sa specifičnim poteškoćama u učenju.

## 3.6. Iracionalne jednadžbe



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Rješavanje iracionalnih jednadžbi
- Postavljanje uvjeta kod iracionalnih jednadžbi
- Primjena matematičkog jezika u usmenome i pismenome izražavanju

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Riješiti iracionalne kvadratne jednadžbe koje se svode na kvadratne jednadžbe
- Argumentirati rješenja iracionalne jednadžbe

#### Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Samostalno učenje
- Uporaba informatičke tehnologije
- Rješavanje problema
- Istraživanje
- Kreativno i kritičko promišljanje

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

U uvodu se učenika potiče na razmišljanje o pojmu iracionalnosti. Iracionalne jednadžbe povezuju se s iracionalnim brojevima i samim pojmom iracionalnosti. Predlažemo istraživanje povijesti iracionalnih jednadžbi.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Uvodno ponavljanje

Učenici su već rješavali iracionalne jednadžbe te se podsjećaju na postupak rješavanja - potenciranje. Važno je da uoče da kod parnih korijena dobivaju netočna rješenja. Razlog za to je kasnije detaljno objašnjen.

#### Rješavanje iracionalnih jednadžbi

U nekoliko primjera učenicima je pokazan problem rješavanja iracionalnih jednadžbi kod kojih se pojavljuju parni korijeni. Najjednostavniji način rješavanja iracionalnih jednadžbi je potenciranje, nakon kojeg se rješenje provjerava uvrštavanjem u početnu jednadžbu. Ipak, potrebno je da učenici uoče zbog čega dobivamo "višak" rješenja te da im se objasne uvjeti koji postoje pri računanju s drugim korijenom, odnosno svakim parnim korijenom. To je važno zato što iracionalne nejednadžbe ne možemo rješavati uvrštavanjem rješenja (rješenja su intervali) već ćemo dobiti presjek rješenja i uvjeta.

Postupak rješavanja iracionalne jednadžbe objašnjen je i u primjeru u videu.

#### Uvježbajmo

Za uvježbavanje je dano nekoliko zadataka iracionalnih jednadžbi kod kojih se pojavljuju drugi korijen i treći korijen. U nekim zadacima su i dodatne upute koje mogu biti od pomoći učenicima.

### Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete sistematizaciju naučenog. Učenike treba uputiti na samostalno istraživanje problema na internetu.



## Dodatni prijedlozi

U [OneNote metodičkom priručniku](#) nalaze se poveznice na videozapise s Youtubea o načinu rješavanja iracionalnih jednadžbi. Osim toga, na web stranici [Jennaroca](#) ima nekoliko primjera iracionalnih jednadžbi i niz zadataka za dodatnu vježbu. O rješavanju iracionalnih jednadžbi i nejednadžbi koristan je i članak autora Nikole Dmitrovića, [Iracionalne jednadžbe i nejednadžbe](#), objavljen na [math.e](#).

Na kraju nastavne jedinice, prije rješavanja zadataka za samoprocjenu, može se napraviti neki kviz. Više o kvizovima možete pročitati na [e-laboratoriju](#). Također se može prirediti i natjecanje u rješavanju iracionalnih jednadžbi, gdje bi učenici mogli usporediti koja je od dviju predloženih metoda u ovoj jedinici efikasnija u određenim situacijama.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predložimo istraživanje interneta na temu iracionalne jednadžbe, a također i iracionalne nejednadžbe. Osim zadataka s natjecanja na tu temu, zanimljiv je i rad Mehmeda Nurkanovića namijenjen pripremi učenika za matematička natjecanja u Tuzlanskom kantonu.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s poteškoćama u razvoju i onima sa specifičnim poteškoćama u učenju, predložimo upotrebu videozapisa u [OneNote metodičkom priručniku](#) o načinima rješavanja zadataka.

Učenici s poremećajem iz spektra autizma, kao i učenici s poremećajem pažnje, mogu za ovu nastavnu jedinicu unaprijed pripremiti činjenice o pojmu iracionalnosti tijekom povijesti (uz nastavnikove smjernice).

Poželjno je da se učenicima s poteškoćama najavi da se trebaju prisjetiti računanja s korijenima.

Pojedini dijelovi teksta (npr. ispod funkcije drugi korijen) jezično su vrlo zahtjevni, o čemu valja voditi računa kod svih učenika koji imaju poteškoće jezičnoga razumijevanja (treba im pojasniti usmeno, pojednostavniti rečenice u editoru uređaja, omogućiti rješavanje uz pomoć drugog učenika).

## 3.7. Složenije nejednadžbe



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Razlikovanje linearne i kvadratne nejednadžbe
- Primjena matematičkog jezika u usmenome i pismenome izražavanju
- Upotreba tehnologije za rješavanje složenijih nejednadžbi

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Urediti složenu kvadratnu nejednadžbu
- Riješiti sustave kvadratnih te linearnih i kvadratnih nejednadžbi

#### Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Samostalno učenje
- Uporaba informatičke tehnologije
- Rješavanje problema

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Učenicima se u uvodu navodi primjer složenije racionalne nejednadžbe iz prvog razreda, kod koje su i brojnik i nazivnik linearni. Važno je da se ponovi kad je razlomak pozitivan, odnosno negativan, kad tražimo presjek, a kad uniju skupova i činjenica da nazivnik uvijek mora biti različit od nule. Prijedlog je da se u uvodu učenici podsjetite na to zašto ne množimo nejednadžbe izrazom koji sadrži nepoznicu, tj. postoje li slučajevi u kojima bismo to mogli.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Sustav kvadratnih nejednadžbi

Mnoge složenije nejednadžbe svode se na sustav kvadratnih nejednadžbi. U nekoliko primjera učenicima se pokazuje kako riješiti sustave grafičkom metodom. Dani su i zadaci koje bi učenici trebali samostalno izraditi. Kao pomoć mogu se poslužiti [apletom](#) za rješavanje kvadratnih nejednadžbi (potražite ga u [OneNote metodičkom priručniku](#)). Za učenike koji žele znati više, dan je jedan zadatak sa školskog natjecanja iz matematike 2017. godine za B razinu.

#### Složenije nejednadžbe

Prije rješavanja složenijih nejednadžbi učenici određuju kritične točke kod racionalne nejednadžbe te vrijednost izraza za različite vrijednosti varijable  $x$ . Pokazana su dva načina rješavanja složenijih izraza, a na učenicima je da uvježbaju način koji im se čini jednostavniji. Postupak rješavanja je sistematiziran riječima.

Za uvježbavanje rješavanja složenijih nejednadžbi dan je [aplet](#) koji generira složenije nejednadžbe (racionalne, kod kojih je i brojnik i nazivnik kvadratni trinom ili linearni binom) te prikazuje grafički prikaz i rješenje složene nejednadžbe. Taj aplet se može upotrijebiti za natjecanje učenika u brzini i točnosti rješavanja složenih nejednadžbi. Nejednadžbe se ne mogu proizvoljno odrediti, već ih računalo generira slučajnim izborom.

### Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete 2d animaciju koja pokazuje postupak rješavanja složenijih nejednadžbi prateći korake koji su dani u ovoj jedinici.

## Dodatni prijedlozi

U [OneNote metodičkom priručniku](#) nalaze se poveznice na videozapise s Youtubea. Uz njih je ubačen [Geogebra aplet](#) koji može poslužiti za uvježbavanje ove jedinice.

Na internetu ima niz sadržaja koji mogu poslužiti za učenje ove jedinice:

- Sustavi kvadratnih nejednadžbi prikazani su na stranici [Braingenie](#)
- [PurpleMath](#) daje niz riješenih primjera složenijih nejednadžbi
- Također i [PaulsOnlineMathNotes](#)
- [Math Is Fun](#) također prikazuje kako rješavati složenije nejednadžbe.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

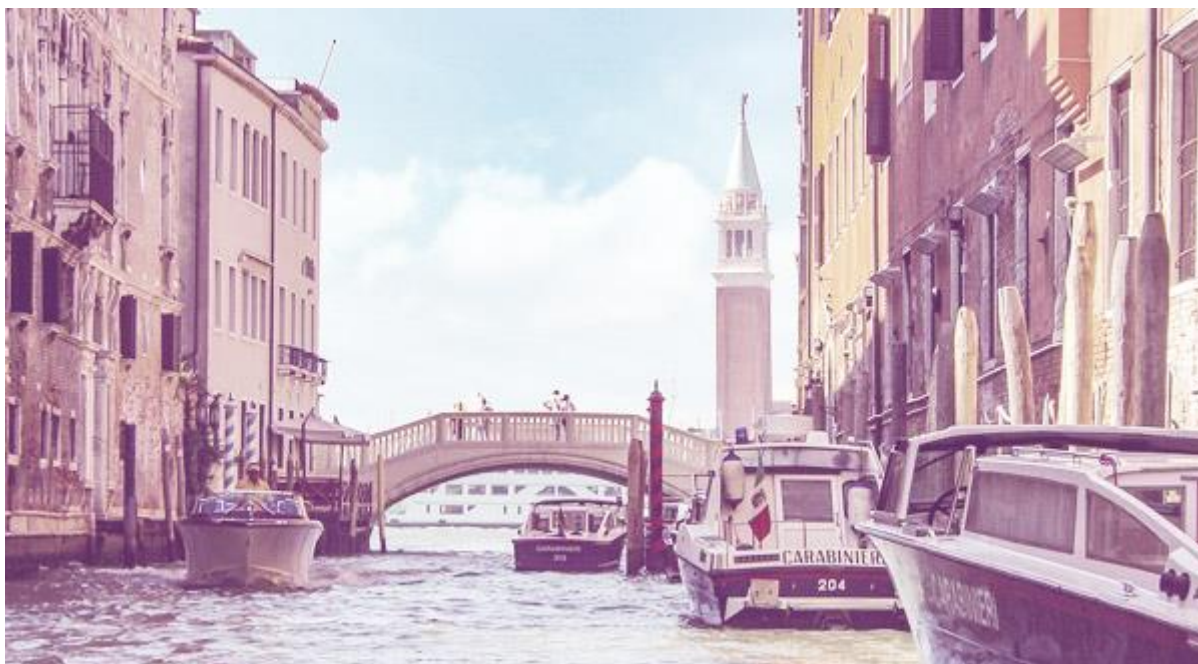
Za učenike koji žele znati više predlažemo da potraže zadatke s [natjecanja iz matematike](#). Također se mogu poslužiti zadacima koji su se pojavljivali na višoj razini [Državne mature](#).

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s poteškoćama u razvoju i onima sa specifičnim poteškoćama u učenju, predlažemo upotrebu Pomoćnih interaktivnih sadržaja.

Za učenike koji otežano slijede i pamte postupke rješavanja matematičkih zadataka, u ovom slučaju složenijih nejednadžbi, preporučuje se odabrati jednostavnije zadatke i ne ustrajati na rješavanju svih zadataka. Postupak rješavanja složenijih nejednadžbi može se pojednostavniti i učiniti atraktivnim tako da svaki učenik snimi jednu uputu (od 1 do 6) te da se taj audiozapis pohrani i prema potrebi pokreće, kako bi se olakšalo rješavanje zadataka ali i usvajanje gradiva iz ove nastavne jedinice.

## 3.8. Primjena kvadratne funkcije



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Spoznati važnost kvadratne funkcije
- Rješavati problemske situacije upotrebom kvadratne funkcije
- Upotrebljavati matematički način rasuđivanja
- Primjenjivati matematički jezik u usmenome i pisanome izražavanju
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Primijeniti naučene pojmove i pravila na zadacima objektivnog tipa
- Primijeniti naučene pojmove i pravila pri modeliranju problemskih zadataka
- Upotrebljavati digitalne aplikacije za pronalazak matematičkog modela rješavanja problemskih zadataka

#### Generičke kompetencije

- Aktivno učenje
- Kritičko mišljenje
- Razvoj računalnih kompetencija
- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Provođenje zamisli i djelovanje

- Samovrednovanje

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički ili projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

U uvodu se rješava jedan zadatak s državne mature (kosi hitac). U 2D animaciji ponuđeno je rješenje. Od učenika se očekuje da sam riješi zadatak.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Primjene

Jedinica je podijeljena na primjenu u fizici, arhitekturi, ekonomiji, svakodnevnom životu i matematici. Razrađeno je tako da se riješi detaljno jedan primjer, a nakon toga su zadaci za ponavljanje.

#### Korelacija

U nekoliko primjera napravljena je poveznica na neka druga područja poučavanja. Učenike se upućuje na Galileovo proučavanje gibanja tijela niz kosinu. Povežite sadržaje s gradivom iz četvrte jedinice. Poveznicu na *Pojam inercije* autora Nedeljka potražite u [OneNote metodičkom priručniku](#). Predlažemo da dodatno obradite i [Galileova ostala istraživanja](#).

Zainteresiranima za građevinu ponuđena je poveznica o detaljima *Zelenog mosta* u Zagrebu. Te sadržaje dodatno mogu istražiti i ljubitelji povijesti i glazbenih klasika. Može se napraviti zanimljiva poveznica i prezentacija u razredu o povijesti Željezničkog mosta te vezi sa Jimijem Hendrixom (1942. - 1970.), američkim (ljevorukim) gitaristom i rock glazbenikom.

Predlažemo da učenike uputite na dodatne sadržaje o nekim ekonomskim pojmovima i temama kako je ponuđeno u sadržaju (ako to već niste učinili u trećoj jedinici). Pojmovi poput *dobit*, *dohodak*, *rentabilnost* nužni su nam i prilikom upravljanja kućnim proračunom. U [OneNote metodičkom priručniku](#) imate poveznicu na GGB aplet za primjer 3., koji se može upotrijebiti za bilo koju kvadratnu funkciju (pogotovo za velike vrijednosti). Prilagodite veličinu apleta funkciji koju crtate i analizirate. Na grafu postoji točka koja je početno definirana za  $x = 50$ , koju svakako pomaknite na neku vrijednost blizu nule da biste je mogli upotrijebiti i u novim funkcijama.

## Završetak

Na samom kraju ove jedinice DOS-a pronaći ćete sažetak primjena koje predložimo da dopunite nekim svojim primjerima s područja života ili poučavanja. Prijedlog traženja parabola koje su aproksimacija krivulja iz svijeta koji nas okružuje detaljno je obrađen u Aktivnostima ovog modula.

## Dodatni prijedlozi

Mnogi su autori problem minimuma i maksimuma rješavali [GeoGebra](#). Za neke od njih potražite poveznice u [OneNote metodičkom priručniku](#). Zадajte učenicima da sami istražuju i pronalaze zadatke primjene.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Naprednijim učenicima namijenjen je dio s izvodima formula. Prokomentirajte horizontalni hitac kao presjek dviju krivulja te izvod funkcije prijađenog puta u ovisnosti o visini,  $s(h)$ .

U zadatku 6. je također izvod funkcije polumjera u ovisnosti o opsegu kao linearne funkcije te površine,  $P(o)$  funkcije koja ovisi o kvadratu opsega.

U primjeru 5. je opseg zadan kao funkcija ovisnosti o kvadratu jedne stranice.

Isto tako predložimo da zadatak 10. obrade i prezentiraju bolji učenici kako bi pojam funkcije na temelju svih tih primjera naučili prepoznati i primjenjivati u svakoj problemskoj situaciji.

Može im se dati da naprave izvode/transformacije raznih formula s obzirom na zadane elemente. Dajte im zadatak da generaliziraju pojam maksimuma/minimuma kod zadataka s pravokutnikom, trokutom, ali i geometrijskim tijelima (pravokutnik maksimalne površine, trokut minimalne površine, kvadar maksimalnog obujma, itd.). Svakako ih uputite na GGB aplete u [OneNote metodičkom priručniku](#).

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Zapis o putanji nogometne lopte valja najaviti učenicima s poteškoćama (posebno onima s poremećajem iz spektra autizma). Uvodna tema se može komentirati i povezati s nogometom kako bi se učenike s poteškoćama motiviralo za daljnji rad. Pojedini učenici mogu unaprijed



dobiti zadatak da pripreme osnovne činjenice o ulozi Nacionalnog centra za vanjsko vrednovanje obrazovanja. Primjeri zadataka s državne mature trebaju poslužiti kao materijal za uvježbavanje i jačanje znanja, nikako za izazivanje straha od zahtjeva same mature.

S ciljem boljeg razumijevanja primjene kvadratne funkcije u fizici preporučuje se najaviti učenicima da ponove temu horizontalnog, odnosno vertikalnog hica. U ovoj nastavnoj jedinici postoji puno povezanih sadržaja koji otvaraju mogućnosti za komentiranje i interaktivno sudjelovanje na nastavi. S obzirom na to da prethodne jedinice nisu u ovolikoj mjeri bile popraćene povezanim sadržajima, možda će upravo ti primjeri dati ideju nastavnicima kako i prethodne jedinice učiniti atraktivnijima i primjenjivijima za učenike koji imaju različite poteškoće.



# Aktivnosti za samostalno učenje

---

## Ciljevi, ishodi, kompetencije

---

### Ciljevi i zadaće

- Upoznavanje s kvadratnom funkcijom i njezinim grafom
- Određivanje nultočaka i ekstrema kvadratne funkcije te monotonosti
- Rješavanje kvadratne nejednadžbe i iracionalne jednadžbe upotrebom grafa kvadratne funkcije
- Modeliranje problemskih situacija s pomoću kvadratne funkcije i rješavanje problema koji se svode na kvadratnu funkciju
- Upotreba matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito

### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati kvadratnu funkciju i oblik njezinoga grafa
- Primijeniti pomake i tijek funkcije pri crtanju grafa kvadratne funkcije
- Odrediti presjek pravaca i parabole grafički i analitički
- Riješiti kvadratne nejednadžbe i iracionalne jednadžbe
- Primijeniti graf kvadratne funkcije pri rješavanju problemskih zadataka
- Koristiti se algebarskim izrazima pri rješavanju praktičnih problema
- Izgraditi novo matematičko znanje modeliranjem situacija i rješavanjem problema

### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Provođenje zamisli i djelovanje
- Istraživačke vještine
- Interakcija i suradnja

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

---

Planirani broj sati: minimalno 1 sat

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadaci i primjeri koji omogućuju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijских sadržaja koji omogućuju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.

## Uvod

U uvodnom dijelu je galerija fotografija poznatih svjetskih građevina u obliku parabole i na kraju dvostruka duga.

## Projekt

Učenicima se predlaže da sami pronađu neku parabolu u svom životnom okruženju i pokušaju pronaći pripadajuću jednadžbu. Dane su detaljne upute za realizaciju projekta. Svakako su dobrodošle dodatne ideje oko određivanja točaka kojima će se dobiti jednadžba parabole. Svakako ih uputite na video o tome kako su učenici Elektrotehničke i prometne škole u Osijeku izmjerili most u jednome svom sličnom projektu. Video potražite i u [OneNote metodičkom priručniku](#).

## Samostalni rad

Uvijek ima onih učenika koji su više za terensku nastavu i koji će sve učiniti samo da ne moraju sjediti za stolom s knjigom, kao i onih drugih, kojima rad na računalu i sjedenje za stolom nije nikakav problem. Oni koji više vole terensku nastavu neka krenu u izradu projekta, a ovima drugima dajte zadatak da u Geogebri naprave aproksimaciju parabole s pripremljenih fotografija. Učenici su dobili uputu kako to učiniti i ponuđen im je GGB-ov radni list, gdje mogu unijeti fotografiju i napraviti parabolu. Oba GGB-a možete potražiti u [OneNote metodičkom priručniku](#).

## Korelacija

U aktivnostima je napravljena poveznica s fizikom, i to s momentom sile na gredi. Učenici možda još nisu upoznati s tim dijelom gradiva, pa je to izvrsna prilika da se napravi mali istraživački rad za one koji vole fiziku te da se u razredu prezentiraju osnovni pojmovi kao što su: moment sile, težina, greda te u kojim je uvjetima zbroj svih sila jednak nuli. Uz malu pomoć nastavnika fizike može se i izvesti dana formula u zadatku 4.

## Završni dio

U završnom dijelu je nekoliko zadataka kakvi se pojavljuju na državnoj maturi. Treba naglasiti učenicima da se ti zadaci rješavaju na papiru, jedino uz pomoć džepnog računala. Svakako ih treba uputiti na stranice [NCVVO](#), gdje na raspolaganju imaju veliku galeriju zadataka. Može im se i zadati da za domaću zadaću među objavljenim testovima potraže zadatke koji su vezani uz modul ili jedinicu koja se obrađuje.

Rješenja su dana u nastavku.

- $x \in [0,1]$
- $x \in \left[\frac{2}{3}, 1\right]$
- Sjecište s osi  $y$ :  $\left(0, \frac{9}{4}\right)$ . Za  $y_0 = 3$ ,  $a = -\frac{3}{4}$
- $x \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (2, +\infty)$
- $y = (x + 1)(x - 1)$  ili  $y = (x + 1)^2 - 4$  ili  $y = x^2 + 2x - 3$

## Dodatni prijedlozi

Za dodatno uvježbavanje i razumijevanje sadržaja ovog modula predlažemo:

- Izbor zadataka za ponavljanje autorice [Ružice Veršić](#), profesorice Prirodoslovno-grafičke škole Rijeka.
- Kao uvod u projekt traženja parabola oko nas pogledajte film u [OneNote metodičkom priručniku](#).

Materijal dostupan na engleskom jeziku:

- U kalkulatoru za rješenja kvadratne jednadžbe portal [Math is Fun](#) nudi ova rješenja: nultočke, koordinate tjemena, diskriminantu, zapis kvadratne funkcije s pomoću nultočaka, Vièteove formule (zbroy i umnožak rješenja) te graf.

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime ujedno dobivaju i povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Izmjenjuju se "obični", interaktivni te kontekstualni zadaci tako da se promjenom dinamike dulje zadržava pažnja učenika na samim sadržajima, čime se potiču ustrajnost i samostalnost u radu.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za one koji žele znati više pripremljeni su složeniji zadaci (nazvani "Za najupornije"). Svakako se dotaknite tih zadataka i prokomentirajte ih prema potrebi.

Rješenje sustava dviju nejednadžbi napravljeno je u GeoGebri, koju možete pronaći u [OneNote metodičkom priručniku](#).

Predložite boljim učenicima jedan video s [Massachusetts Institute of Technology Cambridge](#) (portal MIT BLOSSOMS), profesora matematike Gilberta Stranga. Provjerite jesu li učenici spremni na takav pristup poučavanju.

Uputite učenike na zadatke s natjecanja dostupne na stranicama profesorice [Antonije Horvatek](#).

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala i/ili sadržaja. Prilagodbe valja odabirati temeljem specifičnih obilježja učenika s poteškoćama u razvoju ili specifičnim poteškoćama u učenju.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- ponoviti ili pojednostavniti upute
- jezično prilagoditi složenije zadatke
- upotrijebiti vizualnu potporu: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisak
- razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- povećati razmak između redaka
- formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- omogućiti uporabu džepnog računala
- voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta u odnosu na specifičnosti učenika
- omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- uporaba različitih alata koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s poteškoćama rabi asistivnu tehnologiju, nju valja integrirati i u aktivnosti za slobodno učenje.

Neki postupci koji se primjenjuju kod određene skupine učenika s poteškoćama:

- povezati zadatke sa specifičnim interesima učenika, s ciljem osiguravanja motiviranosti; najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)
- smanjiti zahtjeve za pisanjem ili prepisivanjem s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenucima zasićenosti, uporaba podsjetnika (poremećaj pažnje)
- upotrijebiti font Sans serif (ili Verdanu, Dyslexiu), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno kod dodatnih materijala (specifične poteškoće u učenju)
- prezentirati zadatak usmenim putem, omogućiti uporabu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke poteškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu na izvor zvuka (oštećenje sluha).

U osmišljavanju prilagodbi uvijek valja raditi timski i kontinuirano surađivati sa stručnim timom škole, pomoćnikom i roditeljima. Svim učenicima s poteškoćama važno je osigurati prilagođenu opterećenost tijekom aktivnosti za samostalno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u grupama, gdje će učenik imati priliku surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima grupe).

# Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

## Ciljevi, ishodi, kompetencije

### Ciljevi i zadaće

- Upoznavanje s kvadratnom funkcijom i njezinim grafom
- Određivanje nultočaka i ekstrema kvadratne funkcije te monotonosti
- Rješavanje kvadratne nejednadžbe i iracionalne jednadžbe upotrebom grafa kvadratne funkcije
- Modeliranje problemskih situacija s pomoću kvadratne funkcije i rješavanje problema koji se svode na kvadratnu funkciju
- Upotreba matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
- Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
- Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito

### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati kvadratnu funkciju i oblik njezinoga grafa
- Primijeniti pomake i tijek funkcije pri crtanju grafa kvadratne funkcije
- Odrediti presjek pravaca i parabole grafički i analitički
- Riješiti kvadratne nejednadžbe i iracionalne jednadžbe
- Primijeniti graf kvadratne funkcije pri rješavanju problemskih zadataka
- Koristiti se algebarskim izrazima pri rješavanju praktičnih problema
- Izgraditi novo matematičko znanje modeliranjem situacija i rješavanjem problema

### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Aktivno učenje
- Kreativno i kritičko promišljanje
- Sposobnost primjene znanja u praksi
- Učenje iz vlastitih pogrešaka
- Samovrednovanje

## Metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula 2. Polinom drugog stupnja i njegov graf osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stavova s ciljem

ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina, sa svrhom praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha takvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućuje provjeru različitih kognitivnih razina postignuća – reprodukcija, primjena i rješavanje problema, daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja koja je unio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više predlažemo samostalno istraživanje teme. Također bismo preporučili učenicima da riješe zadatke vezane uz ovu temu koji su se pojavljivali na [natjecanjima](#) te one koji su se pojavljivali na [Državnoj maturi](#) prijašnjih godina.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno - obrazovnim potrebama, predlažemo da im se predoče različiti interaktivni sadržaji iz ovog modula, ali i s interneta, koji su objašnjeni u ovom [OneNote Metodičkom priručniku](#).

# Pojmovnik

Izvor: CARNET-ova Dokumentacija za nadmetanje: NABAVA USLUGA IZRADE OTVORENIH DIGITALNIH OBRAZOVNIH SADRŽAJA

## *Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj (cjeloviti DOS)*

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj je obrazovni sadržaj u digitalnom obliku koji pokriva cjelokupni kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred. Jedan cjeloviti DOS obuhvaća cjelokupni godišnji fond školskih sati za kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred, prema postojećem nastavnom planu te dodatne sate za samostalno učenje i vrednovanje kod kuće.

## *Darovita djeca*

Darovita djeca su ona djeca koja posjeduju sklop osobina, visoko natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visokoga stupnja kreativnosti i motivacije koji im omogućava razvijanje izvanrednih kompetencija i dosljedno postizanje izrazito natprosječnoga postignuća i/ili uratka u jednome ili u više područja. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika*, 2016.)

## *Digitalni obrazovni materijal*

Digitalni obrazovni materijal je bilo kakav obrazovni materijal u digitalnom formatu neovisno o obliku (e-udžbenik, dio e-udžbenika, e-knjiga, cjeloviti multimedijalni materijali, obrazovna igra, digitalizirana verzija tiskanih obrazovnih materijala, on-line tečaj i dr.) i kontekstu za koji je izrađen (za primjenu u formalnom, neformalnom ili informalnom obrazovnom kontekstu).

Jedan digitalni obrazovni materijal je materijal koji sadržajno pokriva najmanje 5 nastavnih sati u potpunosti i podrazumijeva metodičko oblikovanje.

Jedan digitalni obrazovni materijal NIJE samo jedan izolirani grafički ili multimedijalni prikaz, niti prezentacija u digitalnom formatu. Nadalje, jedan digitalni obrazovni materijal NIJE tekstualni dokument (npr. word dokument) ili pdf verzija tekstualnog dokumenta koji ne podrazumijeva metodičko oblikovanje te sadržajno ne pokriva najmanje 5 nastavnih sati.

## *Digitalni obrazovni sadržaj (DOS)*

Digitalni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu. DOS je namijenjen prvenstveno učenicima za učenje, provjeru znanja i korištenje na nastavnom satu. Sekundarno, DOS je namijenjen i učenicima za samostalno učenje i rad kod kuće te, zajedno s pripadajućim priručnikom, nastavnicima za poučavanje.

## Interakcija

Interakcija je multimedijalni element ugrađen u sadržaj čija interaktivnost podrazumijeva pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa, akcije kao što su pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom komandom, obrazac za ispunjavanje, označavanje odgovora, unos teksta, formula ili audio zapisa, povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja, didaktična igra, simulacija s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima, mogućnost dobivanja povratnih informacija, interaktivna infografika, interaktivni video, žiroskopski prikaz, 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom i sl.

## E-pristupačnost

E-pristupačnost je nadilaženje prepreka i poteškoća na koje osobe nailaze kada pokušavaju pristupiti proizvodima i uslugama koji se zasnivaju na informacijskim i komunikacijskim tehnologijama (Europska komisija, 2005.)

## Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija) je uvažavanje različitosti i specifičnosti svakog pojedinca kroz odgoj i obrazovanje koji odgovara na različite odgojno-obrazovne potrebe sve djece i svih učenika, a temelji se na uključivanju i ravnopravnom sudjelovanju svih u odgojno-obrazovnom procesu. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje i prilagodbu iskustava učenja te vrednovanje postignuća djece i učenika s teškoćama*, 2016.)

## Jedinica DOS-a

Jedinica DOS-a obuhvaća dio, cijelu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta metodički obrađenih tako da obuhvaćaju sadržaj učenja i poučavanja predviđen za provođenje od jednog do tri školska sata. Jedinicu DOS-a čine sljedeći obavezni dijelovi: Uvod i motivacija, Razrada sadržaja učenja i poučavanja i Završetak.

## Kognitivne razine postignuća

Kognitivne razine postignuća obuhvaćaju razinu reprodukcije znanja, primjene znanja i rješavanje problema. Reprodukcijska razina znanja kao najniža kognitivna razina postignuća obuhvaća razumijevanje gradiva (imenovanje, definiranje, ponavljanje, izvješćivanje, razmatranje, prepoznavanje, izražavanje, opisivanje). Viša kognitivna razina postignuća je primjena znanja koja podrazumijeva konceptualno razumijevanje gradiva (raspravljavanje, primjena, tumačenje, prikazivanje, izvođenje, razlikovanje). Rješavanje problema je najviša kognitivna razina postignuća koja podrazumijeva sposobnost analize, sinteze i vrednovanja gradiva (uspoređivanje, razlučivanje, predlaganje, uređivanje, organiziranje, kreiranje, klasificiranje, povezivanje, prosuđivanje, izabiranje, rangiranje, procjenjivanje, vrednovanje, kombiniranje, predviđanje).



## Modul DOS-a

Jedan modul DOS-a obuhvaća smisleno povezan sadržaj učenja i poučavanja koji obuhvaća određeni broj jedinica DOS-a, koje obuhvaćaju jednu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta.

## Multimedijalni element

Multimedijalni element je zvučni zapis, fotografije, ilustracije, video zapis ili 2D i 3D animacije.

## Nastavni sadržaj

Nastavni sadržaj je konkretna građa i zadatci (aktivnosti) za usvajanje i razvijanje odgojnih i obrazovnih znanja, vještina i navika kojima se ostvaruje određeni odgojno-obrazovni ishod ili skup odgojno-obrazovnih ishoda.

## Objavljeni obrazovni sadržaj

Objavljeni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju u obrazovne svrhe objavljen u tiskanom ili digitalnom formatu uz pozitivnu stručnu recenziju ili pozitivnu evaluaciju od strane korisnika sadržaja.

## Obrazovni sadržaj

Obrazovni sadržaj je sadržaj, tiskanog ili digitalnog tipa, razvijen s primarnom namjenom korištenja u obrazovne svrhe, bilo u nastavi ili izvan nje, za formalno, neformalno ili informalno obrazovanje.

## Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja)

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja) je jasni iskaz očekivanja od učenika (što učenici znaju, mogu učiniti i koje stavove/vrijednosti imaju razvijene) na kraju nekog dijela učenja i poučavanja. Ovisno o razini na kojoj je izražen, neki odgojno-obrazovni ishod može se odnositi na razdoblje od jednog nastavnog sata, tematske cjeline, cijele godine ili ciklusa učenja i poučavanja nekog nastavnog predmeta ili međupredmetne teme. Ishodi mogu biti određeni kao znanja, vještine i/ili stavovi/vrijednosti.

## Osoba s invaliditetom

Osoba s invaliditetom je osobe koja ima dugotrajna tjelesna, mentalna, intelektualna ili osjetilna oštećenja, koja u međudjelovanju s različitim preprekama mogu sprečavati njihovo puno i učinkovito sudjelovanje u društvu na ravnopravnoj osnovi s drugima (Konvencija o pravima osoba s invaliditetom, 2006). Prema istoj konvenciji, invaliditet nije samo oštećenje koje osoba ima, nego je rezultat interakcije oštećenja osobe (koje nije samo tjelesno oštećenje kao najvidljivije) i okoline iz čega proizlazi da društvo neprilagođenošću stvara invaliditet, ali ga kroz tehničke prilagodbe prostora, osiguranje pomagala i drugih oblika podrške može i ukloniti. U kontekstu digitalnih obrazovnih sadržaja prilagodbe se odnose na primjenu principa univerzalnog dizajna i poštivanje standarda e-pristupačnosti pri izradi materijala.

## Otvoreni obrazovni sadržaj

Otvoreni obrazovni sadržaj je sadržaj slobodno dostupan za korištenje, doradu i izmjenu od trećih strana bez dodatne naknade.

## Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja / Repozitorij digitalnih nastavnih materijala

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja/Repozitorij digitalnih nastavnih materijala je repozitorij digitalnih nastavnih materijala izrađen u sklopu pilot projekta e-Škole.

## Suvremena pedagoška metoda

Suvremena pedagoška metoda je metoda koja potiče aktivan rad učenika kroz projektni i timski rad, rješavanje problema, učenje putem otkrivanja, stvaralačko učenje te poticanje kritičkog razmišljanja.

## Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnih potrebama

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama je daroviti učenik/dijete ili učenik/dijete s teškoćama u razvoju.

## Učenici/djeca s teškoćama

Učenik/dijete s teškoćama je dijete/učenik kojemu je u odgojno-obrazovnom sustavu potrebna dodatna podrška u učenju i/ili odrastanju. Prema Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi, NN 94/13. (pročišćeni tekst) učenici s teškoćama (Članak 65.) su: – učenici s teškoćama u razvoju, – učenici s teškoćama u učenju, problemima u ponašanju i emocionalnim problemima, – učenici s teškoćama uvjetovanim odgojnim, socijalnim, ekonomskim, kulturalnim i jezičnim čimbenicima. U Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju (NN 24/15) navode se skupine vrsta teškoća: 1. Oštećenja vida, 2. Oštećenja sluha, 3. Oštećenja jezično-govorne-glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju, 4. Oštećenja organa i organskih sustava, 5. Intelektualne teškoće, 6. Poremećaji u ponašanju i oštećenja mentalnog zdravlja, 7. Postojanje više vrsta teškoća u psihofizičkom razvoju.