



# Matematika

*za 7. razred osnovne škole*

## Modul 8: Kružnica i krug

Priručnik za nastavnike

Više informacija o fondovima EU-a možete pronaći na internetskim stranicama Ministarstva regionalnoga razvoja i fondova Europske unije: [www.strukturnifondovi.hr](http://www.strukturnifondovi.hr)

Ovaj priručnik izrađen je radi podizanja digitalne kompetencije korisnika u sklopu projekta e-Škole: Uspostava sustava razvoja digitalno zrelih škola (pilot-projekt), koji sufinancira Europska unija iz europskih strukturnih i investicijskih fondova. Nositelj projekta je Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET. Sadržaj publikacije isključiva je odgovornost Hrvatske akademske i istraživačke mreže – CARNET.

# Impresum

## Ključni stručnjaci:

### Autori:

Maja Balat, Minja Stepčić

### Urednica:

Štefica Dumančić Poljski

### Stručnjak za dizajn odgojno-obrazovnog procesa ili metodičko oblikovanje nastavnih sadržaja:

Toni Milun

### Stručnjak za dizajn i izradu digitalnih sadržaja te dizajn korisničkog sučelja:

Željka Car

## Neključni stručnjaci:

### Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje:

Jasmina Ivšac Pavliša, Maja Peretić

### Stručnjak za pristupačnost:

Vedran Podobnik

## Recenzenti:

### Recenzent za metodičko oblikovanje sadržaja:

Ljerka Jukić Matić

### Recenzent za inkluzivnu prilagodbu sadržaja:

Katarina Pavičić Dokoza

## Izdanje:

1. izdanje

## Lektorica:

Rosanda Tometić

## Priprema i prijelom:

Algebra d.o.o.

## Podizvoditelj:

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu

## Naručitelj i nakladnik:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža CARNET

## Mjesto izdanja:

Zagreb

## Više informacija:

Hrvatska akademska i istraživačka mreža – CARNET

Josipa Marohnića 5, 10000 Zagreb

tel.: +385 1 6661 500

www.carnet.hr



Ovo djelo je dano na korištenje pod licencom

[Creative Commons Imenovanje -Nekomercijalno-Dijeli 3.0 Hrvatska.](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/hr/)

# Sadržaj

<b>Impresum .....</b>	<b>3</b>
<b>Uvodni dio priručnika .....</b>	<b>6</b>
Kako koristiti priručnik .....	6
Što je DOS? .....	18
Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS .....	24
Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a .....	25
Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima .....	27
Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS .....	29
Suvremene nastavne metode i DOS .....	31
Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama .....	32
<b>Modul 8: Kružnica i krug .....</b>	<b>34</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	34
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a .....	34
Digitalni alati i dodatni sadržaji .....	35
<b>8.1. Osnovno o kružnici i krugu .....</b>	<b>39</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	39
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	40
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	42
<b>8.2. Određenost kružnice .....</b>	<b>44</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	44
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	45
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	47
<b>8.3. Središnji i obodni kut .....</b>	<b>48</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	48
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	49
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	51
<b>8.4. Kružnica i pravac .....</b>	<b>52</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	52

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	53
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	55
<b>8.5. Opseg i duljina kružnog luka.....</b>	<b>56</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	56
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	57
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	59
<b>8.6. Površina kruga i kružnog isječka .....</b>	<b>60</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	60
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	61
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	63
<b>Aktivnosti za samostalno učenje .....</b>	<b>64</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	64
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	64
Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe .....	65
<b>Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda .....</b>	<b>67</b>
Ciljevi, ishodi, kompetencije .....	67
Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice .....	67
<b>Pojmovnik.....</b>	<b>69</b>

# Uvodni dio priručnika

## Kako koristiti priručnik

Priručnik za primjenu DOS-a je prateći materijal uz digitalne obrazovne sadržaje (DOS) iz matematike za sedmi i osmi razred osnovne škole te prvi i drugi razred opće gimnazije (Matematika 7, Matematika 8, Matematika 1 i Matematika 2).

Sastoji se od dva bitno različita dijela: općeg dijela i dijela namijenjenog određenom razredu.

**Prvi dio priručnika** (prvih 7 poglavlja) priručnika daje uvod o digitalnim obrazovnim sadržajima i njihovoj ulozi u suvremenim metodama poučavanja. Ovaj dio je identičan za sve razrede.

**Drugi dio priručnika** daje preporuke nastavnicima za korištenje konkretnih jedinica DOS-a i multimedijalnih elemenata u odgojno-obrazovnom procesu, navodi dodatne digitalne alate i sadržaje koji će doprinijeti ostvarivanju odgojno-obrazovnih ishoda te daje smjernice i sadržaje za rad s učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (inkluzija).

Priručnik je dostupan u tri formata: PDF, ePub (format za elektroničke knjige, može se preuzeti i čitati na računalima i mobilnim uređajima) i OneNote (Microsoft OneNote 2016, digitalna bilježnica koja omogućuje na jednom mjestu održavanje bilješki i informacija s dodatnim prednostima; mogućnosti naprednog pretraživanja i umetanja multimedije).

U prvom poglavlju, koje je upravo pred Vama, navedene su upute kako koristiti priručnik na primjeru OneNote inačice.

## OneNote inačica priručnika

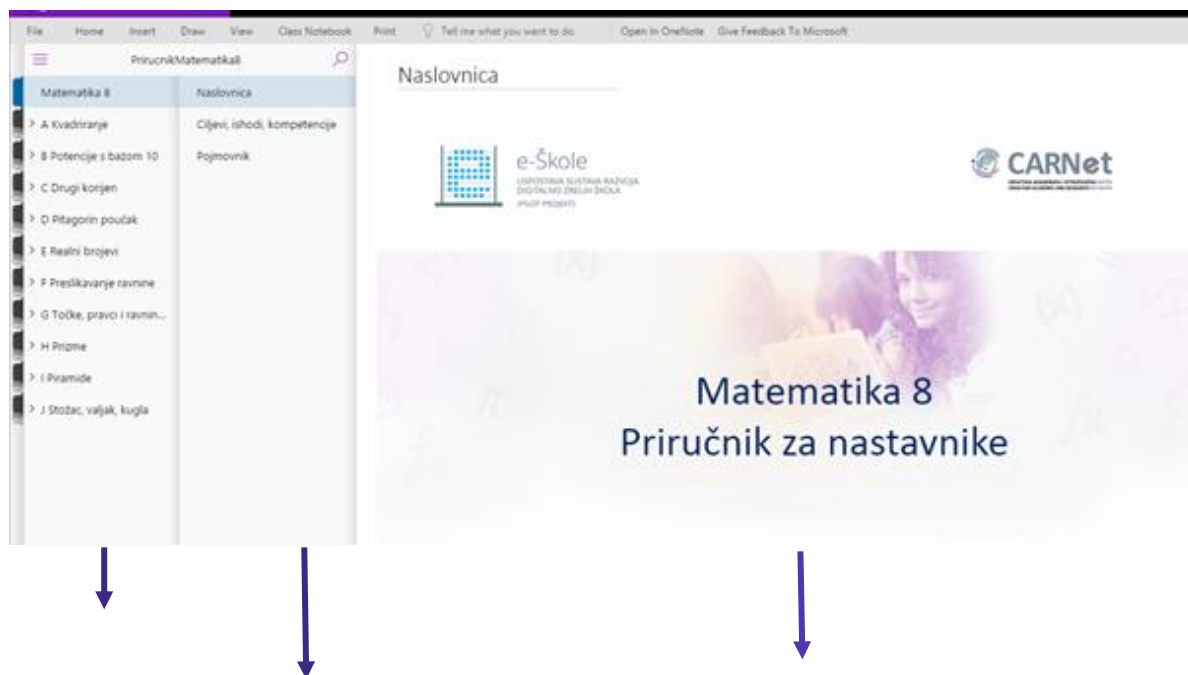
Osnovne značajke OneNote-a su:

- automatsko spremanje
- mogućnost pisanja na proizvoljnom mjestu svake stranice
- mogućnost ubacivanja svih vrsta sadržaja, dokumenata i poveznica
- mogućnost reorganiziranja i ponovnog korištenja stranica i odjeljaka
- pripadni moćni alati za označavanje i pretraživanje
- mogućnost spremanja poveznice na originalne sadržaje prilikom kopiranja
- brzo i pregledno kretanje kroz pojedine dijelove dokumenta.

OneNote inačica priručnika sadrži sve što i pdf inačica te dodatne stranice „Pomoćni interaktivni sadržaji“ na kojima su interaktivni i multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote. Tako pripremljene sadržaje učitelji i nastavnici mogu lako koristiti za nastavu te prema potrebi mijenjati i prilagoditi svojim potrebama.

U OneNote priručniku sadržaji su grupirani u odjeljke, sekcije i stranice unutar sekcija. Početni odjeljci sadrže poglavlja prvog, općeg dijela priručnika. Slijede odjeljci koji se odnose na konkretan DOS. Svaki DOS podijeljen je na module, a moduli na jedinice, što je detaljno opisano u sljedećem poglavlju.

Sadržaji koji se odnose na module konkretnog DOS-a nalaze se na stranicama odjeljka s naslovom modula, a sadržaji na razini jedinice se nalaze na stranicama sekcija s naslovima jedinica. Moduli su označeni slovima A, B, C, ..., a jedinice brojevima 1.1, 1.2 itd.



Odjeljci i sekcije

Stranice

Sadržaj stranice

Uvodni odjeljak (na slikama to je prvi odjeljak Matematika 8) ima stranice:

- **Naslovnica**
- **Ciljevi, ishodi, kompetencije**
  - Ovdje su navedeni ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini cjelovitog DOS-a prema kojima je izrađen DOS.
- **Pojmovnik**
  - U priručniku se nalazi pojmovnik ključnih pojmova prenesen iz konkretnog DOS-a.

The screenshot shows a digital textbook interface for 'Matematika 8'. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is titled 'Ciljevi, ishodi, kompetencije' and lists objectives, educational outcomes, and generic competencies for the subject.

**Ciljevi, ishodi, kompetencije**

**Matematika 8**

**Ciljevi i zadaće**

- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine
  - Primjena matematičkog jezika u komunikaciji i izražavanju te u različitim okruženjima
  - Rješavanje problemskih situacija
  - Upotrebljavanje matematičkog načina rasuđivanja te kritičkog promišljanja
  - Učinkovita i promišljena uporaba tehnologije za usvajanje znanja i vještina
  - Razvijanje samopouzdanja, samoprocjene, upornosti, odgovornosti, uvažavanja te pozitivnog odnosa prema matematici i radu općenito
  - Osjećivanje važnosti matematike i prepoznavanje njene uloge u svakodnevnom životu

**Odgojno-obrazovni ishodi**

- Primijeniti kvadriranje i korjenovanje pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primijeniti potenciranje s bazom 10 pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primijeniti Pitagorin poučak pri rješavanju problema u matematici, drugim obrazovnim područjima i svakodnevnom životu
  - Primijeniti realne brojeve pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnom životu
  - Primijeniti preslikavanja ravnine
  - Prepoznati prostorne oblike u jednostavnim situacijama izvan matematičkog konteksta koristeći se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
  - Koristiti se mjernim jedinicama u matematici i svakodnevnim situacijama
  - Riješiti problem iz matematike i svakodnevnog konteksta koristeći se mjernim obilježjima geometrijskih tijela

**Generičke kompetencije**

- Rješavanje problema
  - Donošenje odluka
  - Metakognicija
  - Suradnja
  - Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
  - Aktivno građanstvo

Slijede odjeljci koje obrađuju pojedine module (označeni slovima A, B, C ...). Svaki modul ima uvodnu sekciju (1.0. u modulu A, 2.0. u modulu B ...) i sekcije po jedinicama (1.1., 1.2. ... u modulu A; 2.1., 2.2. .... u modulu B itd.)

Uvodna sekcija svakog modula sadrži sljedeće stranice (na ilustracijama koje slijede to je modul *A Kvadriranje*):

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije na razini modula.



The screenshot shows a digital textbook interface for 'Priručnik Matematika 8'. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. The main content area is titled 'Ciljevi, ishodi, kompetencije' and contains 'DOS Matematika 8' and '1. Kvadriranje'. It lists 'Ciljevi i zadaće', 'Odgovno-obrazovni ishodi', and 'Generičke kompetencije' with bulleted details for each.

## Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja modula. To je sažetak metodičkih prijedloga za korištenje jedinica ovog modula, odnosno preporuke koje su primjenjive na sve jedinice.

Neki metodički prijedlozi i preporuke identični su u više modula, no ta ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se isti u još nekom drugom modulu.

The screenshot shows a digital textbook interface. On the left, there is a sidebar with a table of contents for 'Priručnik Matematika 8'. The 'A. Kvadriranje' section is expanded, showing sub-sections like '1.0. Kvadriranje', '1.1. Kvadriranje racion...', '1.2. Kvadrat umnošk...', '1.3. Zbrajanje i oduzi...', '1.6. Kvadrat razlike', '1.4. Množenje algeba...', '1.5. Kvadrat zbroja', '1.7. Razlika kvadrata', 'Aktivnosti za samost...', 'Procjena usvojenosti...', and 'Nova sekcija 1'. The main content area is titled 'Metodički prijedlozi' and contains the following text:

**Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a**  
**1. Kvadriranje**

U ovom modulu učenici 8. razreda primjenjuju znanja i vještine računanja prirodnim, cijelim i racionalnim brojevima koje su stekli u prethodnim razredima.

Modul započinje pojmom kvadrata prirodnog, a zatim i racionalnog broja, svojstvima kvadriranja umnoška i količnika. Preostali dio modula posvećen je algebarskim izrazima, računskim radnjama s algebarskim izrazima (zbrajanje, oduzimanje i množenje), izračunavanju vrijednosti algebarskog izraza za zadanu/ve vrijednost te njihovu pojednostavljanju. Pred učenicima su novi koncepti, kvadrat zbroja i razlike te razlika kvadrata koji se pojašnjavaju geometrijskim prikazima i algebarskim tumačenjima.

U modulu je ravnoopravno zastupljeno stjecanje vještina baratanja algebarskim izrazima kao i primjena stečenih znanja.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete koristiti na različite načine, u cijelosti ili u dijelovima te ih prilagoditi svojim učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete koristiti kao materijal za metodu "obrnute učionice" tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koje oni samostalno prolaze, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dileme.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje timskog i suradničkog rada učenika pri čemu možete pripremljene sadržaje koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice Yammer društvenoj mreži, Teams okruženju za timove ili OneNote razrednoj digitalnoj bilježnici.

Uz svaku je jedinicu u OneNote priručniku pripremljena i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavno korištenje s učenicima.

## Digitalni alati i dodatni sadržaji

Informacije na ovoj stranici podijeljene su u tri grupe.

### Popis i kratki savjeti za korištenje digitalnih alata

- Navedeni su digitalni alati koji su preporučeni u priručniku za korištenje u ovom modulu, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute.
- Većina preporučenih digitalnih alata spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

### Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

- Navedene su poveznice na sve sadržaje predložene u jedinicama modula kao pomoć u izvođenju nastave. Tako ih nastavnici mogu naći na jednom mjestu.

### Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnike

- Ovdje su predloženi izvori na kojima nastavnici sami mogu pronaći i odabrati sadržaje koji im mogu pomoći u izvođenju nastave. To su interaktivni sadržaji (animacije, simulacije...), video materijali, izvori na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te također stručni članci vezani uz područje matematike koje obrađuje modul.
- Veliki broj navedenih izvora spominje se u svakom modulu, ponavljanja su ostavljena kako bi se moduli mogli koristiti samostalno i odjeljak koji se odnosi na pojedini modul

sadrži sve podatke i komentare neovisno o tome spominju li se još u nekom drugom modulu.

The screenshot shows a digital textbook interface for Mathematics 8. The left sidebar contains a table of contents with sections A through J. Section A, 'Kvadriranje', is expanded to show sub-sections 1.0 through 1.7. The main content area is titled 'Digitalni alati i dodatni sadržaji' and lists several digital tools: DOS Matematika 8, GeoGebra, LearningApps, Polynomials Calculator, Kahoot, and Sway. Each tool is accompanied by a brief description and a link for more information.

## Operativni plan

To je popis jedinica unutar modula s predviđenim brojem sati za njihovu obradu.

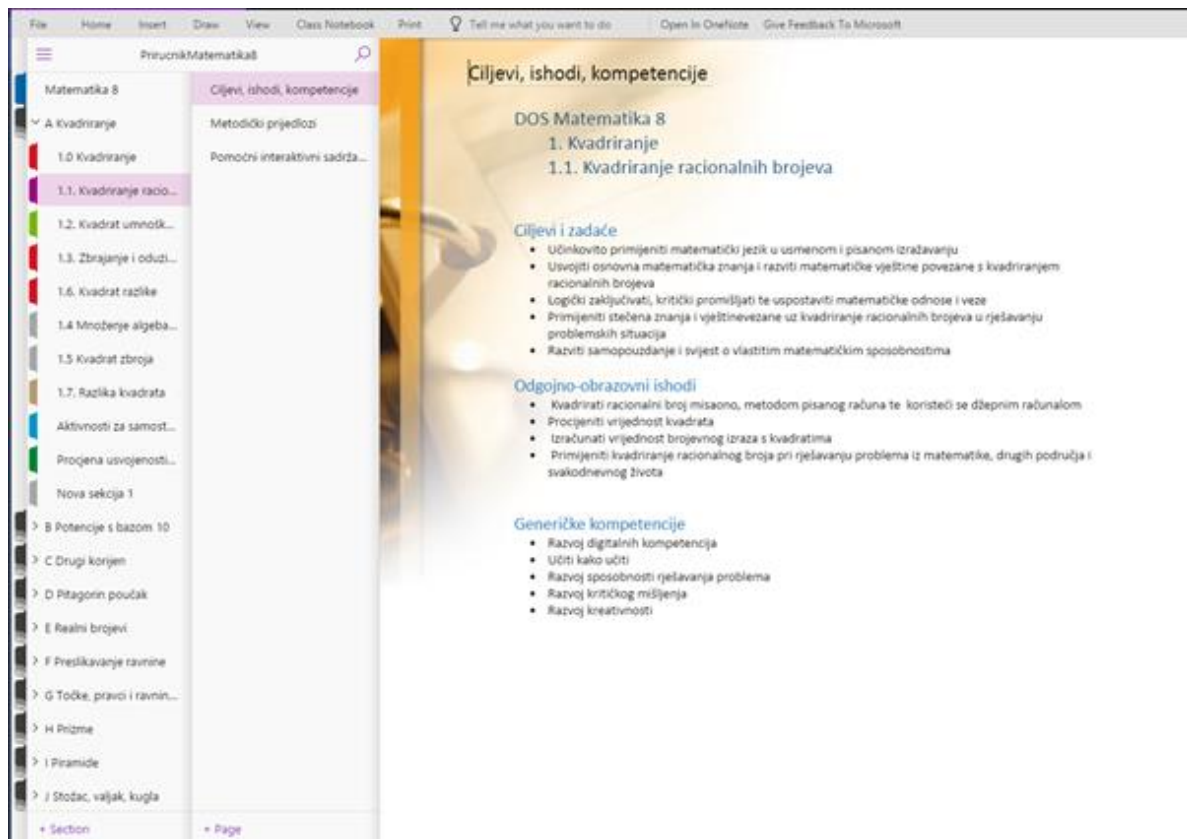
The screenshot shows a OneNote interface with a sidebar on the left containing a table of contents for 'Priručnik Matematika 8'. The main content area displays the 'Operativni plan' for 'DOS Matematika 8' and '1. Kvadriranje'. A table is embedded in the note, detailing the structure of the first module.

Modul	Jedinica DOS-a	Broj sati
<b>1.</b>	<b>Kvadriranje</b>	<b>16 + 1</b>
	1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva	3
	1.2. Kvadriranje umnoška i količnika	2
	1.3. Zbrajanje i oduzimanje algebarskih izraza	2
	1.4. Množenje algebarskih izraza	2
	1.5. Kvadrat zbroja	2
	1.6. Kvadrat razlike	2
	1.7. Razlika kvadrata	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

Sekcije uz svaku jedinicu modula (na ilustracijama to je jedinica *1.1 Kvadriranje racionalnih brojeva*) sadrže sljedeće stranice:

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

Navedeni su ciljevi i zadaće, odgojno-obrazovni ishodi i generičke kompetencije za konkretnu jedinicu. Prema njima je izrađen sadržaj jedinice.



## Metodički prijedlozi

Ovdje se nalaze metodički prijedlozi o mogućnostima korištenja sadržaja konkretne jedinice. Oni nisu pripreme za nastavni sat već prijedlozi nastavniku koje dijelove sadržaja može i na koji način koristiti u nastavi.

## Pomoćni interaktivni sadržaji

Ovdje su interaktivni, multimedijски sadržaji umetnuti u OneNote.

Sekcija “Metodički prijedlozi” podijeljena je na dva dijela:

### (a) *Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice*

Započinje s općim uputama vezanim uz različite svrhe primjene jedinice (npr. obrada, ponavljanje ...), odnos prema ostalim jedinicama modula i eventualnu vezu s drugim modulima. Navedena je i preporuka koji se oblici učenja i poučavanja mogu primijeniti pri korištenju sadržaja jedinice.

Slijede prijedlozi primjene sadržaja jedinice:

- Uvod i motivacija
- Razrada sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak.

Ova podjela prati strukturu korištenu u DOS-u i tim redoslijedom izdvojeni su dijelovi sadržaja koje je pogodno koristiti u nastavi. Redoslijed nije sugestija organizacije nastavnog sata. Cjelovito osmišljavanje i priprema izvođenja nastave prepušteni su nastavniku, kao i izbor mjesta na kojima će uklopiti sadržaje jedinice DOS-a.

- Dodatni prijedlozi

Ovdje su navedeni dodatni prijedlozi koji mogu pomoći nastavniku u ostvarenju odgojno-obrazovnih ishoda predviđenih u jedinici. To su poveznice na digitalne sadržaje, ukazivanje na neka alternativna metodička rješenja i sl.

**(b) *Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe***

- Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Svaka jedinica sadrži dijelove koji po složenosti ili sadržaju izlaze izvan okvira programa. Oni su na ovom mjestu u priručniku istaknuti, kao i prijedlozi nastavniku kako organizirati njihovo izvođenje i prezentaciju rezultata. Ponekad su u priručniku navedeni i prijedlozi zadataka/aktivnosti koji se ne nalaze u jedinici.

Aktivnosti za učenike koji žele znati više i za darovite učenike birane su kao projektni zadaci ili dodatne teme za samostalno istraživanje. Mogu se provoditi samostalno ili u manjim skupinama.

- Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

Stručnjaci za inkluzivno obrazovanje razradili su prijedloge i smjernice nastavnicima za svaku jedinicu.



**Metodički prijedlozi**

Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

**1. Kvadriranje**

**1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva**

Planirani broj nastavnih sati: **3 sata**

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cjelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje te samostalni, suradnički i projektni rad učenika.

Jedinica počinje motivacijskim primjerom, nakon toga slijedi razrada sadržaja učenja i poučavanja te na kraju osvrt na naučeno.

**Uvod i motivacija**

Za **motivaciju** je izabran koncept površine kvadrata s duljinama stranica koje su prirodni brojevi.

**Razrada sadržaja učenja i poučavanja**

**Kvadrat prirodnog broja**  
Motivacijski je primjer poslužio za uvođenje pojma **kvadrata prirodnog broja**. Nakon toga je i definiran kvadrat nule. Kvadrat nule može se objasniti kao kvadrat kojemu je stranica duljine nula pa je i površina takva kvadrata jednaka nuli.  
U nekoliko uvodnih primjera istaknute su važne činjenice o kvadratu prirodnog broja:

- Kvadrat je prirodnog broja prirodni broj.
- Od dva prirodna broja veći kvadrat ima onaj koji je veći.
- Postupak je kvadriranja broja različit od postupka množenja broja s dva.

**Kvadrat racionalnog broja**  
**Interaktivnim predloškom** učenik **istražuje** postojanje kvadrata racionalnih brojeva. To čini postupno: prirodni brojevi s nulom, negativni cijeli brojevi, racionalni brojevi decimalnog zapisa, racionalni brojevi zapisa u obliku pravog razlomka.

Važni su naglasci u ovojme dijelu na sljedećem:

- zapis kvadrata racionalnog broja - upotreba zagrada za kvadriranje negativnih brojeva i razlomaka
- definicija kvadrata racionalnog broja
- kvadrat racionalnog broja veći ili jednak nuli
- jednakost kvadrata suprotnih racionalnih brojeva.

**Važnost zagrada i upotreba zagrada**  
Istaknuta je i važnost **upotrebe zagrada** te njihov utjecaj na rezultat. Učenik to može provjeriti zadatcima u kojima su zadani razni položaji zagrada u odnosu na kvadriranje. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, a tek potom odgovoriti. Dva su tipa zadataka: točno/netočno i uparivanje.

---

**Dilepno računalo**  
Kako bi se učenici znali služiti **dilepnim računalom** pri izračunavanju ili provjeri izračuna, ponuđena je 2D animacija koja im to pokazuje. Kvadrirati mogu na dva načina, množenjem broja sa samim sobom ili korištenjem tipke  $x^2$ .

**Procjena izmisa kvadrata racionalnog broja**  
**Istraživanjem** niza zadanih kvadrata pozitivnih racionalnih brojeva uočeno je ponašanje kvadrata brojeva većih od jednog cijelog i onih između nula i jedan.  
Za pozitivne racionalne brojeve veće od jednog cijelog, zadan je problem iz svakodnevice – Teph s dječju sobu.

Jedan je od važnih koraka prihvatanja koncepta kvadrata racionalnog broja sposobnost smislene **procjene kvadrata racionalnog broja**. Procjena je uvedena primjerom **Pinkalidite**. Rješavanjem primjera pokazuje se postupak provođenja misaone ili računске procjene. Procjena, pomoću najbolje ponuđene, učenik može vježbati nizom zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom.

**Kvadrat mješovitog broja**  
Poseban je primjer zadan za određivanje **kvadrata mješovitog broja** uz određivanje približne vrijednosti.

**Istraživanje kvadrata prirodnih brojeva**  
Kako bi se **otkrio** je li neki prirodni broj kvadrat, treba koristiti postupak rastavljanja na proste faktore.  
Dana su dva tipa zadataka: višestruki izbor s jednim točnim odgovorom i točno/netočno. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek potom odgovoriti.

Važno je, također, snalažljivo ili **misaono određivanje** kvadrata nekih racionalnih brojeva pomicanjem decimalnog zarezka. Za uvježbavanje misaonog računanja nekih racionalnih brojeva, ponuđena su četiri zadatka.

**Preračunavanje mjernih jedinica za površinu**  
Od ključne je važnosti **povezati** kvadriranje racionalnih brojeva te misaono/snalažljivo računanje s preračunavanjem kvadratnih mjernih jedinica. Trima je primjerima uz slikovnu podršku predstavljeno kako preračunavati kvadratne mjerna jedinice:

- o iz veće kvadratne mjerne jedinice u manju
- o iz manje kvadratne mjerne jedinice u veću.

U nivu zadataka višestrukog izbora s jednim točnim odgovorom učenici mogu vježbati preračunavanje.

**Redoslijed računskih operacija**  
Kako je kvadriranje računski radnja trećeg stupnja, potrebno je opisati **redoslijed računskih operacija** u zadatcima u kojima se pojavljuje kvadriranje, množenje/djeljenje i zbrajanje/oduzimanje racionalnih brojeva.  
Za uvježbavanje izračuna izraza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva osmišljena je zabavna aplikacija na poveznici **kvadrat.broja**. Kad učenik točno rješava zadatke, otvara se sličica. Očekuje se da će učenik prvo riješiti zadatak, provesti istraživanje, a tek onda odgovoriti.  
Osim te aplikacije, zadana su još dva zadatka uparivanja za izračunavanje računskih izraza s kvadratima.

**Primjena**  
Dva primjera, od kojih jedan koristi 2D animaciju za objašnjenje postupka rješavanja, uvode učenika u niz zadataka **primjene naučenog** za rješavanje problemskih situacija iz matematike ili svakodnevice.  
Ponuđeni su i posebno označeni zadatci **korrelacije**, koji u sebi sadrže i ishod primjene **postotnog računa**.

**Zanimljivost**  
Prije kraja, predstavljena je **zanimljivost** vezana za šahovska polja i promjer postolja šahovske figure pještaka. Ta je zanimljivost iskorištena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao **projektni i nagradni** zadatak za učenika.

**Zanimljivost**  
Prije kraja, predstavljena je zanimljivost vezana za lahovske poja i promjer postoja lahovske figure pjesaka. Ta je zanimljivost iskorisćena i za zadatak. Zadatak može biti osmišljen i kao projektni i nagradni zadatak za učenike.

**Završetak**  
U završnom je dijelu dan osvrt na najvažnije ishode koje je učenik trebao ostvariti u ovoj jedinici.

**Dodatni prijedlozi**

- Motivacijski primjer može biti ideja za školski projekt Matematika u školskom vrtu. Prilikom kvadrati ne moraju biti jedan izvan drugog već jedan unutar drugog. Svaki razred može u svom dijelu zasaditi cvijeće, ljekovito bilje, itd.

**Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe**

**Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima**

Za učenike koji žele znati više predlažemo:

Pet načina za izračun kvadrata dvoznamenkastog broja:  
<http://math-equation.com/methods-to-square-two-digit-numbers-in-seconds/>

Kako izračunati kvadrate velikih brojeva:  
<http://wiredaboutmath.com/2007/11/04/how-to-square-large-numbers-quickly-part-1/>

Metode starih Veda za mentalno računanje kvadrata brojeva:  
<http://brilliant.org/discussions/thread/vedic-maths-trick-to-find-squares-of-numbers-2/>

**Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju**

Kako biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama, predlažemo da učenici koriste konkretne didaktičke materijale, dječno računalo i slično. Neka kvadriraju samo prirodne brojeve i taj kvadrat i prikazuju staganjem konkratna u obliku kvadrata.

Računala (google):  
<https://sites.google.com/site/ymvskolovymatematika/8-razred/8-1-kvadriranje-igra>  
<https://www.mathlearningcenter.org/web-apps/geomobots/>  
<https://www.mathsfun.com/qaqaqa-root.html>

Za učenike s oštećenjem vida preporuča se voditi računa o prilagodbi učioničkog prostora (primjerice mjesto sjedenja) kao i radnog prostora (osigurati dodatnu rasvjetu, povećala, lupu s nagibom). Isto tako, važno je imati na umu da pomagala koja učenicima olakšavaju rad ustručno valja koristiti (tablica, šilo, štaci ekrana, itd.). U scenarijima valja odabrati one elemente koji imaju zvučni zapis kao što su videozapisi koje je dobro unaprijed najaviti i/ili popratiti usmenom ili predločnom s kratkom uputom na što učenik valja usmjeriti pozornost tijekom gledanja videozapisa.

Za učenike s oštećenjem sluha preporuča se unaprijed pripremiti pisani materijal koji će pratiti ključne dijelove nastave jedinice. Posebnu pozornost valja posvetiti pripremi učenika za gledanje videozapisa. Učenici s motoričkim teškoćama brže se umaraju i služe se uređajima u skladu s motoričkim mogućnostima. Ako je učenik s motoričkim teškoćama korisnik govorne tehnologije, istu valja koristiti s ciljem aktivnog sudjelovanja na nastavi (da učenik odgovori putem uređaja). S izborom na to da učenici s motoričkim teškoćama obično imaju stručnu podršku u vidu asistenta, preporuča se pomoć asistenta pri uvlačenju zaslona tijekom prolaska nastavnim jedinicama i označavanju količina na brojevnom pravcu.

Za učenike s intelektualnim teškoćama valja prilagoditi vrijeme izvođenja aktivnosti, nastavne materijale, kao i sadržaje, u skladu s obrazovnim programom po kojem se učenik školuje. Važno je napraviti odabir zadataka koje učenik može riješiti, ali ne na taj način da učenik jednostavno rješava prvih zadataka već valja odrediti one ključne zadatke koji će mu omogućiti usvajanje izdvojenih odgojno-obrazovnih ishoda. U radu s učenicima valja koristiti elemente kao što su ilustracije i fotografije te na taj način temu kvadriranja, što je moguće više, povezati sa svakodnevnim životom. Zadatke valja rastavljati na manje korake i usmjeravati učenika prilikom rješavanja. Ako je moguće, preporuča se više puta ponoviti gledanje videozapisa. Učenici s intelektualnim teškoćama mogli bi dobiti prvi ishod učenja ove jedinice uz korištenje dječjeg računala, te četviti ishod – primjeniti kvadriranje racionalnih brojeva pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Kad god je to moguće, zadatak valja popratiti vizualnom podrškom, primjerice, dodati slike/grafičke simbole koji prate ključne pojmove iz zadatka. Simbole je moguće preuzeti iz nekomercijalne galerije simbola: <http://www.arsapac.org/>

Za učenike s poremećajima govorno-jezično-govorne komunikacije u kojih je utvrđeno mucanje ili dječja govorna apraksija valja koristiti individualizirani pristup. Primjerice, važno je voditi računa o načinu odgovaranja pred drugim učenicima i o njihovoj ulozi tijekom rada u grupi. Učenike koji ne govore tečno (mucanje) ne valja izlagati prezentiranju sadržaja pred cijelim razredom i nužno odgovaranje usmenim putem.

Za učenike sa specifičnim teškoćama učenja (primjerice učenici s disleksijom, diagrafijom, diskalkulijom i jezičnim teškoćama) potrebno je prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt) te upotrijebiti jedan od ponuđenih fontova (primjerice Dyslexia). U pripremi se dodatnih materijala savjetuje: povećati razmak između redova, tekst poravnati na lijevu stranu, važne informacije ili ključne riječi istaknuti podcrtavanjem teksta. Valja voditi računa da im se pojednostave sve upute (posebno učenicima s jezičnim teškoćama). U istaknutog definiciji kvadriranja potrebno je maknuti elekt odraz. Dopustiti im korištenje dječjeg računala pri rješavanju zadataka.

Za učenike s poremećajima u ponašanju valja je osigurati aktivno sudjelovanje u nastavi putem nekih drugih aktivnosti, primjerice, izrade plakata ili PowerPoint prezentacije pri rješavanju problema iz svakodnevnog života. Po završetku nastave jedinice valja pohvaliti učenika za sva primjenjena ponašanja, ali ga ne treba kritizirati i uspoređivati s drugima ako je došlo do neprikladnih ponašanja.

Interaktivni sadržaji koji su umetnuti u OneNote navedeni su kao poveznice u popisu "Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS".



File Home Insert Draw View Class Notebook Print Tell me what you want to do Open in OneNote Give Feedback To Microsoft

PriručnikMatematika8

Matematika 8  
A Kvadriranje  
1.0 Kvadriranje  
1.1. Kvadriranje racio...  
1.2. Kvadrat umnoži...  
1.3. Zbrajanje i oduzi...  
1.6. Kvadrat razlike  
1.4 Množenje algeba...  
1.5 Kvadrat zbroja  
1.7. Razlika kvadrata  
Aktivnosti za samost...  
Procjena usvojenosti...  
Nova sekcija 1  
B Potencije s bazom 10  
C Drugi korijen  
D Pitagorin poučak  
E Realni brojevi  
F Preslikavanje ravine  
G Točke, pravci i ravnin...  
H Prizme  
I Piramide  
J Stožac, valjak, kugla

Ciljevi, ishodi, kompetencije  
Metodički prijedlog  
Pomoćni interaktivni sadržaji

Tuesday, May 23, 2017 10:35 PM

### Pomoćni interaktivni sadržaji

DOS Matematika 8  
1. Kvadriranje  
1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Geogebra:  
Za usjetljavanje izračuna craza s kvadriranjem, množenjem/djeljenjem i zbrajanjem/oduzimanjem racionalnih brojeva.

[Kvadrat broja](#)

U kućicu ispred zadatka upišite slovo kvadratića koji sadrži točan odgovor.

A	B	C
10	-20	1
D	E	F
54	20	2
G	H	I
-30	-49	0

odabir zadatka

- $1\frac{1}{4} - 0.5 \cdot 8^2 + 3 \cdot 0.5^3$
- $\frac{-5}{100} (20)^2$
- $-0.25 + (-1.5)^2$
- $150 - (0.4)^2$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1$
- $10.5^2 - 9.5^2$
- $14.4 - (-1.2)^2$
- $[-(-3.5)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2] - 2$
- $\frac{16}{25} - \left(\frac{1}{4}\right)^2$

Opisani sadržaji identični su onima koji se nalaze u pdf inačici priručnika, razlika je djelomično u njihovom rasporedu.

Ukoliko vam treba pomoć u snalaženju s OneNoteom možete pročitati i ove kratke upute.



Hrvatski-ONENOTE  
2016 WIN QUICK START

---

## Što je DOS?

---

### Što je DOS?

Pojam "digitalni obrazovni sadržaj" (DOS) je naziv za sadržaj namijenjen korištenju u obrazovanju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni u sklopu pilot projekta e-Škole namijenjeni su učenicima za samostalno učenje i samoprocijenu kod kuće i na nastavnom satu. Nastavnik će koristiti DOS zajedno s priručnikom kako bi obogatio svoj način poučavanja i primjenom novih strategija i metoda učeniku omogućio aktivno učenje.

Cilj DOS-a je poticati kod učenika aktivno učenje na inovativan, učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Nastavniku pak DOS omogućava ostvarivanje definiranih odgojno-obrazovnih ishoda uz primjenu raznolikih strategija, pristupa i metoda poučavanja.

U DOS-u su korištene sve prednosti digitalnih tehnologija poput interaktivnosti, nelinearnosti, multimedijalnosti, modularnosti i prilagodljivosti.

Digitalni obrazovni sadržaji izrađeni su u skladu sa standardima pristupačnosti tako da su dizajn, funkcionalnosti i sam sadržaj pristupačni svim korisnicima uključujući i osobe s poteškoćama.

### Struktura DOS-a

Digitalni obrazovni sadržaji iz matematike pokrivaju cjelokupni opseg trenutačno važećeg kurikuluma/nastavnog programa određenog razreda i obuhvaća ukupni godišnji fond školskih sati predviđenih za matematiku.

Svaki DOS je podijeljen na jedinstvene samostalne cjeline – module (po deset u svakom razredu). Moduli koji čine cjeloviti DOS realizirani su kao zasebni paketi sadržaja koje je, osim kao dio cjelovitog DOS-a, moguće koristiti neovisno o drugim modulima istog DOS-a.

Svaki modul se sastoji od nekoliko jedinica, a svaka jedinica obuhvaća sadržaj učenja i poučavanja za čije provođenje je predviđeno jedan do tri školska sata. Jedinice su međusobno povezane i nadovezuju se jedna na drugu. Odabrani redoslijed jedinica je prijedlog autora, no ponekad su moguća i drugačija rješenja.

### Jedinice kao dio modula

Svaka jedinica ima sljedeće dijelove:

- uvod i motivaciju: Na početku...
- razradu sadržaja učenja i poučavanja
- Završetak: ...i na kraju.

Na početku su navedeni odgojno-obrazovni ishodi za tu jedinicu DOS-a.

### ŠTO ĆU NAUČITI?

Matematika 1 > Brojevi > 1.1. Skupovi

1.1. Skupovi

Europska unija  
Zajedno do boljšeg EU

ŠTO ĆU NAUČITI?

- ✓ Definirati osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Provesti osnovne računске radnje sa skupovima
- ✓ Rabiti matematički jezik vezan za skupove
- ✓ Riješiti jednostavnije problemske zadatke sa skupovima

## Uvod i motivacija

### Na početku...

Jedinice započinju motivacijskim primjerom.

Na početku...

Obujam jedne Kuće-kocke u Rotterdamu je  $422 \text{ m}^3$ . Kolika je duljina plošne dijagonale?



Kubuswoningen, Rotterdam

Označimo duljinu stranice kocke s  $a$ . Obujam kocke je  $V = a^3$ .

Plošna dijagonala je  $d = a\sqrt{2} = \sqrt[3]{V} \cdot \sqrt{2}$ .

Možemo li ovaj izraz srediti, svesti na jedan korijen?

Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

## Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Razrada sadržaja učenja i poučavanja načinjena je sukladno načelima konstruktivističke nastave matematike u kojem se od učenika očekuje da uočavaju, istražuju, proučavaju, opažaju, povezuju i zaključuju kako bi izgradili vlastito matematičko znanje.

Pri tome se koriste multimedijски elementi:

- ilustracije/fotografije
- 2D i 3D animacije
- video zapisi
- interakcije (elementi koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem).

## Primjer 1.

Primjeri sadrže pitanja ili računske zadatke koji su detaljno pojašnjeni i riješeni.



### Zadatak 1.

#### Rješenje

Zadaci su dani u obliku interakcija u kojima učenik dobiva povratnu informaciju o točnosti rješenja ili se rezultat i dijelovi postupka dobivaju pomoću tipke Rješenje.



### Praktična vježba

U jedinicama se nalaze opisi praktičnog rada učenika. Često su popraćeni crtežima, animacijama ili video zapisom.



### Povezani sadržaji

Korelacije s drugim predmetima posebno su istaknute kao bi učenicima skrenuli pažnju na njih i potaknuli ih da povezuju znanja usvojena u pojedinim predmetima. Možete ih koristiti kao ideju za međupredmetne teme pogodne za učeničke projekte.



### Projekt


Projekti i projektni zadaci su ponuđeni kao drugačiji pristup učenju. Kroz njih učenik kroz različite oblike rada uči i primjenjuje naučeno kako bi realizirao i ostvario ciljeve projekta. U radu na projektu i projektnim zadacima moguće je osmisliti zadatke za različite razine učeničkog znanja tako da u njima mogu sudjelovati svi učenici.

U priručniku su navedeni prijedlozi i preporuke kako organizirati rad na projektu i koje upute dati učenicima.



### Kutak za znatiželjne

U "Kutku za znatiželjne" nalaze se obogaćeni sadržaji koji su izvan okvira obaveznog programa/kurikuluma. Prvenstveno su namijenjeni darovitim učenicima. Sadržaji se obogaćuju tako da se ishodi iz obaveznog kurikuluma proširuju sadržajima koji se inače rijetko dotiču pa se uči šire ili se postojeći ishodi dopunjavaju složenijima pa se uči dublje. Neki od sadržaja predstavljaju akceleraciju jer se nalaze u obaveznom kurikulumu viših razreda.



### Zanimljivost

Ruski se matematičar Nikolai Grigorievich Chebotaryov (1894. – 1947.) bavio algebrom polinoma. Hobi mu je bio faktorizacija izraza  $x^n - 1$  za razne vrijednosti cijeloga broja  $n$ . Svoja je razmišljanja i rezultate bilježio na papir jer u vrijeme kada je živio, nije bilo računala koja nam danas olakšavaju račun.

Jedinice sadrže niz zanimljivosti. Možete ih koristiti kao motivaciju u bilo kojem dijelu nastavnog sata.

## Završetak

### ...i na kraju

Na kraju svake jedinice nalazi se podsjetnik na najvažnije dijelove jedinice, zadatci za ponavljanje, prijedlozi za daljnje istraživanje, ideje za suradničko učenje, igre ili prijedlozi za projekte.

Matematika 1 > Koordinatni sustav u ravni > 5.5. Primjena koord. natnog sustava

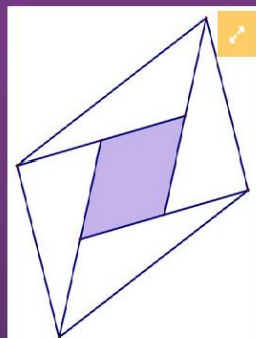
### ...i na kraju

Riješite ovaj geometrijski zadatak s pomoću analitičke geometrije.

Stranice romba produžite kao na skici za duljinu stranice romba. Spojite dobivene vrhove. Koliko je puta površina dobivenog četverokuta veća od površine romba?

Za početak ćemo zadati vrhove romba  $A(2, 1)$ ,  $B(7, 3)$ ,  $C(9, 8)$  i  $D(4, 6)$ .

Pokušajte popočiti zaključak.



Rješenje

**PROCIJENITE SVOJE ZNANJE**



Rubrika *Procijenite svoje znanje* nalazi se na kraju odabranih jedinica. Sastoji se od niza konceptualnih pitanja i zadataka za učenje, vježbanje i samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. Zadaci su oblikovani na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno;
- višestruki odabir s jednim točnim odgovorom;
- višestruki odabir s više točnih odgovora;
- unos točnog odgovora;
- uparivanje odgovora;
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, markera, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola);
- grupiranje elemenata;
- uređivanje poretka elemenata;
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora;
- umetanje riječi koje nedostaju upisom;
- unos rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Rubrika *Procijenite svoje znanje* namijenjena je učeniku za samostalni rad te mu služi kao alat za samoprocjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na razini jedne odnosno nekoliko jedinica. Učenik dobiva povratnu informaciju o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

## Aktivnosti za samostalno učenje

Matematika 1

Brojevi

1. Aktivnosti za samostalno učenje

# 1. Aktivnosti za samostalno učenje

U posebnoj jedinici *Aktivnosti za samostalno učenje* nalaze se aktivnosti namijenjene učenicima za samostalan rad koje pomažu u učenju i usvajanju odgojno-obrazovnih ishoda modula te aktivnosti koje učenicima nude da dodatno istraže teme vezane uz modul. Sadržavaju nekoliko vrsta zadataka, često s primjerima iz svakodnevnog života, u kojima su stopljena znanja i vještine usvojene u pojedinim jedinicama modula. Zadaci su različite razine složenosti te su neki namijenjeni svim učenicima, a neki učenicima koji žele znati više i darovitim učenicima.

Jedinicom *Aktivnosti za samostalno učenje* možete se koristiti u cijelosti na nastavnom satu na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog ovim modulom ili u dijelovima koji dopunjavaju pojedine jedinice.

## Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

Matematika 1

Linearna funkcija

Procjena znanja

# Procjena znanja

Posebna jedinica *Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda* sadržava zadatke za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula i učenike uputite na nju na kraju obrazovnog ciklusa obuhvaćenog modulom.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda modula. Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

## Pojmovnik

U svim jedinicama DOS-a pojmovi koje se željelo istaknuti pisani su podebljanim slovima.

Najvažniji pojmovi navedeni su i u Pojmovniku. Klik na pojam vodi na početak jedinice u kojoj je definiran.

---

## Didaktički trokut: učenik – učitelj – DOS

---

Nastava je organizirana, cilju usmjerena odgojno-obrazovna djelatnost. Odnos triju čimbenika nastave: učenika, nastavnika i nastavnih sadržaja opisuje didaktički trokut. Pritom su učenik i nastavnik subjekti nastavnog procesa, a nastavni sadržaji (sadržaji učenja) su predmet nastave. Naglašavanje važnosti pojedinog čimbenika nastave označavaju sintagme kao nastava orijentirana na učenika, nastavnika ili nastavne sadržaje.

DOS kao nastavni sadržaj namijenjen je prvenstveno učeniku s ciljem poticanja aktivnog učenja na učinkovit, motivirajući i pojedincu prilagođen način. Stoga je u didaktičkom trokutu učenik - nastavnik - DOS naglašena važnost učenika i međudjelovanje učenika i nastavnog sadržaja (u našem slučaju DOS-a). Uloga nastavnika kao nužnog subjekta nastavnog procesa u ovom trokutu i njegovo međudjelovanje s učenikom i DOS-om još pojačavaju orijentiranost nastave na učenika.

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima, prikladan je za korištenje na nizu različitih platformi od mobilnih uređaja do stolnih računala, uključuje primjenu multimedijских elemenata, omogućava različite pristupe učenju i poučavanju. Mogućnost samoprocjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda i praćenje vlastitog napretka daje učeniku smjernice za daljnje učenje odnosno vraća ga na jedinice DOS-a čiji ishodi nisu u potpunosti usvojeni.

DOS slijedi suvremena nastavna načela:

- poticanje cjelovitog razvoja i dobrobiti učenika;
- povezanost sa životnim iskustvima, očekivanjima i usvojenim znanjima učenika;
- aktivna uloga učenika u učenju;
- izbornost i individualizacija;
- usmjerenost prema suradnji;
- osiguravanje poticajnog i sigurnog okruženja;
- relevantnost za sadašnji život;
- zanimljivost kao osnova pozitivne motivacije;
- poticanje inkluzije i uvažavanje različitosti;
- vertikalna povezanost sa sadržajima koji prethode i koji se nastavljaju te horizontalna povezanost s ostalim predmetima, međupredmetnim temama i modulima;
- odgovarajući omjer širine i dubine znanja i vještina.

Time DOS proširuje okvire didaktičkog trokuta i njegovom implementacijom nastavni proces postaje didaktički mnogokut.

Učenici uče u okruženju koje omogućuje konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te aktivnom i iskustvenom učenju usmjerenom prema pitanjima i istraživanju.



## Didaktička uloga multimedijских i interaktivnih elemenata DOS-a

Današnji učenici, bitno više od prijašnjih generacija, odrastaju okruženi multimedijama, izloženi brzom protoku i dostupnosti informacija. Nove tehnologije sastavni su dio svakodnevnog života i nužno imaju utjecaj i na nastavni proces, kao što je već navedeno u prethodnom poglavlju.

Multimedijским elementima omogućuje se prezentacija obrazovnih sadržaja kombinacijom slike, zvuka i teksta te uključivanje interaktivnih elemenata koji zahtijevaju interakciju učenika sa sadržajem. Sve to doprinosi privlačenju pozornosti učenika, zainteresiranosti i motivaciji te razumijevanju sadržaja i primjeni stečenih znanja u novim situacijama.

### Multimedijски i interaktivni elementi DOS-a

Multimedijски elementi DOS-a uključuju:

- zvučni zapis
- fotografije/ilustracije
- video zapis
- 2D i 3D animacije.

Ovo su elementi niske razine interaktivnosti, pri čemu interaktivnost uključuje pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa.

- Interaktivni elementi srednje razine interaktivnosti uključuju:
- pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom aktivnošću
- obrazac za ispunjavanje
- označavanje odgovora
- unos teksta, formula ili audio zapisa
- povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja (engl. zoom in) i sl.

Nalaze se u standardnim zadacima za učenje, ponavljanje i samoprovjeru odgojno-obrazovnih ishoda kao što su npr. da/ne pitalice, višestruki odgovori, povlačenje na sliku, uparivanje, grupiranje elemenata itd.

- Elementi visoke razine interaktivnosti uključuju:
- didaktične igre
- simulacije s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima
- mogućnost dobivanja povratnih informacija
- 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom, i sl.

Značajna uloga multimedijских elemenata u DOS-u je upravo interaktivnost. Interaktivni elementi omogućuju aktivno sudjelovanje učenika u nastavnom procesu. Kroz manipulaciju određenih elemenata učenici mogu uočavati pravilnosti, postavljati i provjeravati hipoteze te metodom nepotpune indukcije donositi opće zaključke. Interaktivni elementi visoke razine omogućuju uvođenje eksperimenta u nastavu matematike.

Samovrednovanjem i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

---

## Povezivanje DOS-a s tradicionalnim pristupima

---

Znanje je oduvijek bilo jedan od osnovnih instrumenata razvoja društvenih zajednica i uspješnih nacionalnih gospodarstava. U suvremenim uvjetima, osobito globalizacijskim, novostvorena znanja kao rezultat istraživanja i inovacije, postaju ne samo temelj već i ključni čimbenik razvoja nekog društva. Za uspješnu tranziciju prema društvu utemeljenom na znanju uz tradicionalan pristup, nužni su novi pristupi obrazovanju i poučavanju.

Sve se više raspravlja o tzv. cjeloživotnom učenju, odnosno o aktivnosti učenja tijekom života, s ciljem unapređivanja znanja, vještina i sposobnosti unutar osobne, građanske, društvene i poslovne perspektive.

Osim formalnog obrazovanja u obrazovnim institucijama poput škola, veleučilišta i fakulteta, sve se veća pozornost pridaje neformalnom obrazovanju putem dodatne edukacije na tečajevima i seminarima te informalnom obrazovanju koje pojedinac stječe vlastitim radom, komunikacijom, čitanjem, razvijanjem vještina, iskustava i znanja.

Uz koncept cjeloživotnog učenja najčešće se vezuju ciljevi ekonomske prirode, primjerice postizanje veće konkurentnosti na tržištu rada. Međutim, cjeloživotno učenje usmjereno je prema osobi i njenim individualnim sposobnostima, poboljšanju njenog ponašanja, raspolaganju informacijama, povećanju znanja, razumijevanju, novim stavovima. Koncept cjeloživotnog učenja, razvijen u šezdesetim godinama prošlog stoljeća, odgovor je na problem neusklađenosti između obrazovanja mladih i odraslih osoba.

Da bi mogli ostvariti koncept cjeloživotnog učenja, do kraja obaveznog obrazovanja treba razviti određene kompetencije koje predstavljaju temelj za daljnje učenje.

Tradicionalni pristupi učenju i poučavanju dugo su bili obilježeni razredno-satnim i predmetno-satnim sustavom te frontalnom nastavom što ne može zadovoljiti zahtjeve koncepta cjeloživotnog učenja.

Nastavni proces treba omogućiti:

- uvođenje novih oblika učenja
- istraživačko i eksperimentalno poučavanje
- ispitivanje i procjenu različito postavljenih ishoda učenja
- doprinos općem sustavu obrazovanja
- doprinos razvoju svakog učenika prema njegovim sposobnostima.

DOS je razvijen na tragu ovih zahtjeva. Suvremena nastavna tehnologija ne negira tradicionalne pristupe nastavi već se na njima temelji i proširuje broj i značaj didaktičkih elemenata nastave sagledavajući ih u novim odnosima (didaktički mnogokut).

Razrada sadržaja učenja i poučavanja u jedinicama DOS-a prati tradicionalnu metodiku poučavanja matematike.

U uvodu se opaža/uvodi problem pri čemu se u najvećoj mogućoj mjeri koriste primjeri iz svakodnevnog života. Nakon toga se, ovisno o problemu, upotrebljavaju različite znanstvene metode: analiziranje, sintetiziranje, apstrahiranje, induciranje, deduciranje, generaliziranje, specijaliziranje ili upotreba analogija. Da bi se u potpunosti usvojio sadržaj dan je niz primjera i zadataka s rješenjima. Sistematizacija i povezivanje sadržaja te procjena znanja, također su sastavni dio DOS-a. Samoprocjena daje učeniku samostalnost pri učenju, ali zahtjeva i odgovornost te smjernice za daljnje učenje.

Multimedijski elementi doprinose motivaciji, boljem razumijevanju sadržaja i aktivnom sudjelovanju učenika u nastavi.

U DOS-u se nastavnici susreću s digitalnim alatima i raznim digitalnim sadržajima. Radi lakše implementacije digitalnih tehnologija u nastavu matematike u ovaj priručnik je uključen popis digitalnih alata, svrha korištenja i poveznice na kojima se nalaze detaljne upute. Navedeni su dodatni materijali i poveznice na sadržaje koji mogu pomoći u izvođenju nastave uz DOS te poveznice na izvore gdje nastavnici sami mogu pronaći i odabrati odgovarajuće sadržaje (animacije, simulacije, video materijale, izvore na kojima se nalaze prijedlozi pokusa i učeničkih projekata te stručne članke vezane uz područje matematike koje obrađuje modul).

To je pomoć nastavniku u uvođenju novih oblika učenja.

Implementacija digitalnih tehnologija u nastavu matematike dodatno motivira učenike i nastavu čini maštovitom i atraktivnom. Digitalni alati i sadržaji imaju značajnu ulogu u provođenju mjerenja i obradi rezultata, a simulacije zorno predočuju procese koje iz različitih razloga inače nismo u mogućnosti tako jasno vidjeti.

---

## Motivacija, poticanje i vrednovanje uz DOS

---

Motivacija je unutarnja snaga koja pokreće čovjeka na aktivnost i usmjerava ga k ostvarenju određenog cilja.

Motiviranje učenika za nastavu obuhvaća sve što potiče na učenje, usmjerava ga, i potiče osobni interes za određeni predmet ili područje te povećava osobnu razinu postignuća.

Motivacija u nastavi sastavni je dio uvodnog dijela nastavnog sata pri uvođenju i predstavljanju problema, no može biti prisutna u svim stadijima nastavnog sata: pri obradi, vježbanju ili ponavljanju nastavnih sadržaja.

Većina jedinica DOS-a započinje motivacijskim primjerom. Najčešće su primjeri povezani sa svakodnevnim životom i osobnim iskustvima učenika.

U razradi sadržaja naći ćete zanimljivosti koje možete koristiti kao motivacijske elemente u bilo kojem dijelu sata.

Interaktivnost i elementi igre također motiviraju učenike.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u svakom modulu DOS-a osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i mišljenja i učenicima služi za ponavljanje te im daje povratnu informaciju o točnosti rješenja i o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda pojedinog modula. Samoprocjenom i praćenjem vlastitog napretka učenik na temelju osobnih postignuća dobiva smjernice za daljnje učenje.

Svrha ovakvih procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska.

Na kraju nekih jedinica je nekoliko konceptualnih pitanja i zadataka kojima se ostvaruje svrha ovakvih procjena. Dodatno, u posebnoj jedinici (Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda) možete pronaći više interaktivnih zadataka za provjeru usvojenosti svih odgojno-obrazovnih ishoda cijeloga modula.

Zadaci koji su sastavni dio procjene oblikovani su na jedan od sljedećih načina:

- odabir točno/netočno
- višestruki odabir s više točnih odgovora
- odabir jednog točnog odgovora (uključujući i matematičke simbole i jednostavne formule)
- uparivanje odgovora
- uparivanje povlačenjem i postavljanjem elemenata (teksta, slika, dijelova ili cijelih formula i simbola)
- grupiranje (razvrstavanje) elemenata
- uređivanje poretka elemenata
- odabir i umetanje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora

- umetanje riječi koje nedostaju upisom
- numeričko umetanje (mogućnost zadavanja intervala brojeva u kojem se nalazi rješenje)
- povlačenje riječi koje nedostaju iz ponuđenih odgovora
- povlačenje rješenja na sliku (npr. dijagram i sl.).

Prilikom rješavanja zadataka kod kojih se očekuje od učenika upisivanje riječi koja nedostaje, obrazovni sadržaj neće, kao točno, prihvatiti rješenje koje je matematički točno, ako je riječ pogrešno napisana (pravopisna pogreška). Ova opaska nije unesena u obrazovne sadržaje kako se pažnja učenika ne bi skrenula s matematike na pravopis, no u takvim situacijama bit će potrebna pomoć nastavnika.

---

## Suvremene nastavne metode i DOS

---

DOS omogućava učenje i poučavanje u različitim okruženjima i različite pristupe učenju i poučavanju.

U školskom okruženju DOS je moguće koristiti za rad u učionici opće namjene. Poželjno je da učionice budu opremljene prijenosnim ili stolnim računalima, interaktivnom pločom ili pametnim ekranom i sl.

Osobitost DOS-a je mogućnost njegova korištenja na raznim uređajima (mobilni telefoni, tableti, prijenosna i stolna računala) te je pogodan i za rad izvan školskog okruženja.

Kroz aktivnosti za učenje, način prezentacije sadržaja i elemente za procjenu usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda DOS stavlja težište na promicanje suvremenih nastavnih metoda, na strategije i pristupe kao što su rješavanje problema, istraživačka i projektna nastava i suradničko učenje te razvoj kritičkog mišljenja, sposobnosti rješavanje problema i donošenja odluka, metakogniciju, digitalnu pismenost i aktivno građanstvo.

U skladu s prirodom nastave matematike i matematike kao znanstvenog područja, DOS osobito snažan naglasak stavlja na aktivnosti koje potiču iskustveno učenje, projektno učenje i učenje kroz istraživanje. DOS sadrži interaktivne elemente u kojima učenici imaju mogućnost mijenjanja vrijednosti različitih parametara te na temelju rezultata uočavaju pravilnosti, postavljaju i provjeravaju hipoteze, a metodom nepotpune indukcije donose opće zaključke.

Multimedijski i interaktivni elementi omogućuju aktivno i iskustveno učenje usmjereno prema pitanjima, problemima i istraživanjima, konstruiranje znanja utemeljeno na problemima i projektima te razvijanje učenikovih kompetencija za snalaženje u novim situacijama.

## Metodičko-didaktički aspekti uporabe DOS-a u radu s učenicima s posebnim obrazovnim potrebama

Kao što je na početku priručnika navedeno, metodičko-didaktički prijedlozi za učenike s posebnim obrazovnim potrebama koji uključuju darovite učenike kao i učenike s različitim teškoćama slijede svaku nastavnu jedinicu kao i aktivnosti za samostalno učenje. Inkluzivni pristup u procesu obrazovanja podrazumijeva učenje o različitosti od strane drugih kao i jedan podržavajući i ravnopravni odnos. U nas se već niz godina njeguje inkluzivni pristup u smislu uključenosti učenika s teškoćama u sustav obrazovanja na način da su uvažene njihove individualne potrebe putem uvođenja različitih prilagodbi i osiguravanja podrške.

Učenici s teškoćama su heterogena skupina pa tako zadatak koji je težak jednom učeniku s disleksijom neće biti težak drugome učeniku s istom teškoćom. Kako bi im se osigurala primjerena podrška prilikom obrazovanja, važno je prepoznavati te razumjeti njihova obilježja i poznavati osnovne vrste prilagodbi. Timski rad u okviru kojega surađuju predmetni nastavnici, stručni tim škole, pomoćnici i roditelji bi trebao iznjedrati različite mogućnosti prilagodbe za što učinkovitije usvajanje sadržaja iz matematike i fizike za svakog učenika ponaosob. Metodičko-didaktički prijedlozi koji se odnose na učenike s teškoćama su u početnim modulima i jedinicama napisani na način da obuhvate temeljne smjernice za svu djecu s teškoća te su kroz daljnje jedinice razrađeni specifično u odnosu na sadržaj same jedinice kao i na obilježja određene teškoće.

Primjerice, u matematici za osmi razred, u nastavnoj jedinici 1.2. koja se odnosi na uređene parove nastavnicima je sugerirano da obrate pažnju na jezično složenije zadatke koje valja pojednostaviti i popratiti vizualnim primjerima kako za učenike koji se školuju po prilagođenom programu tako i za učenike s disleksijom i/ili diskalkulijom:

PriručnikMatematika7

imaju stručnu pomoć asistenta, preporučuje se da asistent pomogne pri uvećanju zaslona u obradi nastave jedinice i u označavanju koeficijenta na brojevnom pravcu. Pojedine zadatke valja jezično prilagoditi i/ili skratiti i popratiti slikama (grafičkim simbolima: <https://www.arasaas.org/>). Zadatak Serpinj građom može se predstaviti učenicima na sljedeći način:

Luna i Nikola sanjali se kod (20,4, 8,14), prošetali će do (20,22, 13,27). Razgledat će (29,4, 17,26), (36,62, 22,52), (18,13, 23,2), (23,8, 27,52) te na kraju (19,21, 30,15).

a) U kojem se gradu nalaze Luna i Nikola?

b) Imenuj ustanovu ispred koje su se našli i park pokraj te ustanove.

c) Na kojem trgu su pojeili sladoled?

d) Na kerti pronadimo i imenujmo znamenitosti koje su posjetili.

e) Ako ih baka želi odvesti na (9,02, 2,07), što bi tamo Luna i Nikola mogli raditi?



U prijedlozima se nastavnike podsjeća na uporabu funkcionalnosti koje su ugrađene u DOS-ove, a mogu olakšati praćenje nastave učenicima sa specifičnim teškoćama učenja kao i onima koji imaju teškoće vizualne obrade (promjena fonta, boje pozadine, uvećanje zaslona). Nadalje, ostvarene su poveznice između samoga gradiva i obilježja teškoća koje mogu probuditi učenikov interes za nastavne sadržaje, na primjeru iz fizike (sedmi razred, jedinice 1.5 i 1.7):

„Za učenike s poremećajem iz spektra autizma preporučuje se povezati masu tijela i mjerne jedinice s interesima učenika koji su često iznimno izraženi ili atipični u svim zadacima u kojima je to moguće. Primjerice, ako učenik voli kuhanje, može ostalim učenicima demonstrirati svoj omiljeni recept kao i mase pojedinih sastojaka.“

„Uvijek je važno uzeti u obzir moguću senzoričku preosjetljivost učenika s poremećajem iz spektra autizma na određene podražaje te u skladu s tim prilagoditi nastavnu jedinicu (miris svijeće s aromom vanilije).“

Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju teškoće nisu zamišljeni na način da osiguravaju prilagođeni materijal za poučavanje niti svojevrсни „recept“, već nastavnike podsjećaju na prilagodbu načina poučavanja i one segmente nastavne jedinice koje bi trebalo dodatno pojasniti, ponoviti, pojednostaviti, predstaviti na drugačiji način ili na razinu složenosti zadataka od kojih valja odabrati one jednostavnije. U prijedlozima je naglašena važnost uporabe pomagala koja olakšavaju učenje te svih aspekata digitalne tehnologije.

Inkluzivni pristup podrazumijeva uvažavanje različitosti koje je izrazito važno razviti kao vrijednost kod učenika tipičnoga razvoja zbog čega se, uz ostale prijedloge, preporuča provoditi što više vršnjačke suradnje (primjerice u aktivnostima za slobodno učenje).

## Modul 8: Kružnica i krug

### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće MODULA

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kružnicom i krugom.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i opisati kružnicu i krug te njihove elemente.
- Odrediti međusobni položaj dviju kružnica te međusobni položaj pravca i kružnice.
- Odrediti odnos središnjeg i obodnog kuta.
- Izračunati opseg i površinu kruga te duljinu kružnog luka.
- Primijeniti svojstva kružnice i kruga pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

### Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja ovog modula DOS-a

U ovom modulu učenici 7. razreda ponavljaju znanja o kružnici i krugu te dijelovima kružnice i kruga o kojima su učili u prethodnim modulima ili razredima.

Postojeće znanje obogaćuje se novim znanjem o središnjem i obodnom kutu, broju pi, opsegu i površini kruga te duljini kružnog luka i površini kružnog isječka te se povezuje s primjenama u svakodnevnom životu.

Digitalne obrazovne sadržaje iz ovog modula možete primijeniti na različite načine, bilo u cijelosti bilo u dijelovima te ih prilagoditi učenicima i školskom okruženju.

Pripremljene sadržaje možete upotrijebiti kao materijal za metodu "obrnute učionice", tako da učenicima zadajete dijelove sadržaja koji oni samostalno usvajaju, a nakon toga u učionici zajednički analizirate zadatke i rješavate dvojbe.

Pripremljeni su i prijedlozi istraživačkih zadataka kojima se matematičke teme povezuju sa svakodnevnim životom te se proširuju uobičajeni matematički pristupi.

Digitalni obrazovni sadržaji pogodni su i za organiziranje skupnog i suradničkog rada učenika, pri čemu se možete pripremljenim sadržajima koristiti i u nekom virtualnom okruženju za komunikaciju i suradnju, primjerice društvenoj mreži Yammer, okruženju za timove Teams ili razrednoj digitalnoj bilježnici OneNote.

Uz svaku jedinicu je u priručniku OneNote pripremljena i posebna stranica "Pomoćni interaktivni sadržaji" na kojoj ćete pronaći umetnute interaktivne i multimedijske sadržaje za jednostavnu primjenu u nastavi.

---

## Digitalni alati i dodatni sadržaji

---

### Popis i kratki savjeti za primjenu digitalnih alata

#### GeoGebra

GeoGebra je program dinamične matematike, namijenjen učenju i poučavanju. Povezuje područja interaktivne geometrije, algebre, tabličnih proračuna, statistike, analize i crtanja grafova. Dostupna je na hrvatskom jeziku.

Više o GeoGebri pročitajte u [CARNET-ovom e-Laboratoriju](#) ili na stranicama GeoGebre.

### Dodatni materijali i poveznice za izvođenje nastave uz DOS

U zbirci e-Škole scenarija poučavanja dostupan je i scenarij [Čudesan broj  \$\pi\$](#) , kao i scenarij poučavanja [Ne dirajte moje krugove](#), namijenjeni 7. razredu. Možete se koristiti i scenarijem poučavanja [Pogled u krug](#), koji je osmišljen za 1. razred srednje škole, ali neke aktivnosti možete uspješno realizirati i u osnovnoj školi, primjerice:

- Razmijeni misli u paru
- Kružni vrtovi i labirinti za učenike koji žele znati više.

#### Sugerirani projekti, projektni dani i projektne aktivnosti:

##### Dan broja Pi

- 14. ožujka matematičari slave Dan broja  $\pi$ . Naime, broj  $\pi$  zaokružen na dvije znamenke iznosi 3.14, a istovremeno je na taj dan rođen Einstein. Kako bi proslavili Dan broja  $\pi$ ,

učenici i učitelji zajedno osmišljavaju aktivnosti vezane uz tu cjelinu, kao što je pamćenje što više znamenki broja  $\pi$  i pečenje pita.

### The Global Math Project (GMP)

The Global Math Project je inicijativa koju je pokrenuo matematičar James Tanton. Ideja kojom se vodio je ujediniti milijun učenika i nastavnika i jedan tjedan u godini, u listopadu, razgovarati samo o matematici. Za sada se ta ideja realizirala s pomoću eksplodirajućih točaka: prikazivanja računskih operacija, različitih brojevnih sustava te operacija s binomima na potpuno drugačiji način, s pomoću eksplodirajućih točkica.

Kako bi učenici još bolje razvili znanje o krugu i kružnici, predlažemo i sljedeće igre:

- MathGameTime: [Circle your land](#) (engleski jezik)
- Mathplayground: [Equation Creation](#) (engleski jezik)
- IXL Learning: [Circles, Calculate Area and Circumference](#) (engleski jezik)
- The World of Math Online: [Circle Solver](#) (engleski jezik)
- Eve Andersson: [The Pi Trivia Game](#) (engleski jezik)
- PBSKids: [Lost in the Northern Frontier](#) (engleski jezik, Adobe Flash Player).

### Poveznice na dodatne izvore i važne reference za nastavnika

- [Kružnica i krug, pravilni mnogokuti](#); Matematika Plus, Element
- [Koordinatni sustavi](#), Hrvatska enciklopedija, Leksikografski zavod Miroslav Krleža
- [Nebeski koordinatni sustavi](#), e-Škola astronomije, Zvezdarnica Zagreb
- [Različite igre i aktivnosti](#) s krugom i kružnicom, NRICH, University of Cambridge (engleski jezik)
- [Modifying the Flipped Classroom: The "In-Class" Version](#), Jennifer Gonzalez, Edutopia (engleski jezik)

### Dokumentarni filmovi o matematici (engleski jezik)

- Dimensions: [A Walk Through Mathematics](#)
- [The Story of Maths](#)
- [N is a Number: A Portrait of Paul Erdős](#)
- [Dangerous Knowledge](#)
- [A Brilliant Madness: John Nash](#)
- [Colors of Math](#)
- [The Boy With The Incredible Brain](#)
- [The Great Math Mystery](#)

### Preporučeni YouTube kanali (engleski jezik)

- [Math TV](#)
- [Khan Academy](#)
- [Numberphile](#)
- [Techmath](#)
- [PatrickJMT](#)
- [Prof Rob Bob](#)
- [Math Antics](#)

- [Professor Leonard](#)
  - [Krista King](#)
  - [Brian McLogan](#)
  - [PBS Math Club](#)
  - [Mashup Math](#)
  - [Math Meeting](#)
  - [Learn math tutorials](#)
  - [The Video Math Tutor](#)
  - [Teacher Tube Math](#)
  - [Mathbff](#)
  - [Simon Deacon](#)
  - [NumberRock Math Song](#)
  - [Hegarty Maths](#)
- 
- [http://www.math-aids.com/Geometry/Perimeter/Compound\\_Shapes\\_Area\\_Adding.html](http://www.math-aids.com/Geometry/Perimeter/Compound_Shapes_Area_Adding.html)
  - <https://translate.google.com/translate?hl=en&sl=de&tl=en&u=http%3A%2F%2Fwww.pi-world-ranking-list.com%2Findex.php%3Fpage%3Drules-ultimate>
  - <https://www.geogebra.org/m/PkPZV5tw>
  - <https://crosswordlabs.com/>
  - <https://design.tutsplus.com/tutorials/geometric-design-working-with-circles--cms-23660>
  - <http://mis.element.hr/fajli/720/41-12.pdf>
  - <http://matematika.odlican.net/index.php?iz=3-52-1>
  - <http://openupresources.org/math-curriculum/>
  - Tedx Talks, Eduardo Briceno: [The Power of belief](#)
- 
- PBS Learning Media: [Dunk Tank](#)
  - Math is Fun: [Circle](#)
  - Homeschool Math: [Circle/Pi](#)
  - Dugorepec Ivana: [Sat ponavljanja, utvrđivanja i sistematizacije](#)
  - Proleksis enciklopedija: [Apolonijeva kružnica](#)

#### TedX

- [The first 20 hours -- how to learn anything | Josh Kaufman | TEDxCSU](#)

#### Dan Finkel

- <https://www.youtube.com/watch?v=ytVneQUA5-c>

## Operativni plan

Modul	Jedinice DOS-a	Broj sati
<b>8.</b>	<b>Kružnica i krug</b>	<b>15 + 1</b>
	8.1. Osnovno o kružnici i krugu	3
	8.2. Određenost kružnice	1
	8.3. Središnji i obodni kut	3
	8.4. Kružnica i pravac	2
	8.5. Opseg kruga i duljina kružnog luka	3
	8.6. Površina kruga i kružnog isječka	3
	Aktivnosti za samostalno učenje	1
	Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda	

## 8.1. Osnovno o kružnici i krugu



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kružnicom i krugom.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati kružnicu, krug i njihove elemente.
- Odrediti dijelove kruga i kružnice.
- Nacrtati krug i kružnicu te njihove elemente.

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 sata.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života u kojem vidimo okrugli stol i na njemu tanjuriće, šalicu, čašu i posudice kružnog oblika te kriške torte. Uvodimo jedinicu postavljajući pitanja gdje možemo vidjeti predmete kružnog oblika na slici, u učenikovu okruženju i u prirodi.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

Počinjemo slikom vrtuljka i Ferrisova kola (panoramski vrtuljak) kao asocijacijom na kružnicu i krug. Slijede dva zadatka koji učenicima pomažu da intuitivno shvate pojam središta, jednake udaljenosti od središta te pojam kružnice. Predlažemo i aktivnost u kojoj učenici s pomoću pribadače i gumice za kosu crtaju kružnicu.

Nastavljamo matematičkim uvođenjem pojma kružnice, središta i polumjera. Podsjećamo na alate za crtanje kružnice; za ručno crtanje to je dakako šestar, a za digitalno crtanje predlažemo programe dinamičke geometrije, kao što su GeoGebra i The Geometer's Sketchpad.

Uvodimo matematičku oznaku za kružnicu sa središtem u točki  $S$  polumjera  $r$ , kako bi učenici poslije u DOS-u i udžbenicima znali pročitati takav zapis kružnice kad na njega naiđu. Slijedi nekoliko zadataka i interaktivnih vježbi crtanja kružnice zapisane na takav način.

Zatim uvodimo pojam promjera i dijametralno suprotnih točaka te vezu promjera i polumjera. U zanimljivosti napominjemo da se u matematici promjer označava slovom  $d$ , a u svakodnevnom životu se češće promjer označava grčkim slovom  $\phi$ , jer podsjeća na krug i promjer. Slijedi nekoliko interaktivnih zadataka za uvježbavanje određivanja promjera i polumjera s pomoću slike ili računski.

Nakon toga pokazujemo, uz pomoć **GeoGebrina apleta**, kako se konstruira kružnica ako joj je zadan promjer; slijedi zadatak za vježbu.

Nastavljamo **2D animacijom** koja pokazuje kako popunjavanjem dijela ravnine unutar kružnice nastaje krug, da bi učenici mogli vizualizirati kružnicu i krug.

Uvodimo pojam kruga te matematičku oznaku za krug sa središtem u točki  $S$  i polumjerom  $r$ .

### Dijelovi kružnice i kruga



Učenicima zadajemo zadatke; najprije nacrtamo dio kružnice koju promatramo, onda taj dio definiramo. Na taj način ih potičemo da aktivno sudjeluju u nastavi. Sličicama nacrtanim u **GeoGebri** uvodimo pojam tetive i kružnog luka. Interaktivnom vježbom potičemo učenike da uoče da je najdulja tetiva zapravo promjer kružnice. Uvodimo i matematičku oznaku za kružni luk. U zanimljivosti napominjemo da se kružni luk čita obrnuto od kazaljke na satu, što je naročito važno kad se radi u dinamičkim geometrijama, a ako radimo ručno, dogovorno gledamo manji kružni luk, osim ako ne piše drugačije u zadatku.

Nadalje, s pomoću slike odrezanog komada sira uvodimo pojam kružnog isječka. I tu učenici najprije nacrtaju kružni isječak, zatim se podsjetimo naziva i definiramo ga.

Na slici odrezanog komada kruha na isti način uvodimo pojam kružnog odsječka. Slijedi pojam koncentričnih kružnica s pomoću slike koncentričnih kružnica na površini vode. Vjenčićem na ogradi uvodimo pojam kružnog vijenca.

Nogometno igralište na sredini terena ima nacrtanu kružnicu podijeljenu na dvije polukružnice; zato uz sliku travnatog nogometnog terena uvodimo pojam polukružnice i polukruga.

Takvim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

## Uvježbajmo

Na početku je interaktivna igra u kojoj učenici na njima zanimljiv način ponavljaju i usvajaju osnovne elemente kružnice i kruga. Slijedi niz interaktivnih vježbi različitih razina složenosti, pripremljen za uvježbavanje osnovnih pojmova kružnice i kruga i njihovih elemenata. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti gradiva jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju, a vježbe mogu ponavljati koliko god puta žele.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Prije završnog dijela istaknuta je zanimljivost o Arhimedu i poznatoj legendi o rečenici "Ne dirajte moje krugove".

## Završetak

Na kraju je podsjetnik na jedan od najvažnijih čovjekovih izuma - kotač.

Završavamo matematičkim diktatom kojim ponavljamo najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a.

## Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja [Čudesan broj  \$\pi\$](#) , scenarij poučavanja [Ne dirajte moje krugove](#) namijenjene 7. razredu, kao i scenarij poučavanja [Pogled u krug](#), koji je osmišljen za 1. razred srednje škole pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili skupni rad učenika.

Krug i kružnicu možete nacrtati s pomoću *online* geometrijskih alata: GeoEnZo, [GeoGebra](#) i [The Geometer's Sketchpad](#).

Igre i kvizovi s kružnicom i krugom:

- [Match The Memory](#)
- Nurture Store: [Circle Math Game](#) (engleski jezik)
- Sveta geometrija: [Podjela kružnice na dijelove](#)
- Coolmath-Games: [Color circles](#) (engleski jezik)
- Coolmath-Games: [Circle Flow](#) (engleski jezik)
- MathGames: [Circles, Calculate Area, Radius, Circumference](#) (engleski jezik)
- Gamesheep: [Circle and squares](#) (engleski jezik)

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo da pokušaju nacrtati sve zadatke u kojima se traži crtanje ili konstrukcija u jednoj od dinamičkih geometrija, GeoGebri ili The Geometer's Sketchpadu.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Da biste sadržaje ove jedinice prilagodili učenicima s teškoćama u razvoju i učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju, uvijek valja imati na umu da su oni heterogena skupina i da odabir prilagodbi valja temeljiti na individualnim obilježjima učenika.

U projektnom zadatku (koriste se pribadača, konopac i olovka) je važno osigurati pomoć učenicima s motoričkim teškoćama. Ukoliko se u razredu nalazi učenika s ADHD-om, valja pripaziti na primjerenu uporabu svih predmeta koji se koriste u projektu (s obzirom da je pribadača sitna i oštra).

Pri rješavanju 3. primjera provjerite znaju li učenici s teškoćama značenje pojma polovište (važno je ponoviti kako se konstruira polovište dužine) i potom krenuti na rješavanje zadatka.

U 8. zadatku skrenite pažnju učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju da je promjer zapisan u milimetrima, a ne centimetrima.

Učenicima s diskalkulijom bit će potrebno detaljnije objasniti razliku između kružnice i kruga.

Učenicima s većim motoričkim teškoćama bit će teško šestarom nacrtati kružnicu. To onda, umjesto njih, može napraviti drugi učenik a da učenik s teškoćama govori korak po korak što treba činiti.

Zadatak pod rednim brojem 18 (pod Uvježbajmo) može biti zahtjevan za učenike s motoričkim teškoćama i učenike s teškoćama vizualne obrade, zbog čega im je važno osigurati dodatno vrijeme ili prilagodbu zadatka.

## 8.2. Određenost kružnice



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s konstrukcijom kružnice kroz tri točke.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati određenost kružnice.
- Konstruirati kružnicu kroz tri točke.
- Odrediti međusobni položaj dviju kružnica.

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 1 **sat**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života u kojem imamo razbacane kvačice za vješanje rublja na jednoj slici i kvačice složene u niz na konopcu za vješanje rublja, kao na jednom pravcu.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Kolinearne i nekolinearne točke

Slike s kvačicama bile su uvod u matematički pojam kolinearnih i nekolinearnih točaka. Slijede dva interaktivna zadatka u kojima ponavljamo kolinearnost dviju i triju točaka u ravnini. Podsjećamo učenike na određenost pravca dvjema točkama u ravnini.

#### Koliko točaka određuje kružnicu?

Nastavljamo s nekoliko pitanja i popratnih crteža na koje učenici mogu samostalno odgovoriti u interaktivnim zadacima i nacrtati sve u bilježnicu.

Tim pitanjima i odgovorima učenici ponavljaju značenje dužine, polovišta dužine i simetrale dužine. Zatim sami zaključuju da su točke na simetrali jednako udaljene od rubnih točaka dužine.

Crtanjem kružnica sa središtem na simetrali koje prolaze rubnim točkama dužine, vizualiziraju tvrdnju da kroz dvije točke u ravnini možemo nacrtati beskonačno mnogo kružnica.

Slijedi interaktivni zadatak kojim učenici dolaze do zaključka da simetrala svake tetive prolazi središtem kružnice.

Nastavljamo **projektnim zadatkom** u kojem učenici pokušavaju odrediti središte nacrtane kružnice. Najprije učenike navodimo na zaključak da se simetrale dviju tetiva sijeku u središtu kružnice. Polako dolaze do zaključka da je kružnica određena trima nekolinearnim točkama u ravnini.

U **interaktivnoj GeoGebri** učenici se mogu uvjeriti u tvrdnju tako da sami ucrtaju neke tri nekolinearne točke u ravnini i oko njih digitalnim alatom nacrtaju kružnicu.

Slijedi interaktivni zadatak s pitanjem može li se oko svake četiri nekolinearne točke nacrtati kružnica. Iz zadatka se vidi da oko svake četiri točke ne možemo opisati kružnicu. U zanimljivosti

pokazujemo da ako se oko neke četiri točke može opisati kružnica, takav četverokut zovemo tetivni četverokut, a ako imamo više točaka oko kojih možemo nacrtati kružnicu, to je opisana kružnica mnogokuta.

Na kraju pokazujemo konstrukciju kružnice kroz tri nekolinearne točke u ravnini i podsjećamo učenike da je to ista konstrukcija koju su radili u šestom razredu kad su trebali trokutu opisati kružnicu.

Slijedi zadatak za učenike **koji žele znati više**, u kojem treba naći mjesto za odašiljač za tri sela, što se rješava s pomoću središta kružnice opisane oko tri točke.

### Međusobni položaj dviju kružnica u ravnini

Odašiljači šire kružne valove pa se postavlja pitanje njihovih presjeka. Slijedi slika kružnica koje čine kišne kapi na vodi i interaktivni zadatak kojim učenici sami zaključuju u kojem položaju mogu biti dvije kružnice u ravnini.

Razmišljanja mogu potvrditi i matematički uobličiti s pomoću **animacije** kojom se pokazuju dvije kružnice u različitim položajima i uočava veza udaljenosti njihovih središta i zbroja ili razlike duljina njihovih polumjera.

Slijedi zadatak i interaktivna vježba međusobnog položaja dviju kružnica u ravnini.

Za učenike **koji žele znati više** pripremljene su dvije interaktivne vježbe povezivanja udaljenosti središta dviju kružnica i zbroja ili razlike duljina njihovih promjera i polumjera.

Prije završetka uvrštena je zanimljivost o triangulaciji.

## Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a te prijedlog interaktivnog zadatka izrađenog u GeoGebri, profesora Damira Belavića, kojim povezujemo sadržaje iz matematike s učeničkim okruženjem i zanimanjima.

## Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja [Čudesan broj  \$\pi\$](#) , scenarij poučavanja [Ne dirajte moje krugove](#), namijenjen 7. razredu, te scenarij poučavanja [Pogled u krug](#), koji je osmišljen za 1. razred srednje škole, pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili skupni rad učenika.

Igre i kvizovi uz određenost kružnice:

- [Match The Memory](#)

- Nurture Store: [Circle Math Game](#) (engleski jezik).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo složenije zadatke koji se u DOS-u nalaze na dva mjesta. Prvi zadatak dolazi nakon dijela o određenosti kružnice trima točkama, u kojem treba odrediti mjesto za odašiljač za internet za sva tri sela. Slijede dva zadatka nakon dijela o međusobnom položaju dviju kružnica u ravnini. Ta dva zadatka su interaktivna i povezuju udaljenost središta dviju kružnica sa zbrojem i razlikom njihovih promjera ili polumjera.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s većim motoričkim teškoćama bit će teško šestarom nacrtati kružnicu. To onda, umjesto njih, može učiniti drugi učenik a da učenik s teškoćama govori korak po korak što treba činiti. Neki učenici sa specifičnim teškoćama u učenju i intelektualnim teškoćama također nisu vješti u radu sa šestarom pa im dajte više vremena za rješavanja zadataka konstrukcije kružnica.

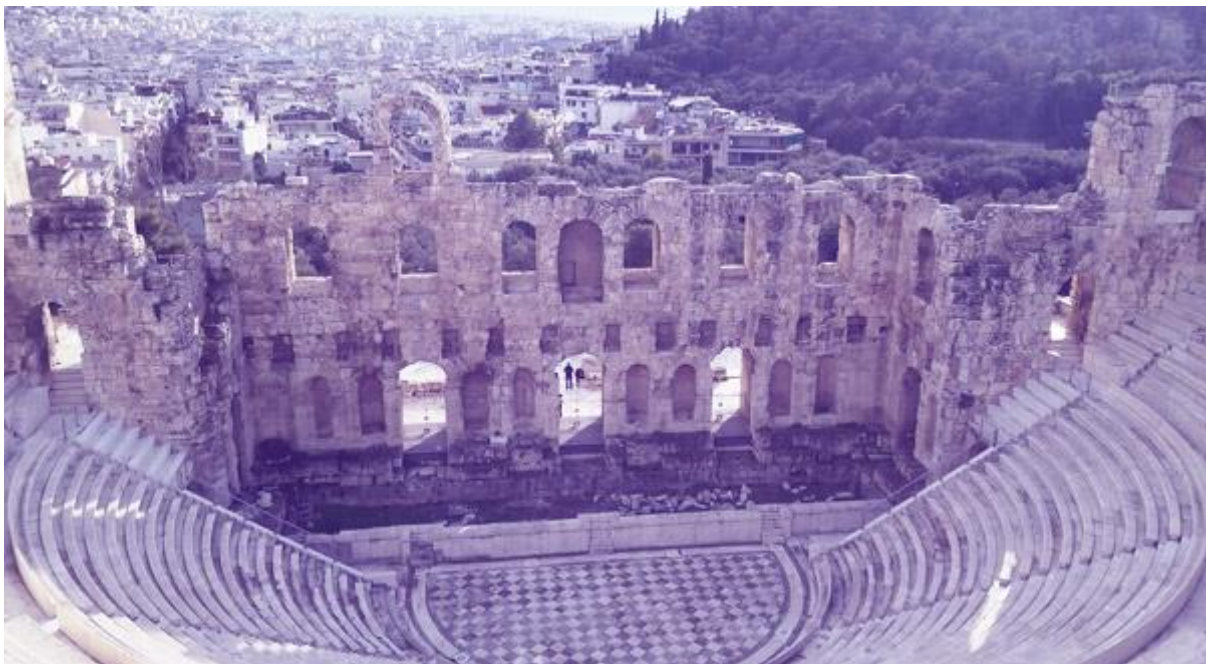
U 11. zadatku upozorite učenike s teškoćama da su kružnice zadane u različitim mjerama (milimetrima i centimetrima).

Kod zadatka pod nazivom "Koliko točaka određuje kružnicu?" Su navedeni brojni zadatci zbog čega je važno odrediti prioritete za rješavanje sukladno programu po kojem se učenik s teškoćama školuje.

U potpoglavlju "Ponovimo" nalazi se velika količina teksta koju valja jezično pojednostaviti i sažeti (za sve učenike koji imaju teškoće jezičnoga razumijevanja).



## 8.3. Središnji i obodni kut



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane sa središnjim i obodnim kutom.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Opisati vezu središnjeg i obodnog kuta.
- Izračunati središnji ili obodni kut koristeći se poučkom o središnjem i obodnom kutu.
- Iskazati Talesov poučak o obodnom kutu nad promjerom kružnice.
- Primijeniti Talesov poučak o obodnom kutu nad promjerom kružnice pri rješavanju zadataka.

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo



## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskim primjerom** iz svakodnevnog života, panoramskim kotačem u Londonu. Slijedi zanimljivost o panoramskim kotačima te uputa da učenici uoče kut koji zatvaraju nosači toga kotača.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Središnji kut kružnice

Nastavljamo matematičkim uvođenjem središnjeg kuta kružnice. Na slici je označen manji središnji kut nad manjim kružnim lukom, ali napominjemo učenicima da postoji i veći središnji kut, nad većim kružnim lukom omeđenim istim rubnim točkama. Podsjećamo ih na označavanje kružnog luka rubnim točkama obrnuto od kazaljke na satu. Slijedi niz interaktivnih zadataka za uvježbavanje crtanja i uočavanja središnjeg kuta kružnice.

#### Obodni kut kružnice

Na slici šesira vizualiziramo značenje riječi obod. Nastavljamo matematičkim uvođenjem obodnog kuta kružnice. Slijedi niz interaktivnih zadataka za uvježbavanje crtanja i prepoznavanje obodnog kuta kružnice.

#### Obodni kutovi nad istim lukom

Slijedi zadatak kojim učenici mogu samostalno, rješavajući ga korak po korak, doći do zaključka da nad istim kružnim lukom možemo nacrtati beskonačno mnogo obodnih kutova. Nakon toga rješavamo zadatak za vježbu.

U **projektnom zadatku** svaki učenik u svojoj bilježnici crta kružnicu i nekoliko obodnih kutova nad istim lukom. Mjere obodne kutove i trebaju, uspoređujući svoj uradak i uratke prijatelja iz razreda, zaključiti da su nad istim kružnim lukom svi obodni kutovi jednakih veličina.

Slijedi **interaktivna GeoGebra**; učenici se mogu uvjeriti u tvrdnju mijenjajući polumjer kružnice i položaj kružnog luka. Nakon toga je problem iz svakodnevnog života prikazan na primjeru polukružnog gledališta antičkog kazališta iz Efeza.

#### Poučak o središnjem i obodnom kutu

Na slici su prikazani središnji i obodni kutovi nad istim lukom. Učenici u interaktivnom zadatku zaključuju da je nad istim lukom točno jedan središnji kut.

Uvodimo pojam pripadni obodni kut nad istim lukom. Slijedi primjer i prateći interaktivni zadatak za uvježbavanje crtanja i prepoznavanja središnjeg kuta i pripadnih obodnih kutova nad istim lukom.

U **projektom zadatku** svaki učenik u svojoj bilježnici crta kružnicu, nekoliko obodnih kutova i pripadni središnji kut nad istim lukom. Učenici mjere obodne kutove i središnji kut i trebaju, uspoređujući svoj uradak i uratke prijatelja iz razreda, zaključiti da je veličina središnjeg kuta dvostruko veća od veličine pripadnog obodnog kuta nad istim kružnim lukom.

U **interaktivnoj GeoGebri** učenici se mogu uvjeriti u tvrdnju mijenjajući polumjer kružnice i položaj kružnog luka.

Slijedi iskaz Poučka o središnjem i obodnom kutu. Dokaz poučka napisan je u zanimljivostima, tako da ga učenici koji žele mogu pogledati.

Među zadacima za vježbu je i ponavljanje mjernih jedinica za kut.

Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti gradiva jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju, a vježbe mogu ponavljati koliko god puta žele.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

### Talesov poučak o obodnom kutu nad promjerom kružnice

Učenici crtajući i rješavajući interaktivne zadatke "otkrivaju" Talesov poučak o obodnom i središnjem kutu nad promjerom kružnice. Nastavljamo s posljedicom Talesova poučka te zanimljivošću o Talesu iz Mileta.

Slijedi primjer konstrukcije pravokutnog trokuta s pomoću Talesova poučka (detaljni postupak dan je u **GeoGebrinu apletu**). Nastavljamo s nekoliko zadataka primjene Talesova poučka. Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka.

## Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a. Završavamo kratkom procjenom usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

## Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja [Čudesan broj  \$\pi\$](#) , scenarij poučavanja [Ne dirajte moje krugove](#), namijenjene 7. razredu, te scenarij poučavanja [Pogled u krug](#), koji je osmišljen za 1. razred srednje škole pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili skupni rad učenika.

Krug i kružnicu možete nacrtati s pomoću *online* geometrijskih alata GeoEnZo, [GeoGebra](#) i [The Geometer's Sketchpad](#).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predložimo interaktivni zadatak konstrukcije jednakokračnog pravokutnog trokuta s pomoću Talesova poučka i jedan zadatak s opisanom kružnicom jednakokračnom trokutu čije je detaljno rješenje opisano u videozapisu "Kutovi jednakokračnog trokuta."

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Pri rješavanju 1. zadatka učenike sa specifičnim teškoćama u učenju i jezičnim teškoćama podsjetite na značenje pojmova šiljasti, tupi, ispruženi i pravi kut trokuta.

Na primjeru kružnice točno pokažite učenicima koji kut zovemo obodni kut nad lukom, a koji obodni luk nad tetivom. Možete im to pojasniti na školskoj ploči, označavajući te dijelove različitim bojama.

Potrebno je jače istaknuti formulu o središnjem i obodnom kutu.

Učenicima s motoričkim teškoćama trebat će pomoć pri upisivanju ili odabiru rezultata u zadacima te u interaktivnim zadacima.

Kako su interakcije vizualno zahtjevnije, preporuča se dodatni komentar ili pojašnjavanje učenicima s teškoćama (posebno učenicima koji imaju teškoće vizualne obrade).

## 8.4. Kružnica i pravac



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s međusobnim položajem kružnice i pravca.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Odrediti broj zajedničkih točaka pravca i kružnice.
- Odrediti međusobni položaj pravca i kružnice.
- Razlikovati sekantu i tangentu.
- Konstruirati tangentu u točki kružnice.
- Konstruirati pravac i kružnicu u zadanom položaju.

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 2 **sata**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **animacijom** iz svakodnevnog života u kojoj uočavamo kružni tok i smjerove kretanja automobila, tramvaja, biciklista i pješaka koji ga sijeku, dodiruju ili s njim nemaju dodirnih točaka.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Zajedničke točke pravca i kružnice

Počinjemo **GeoGebrinim apletom** s pomoću kojega vizualiziramo broj zajedničkih točaka kružnice i pravca u ravnini. Slijedi interaktivni zadatak u kojem učenici trebaju odrediti broj zajedničkih točaka pravca i kružnice.

#### Udaljenost točke od pravca

Slijedi **GeoGebrin aplet** u kojem su pravac i točka povezani različitim dužinama. Učenici trebaju pažljivo promotriti duljine tih dužina i zaključiti da je najkraća dužina okomica iz točke na pravac. Uvodimo matematički pojam udaljenosti točke od pravca. Slijedi nekoliko zadataka te interakcija u kojima s pomoću udaljenosti od središta kružnice do pravca određujemo međusobni položaj kružnice i pravca u ravnini.

#### Dvije zajedničke točke

Nastavljamo matematičkim uvođenjem pojma **sekante**, slijedi primjer i nekoliko pripadajućih zadataka crtanja sekante.

#### Jedna zajednička točka

Uvodimo matematički pojam **tangente**. Slijedi **GeoGebrin aplet** kojim pokazujemo korake konstrukcije tangente na kružnicu polumjera 2 cm u točki kružnice D. Nastavljamo pitanjem i zaključkom da su polumjer koji spaja središte s diralištem i tangenta međusobno okomiti. Slijedi nekoliko zadataka i interakcija za uvježbanje konstrukcije tangente u točki kružnice.

#### Uvježbajmo

Nekoliko zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljeno je za uvježbavanje međusobnog položaja kružnice i pravca. Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti

za samoprocjenu usvojenosti gradiva jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju, a vježbe mogu ponavljati koliko god puta žele.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Za učenike koji **žele znati više** pripremljeno je nekoliko složenijih zadataka. Uz svaki zadatak ispisano je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka. Uz zadnji zadatak je i prijedlog projektnog zadatka po uzoru na zadani.

## Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a te prijedlog istraživačkog zadatka kojim povezujemo sadržaje iz matematike s učeničkim okruženjem i zanimanjima.

Završavamo **GeoGebrinom simulacijom** kojom ponavljamo u kojim sve međusobnim položajima mogu biti pravac i kružnica u ravnini.

## Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja [Čudesan broj  \$\pi\$](#) , scenarij poučavanja [Ne dirajte moje krugove](#), namijenjene 7. razredu, te scenarij poučavanja [Pogled u krug](#), koji je osmišljen za 1. razred srednje škole pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili skupni rad učenika.

Kružnicu i pravac možete nacrtati s pomoću *online* geometrijskih alata GeoEnZo, [GeoGebra](#) i [The Geometer's Sketchpad](#).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo nekoliko složenijih zadataka. U prvom zadatku treba konstruirati kružnicu kojoj su krakovi kuta tangente. U drugom treba konstruirati zajedničku tangentu u točki dodira dviju kružnica. Treći zadatak je zadatak iz svakodnevnog života u kojem treba odrediti koji reflektor staviti na određenu udaljenost da obasjava samo bazen kružnog oblika. Zadatak rješavamo konstrukcijom dviju tangenti iz točke u kojoj se nalazi reflektor, s pomoću Talesova poučka. Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

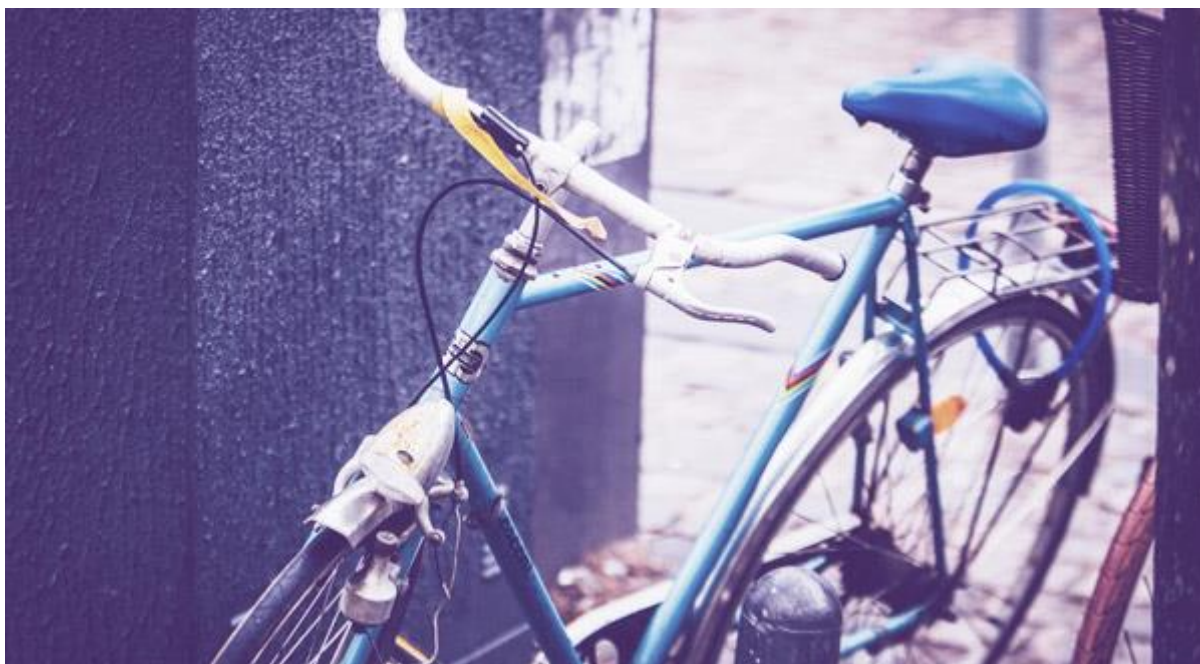
Učenike s diskalkulijom i motoričkim teškoćama u zadacima u kojima trebaju promatrati animaciju spojite s učenicima bez teškoća, kako biste im olakšali rješavanje zadataka i ovladavanje animacijama.

Učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju u svakom zadatku obratite pozornost na mjerne jedinice kojima su označene dužine/duljine kako ne bi previdjeli one zadatke u kojima moraju provesti pretvorbu (npr. milimetara u centimetre). U zadacima u kojima trebaju konstruirati kružnicu dajte im više vremena za rješavanje.

Učenicima s motoričkim teškoćama trebat će pomoć pri upisivanju ili odabiru rezultata u zadacima, u interaktivnim zadacima te u zadacima u kojima trebaju raditi šestarom.



## 8.5. Opseg i duljina kružnog luka



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s opsegom kruga i duljinom kružnog luka.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Odrediti vezu duljine promjera i opsega kruga.
- Izračunati opseg kruga.
- Odrediti vezu veličine središnjeg kuta i duljine kružnog luka.
- Izračunati duljinu kružnog luka.
- Primijeniti svojstva opsega kruga i duljine kružnog luka pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija



- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskom animacijom** iz svakodnevnog života u kojoj mjerimo duljinu staze oko jezera kružnog oblika, što je zapravo opseg kruga. Pravo je pitanje možemo li točno izmjeriti opseg kruga, što učenike dovodi do broja pi.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Broj pi

Nastavljamo raspravom o mjerenju i prednostima i nedostacima takvog načina računanja opsega. Zatim raspravljamo o točnosti i metodama mjerenja opsega kruga. Učenike navodimo da zaključe da je opseg kruga duljina kružnice. Slijedi **projektni zadatak** u kojem učenici trebaju otkriti da je omjer opsega i promjera uvijek isti broj te da ga ne možemo točno izračunati. Uz projektni zadatak ide i **interaktivna GeoGebra** u kojoj su mjerenja preciznija, ali zaključak je isti.

Nakon toga uvodimo broj pi i govorimo zanimljivosti o njemu. Nastavljamo prijedlogom obilježavanja Dana broja pi natjecanjem u pamćenju broja decimalnih znamenki broja pi.

Slijedi interaktivni zadatak s opsegom debla Kraljice šume iz park-šume Golubinjak u Gorskom kotaru.

#### Opseg kruga

U nastavku - matematičko uvođenje opsega kruga i formule za opseg kruga. Slijede zadaci i interaktivne vježbe za uvježbavanje računanja opsega kruga. Učenicima dajemo mogućnost točnog i približnog računanja. U zadacima iz svakodnevnog života prikladnije je računati s približnim vrijednostima. Uz zadatak s vjetroelektranom je napomena o prvoj i najvećoj elektrani u Hrvatskoj. Time potičemo svijest o obnovljivim izvorima energije. Među zadacima su i zadaci u kojima treba izračunati polumjer ili promjer za zadani opseg kruga. Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka. Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

#### Duljina kružnog luka

Nakon kratkog ponavljanja kružnog luka, uvodimo oznaku za duljinu kružnog luka  $l$ . Slijedi nekoliko slika na kojima se vidi proporcionalnost duljine kružnog luka i veličine pripadnog središnjeg kuta. Nastavljamo s nekoliko interakcija u kojima učenici intuitivno određuju duljinu kružnih lukova i uočavaju vezu dijela punog kuta i dijela kružnice. Iz svega slijedi razmjer koji dovodi do formule za duljinu kružnog luka.

Nastavljamo primjerom i pratećim zadacima za uvježbavanje računanja duljine kružnog luka. Učenike upućujemo i na proporcionalnost duljine kružnog luka i polumjera pripadne kružnice, za isti središnji kut. Među zadacima su i zadaci u kojima treba s pomoću duljine kružnog luka izračunati duljinu polumjera ili veličinu središnjeg kuta. Slijedi nekoliko zadataka u kojim povezujemo mnogokute i kružnicu.

U zadacima se izmjenjuju različite metode rješavanja: od uobičajenog rješavanja do rješavanja interaktivnih zadataka u kojima učenici odmah dobivaju povratne informacije o točnom rješenju.

Za **učenike koji žele znati više** pripremljeno je nekoliko složenijih zadataka. Uz svaki zadatak ispisano je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka.

## Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a. Završavamo s nekoliko zadataka za samovrednovanje te kratkom procjenom usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda.

## Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja [Čudesan broj  \$\pi\$](#) , scenarij poučavanja [Ne dirajte moje krugove](#), namijenjene 7. razredu, te scenarij poučavanja [Pogled u krug](#), koji je osmišljen za 1. razred srednje škole pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili skupni rad učenika.

Kružnicu i pravac možete nacrtati s pomoću *online* geometrijskih alata GeoEnZo, [GeoGebra](#) i [The Geometer's Sketchpad](#).

Predlažemo i igre koje se odnose na opseg kruga i površinu kružnog luka:

- MathGameTime: [Circle your land](#)
- Mathplayground: [Equation Creation](#).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo nekoliko složenijih zadataka. U prvom zadatku treba s pomoću promjera kruga odrediti kojem je pravilnom mnogokutu opisan ako znamo duljinu kružnog luka nad jednom stranicom. Sljedeća dva zadatka su složeniji zadaci iz svakodnevnog života; u jednom treba izračunati duljinu konca za obrub listića na ukrasnoj salveti, a u drugom prijedni put traktora koji nema kotače jednake veličine.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Učenicima s oštećenjem vida i specifičnim teškoćama u učenju potrebno je usmeno popratiti prvi videozapis.

Učenicima s teškoćama prilikom rješavanja zadataka omogućite upotrebu džepnog računala.

U drugom primjeru objasnite učenicima sa specifičnim teškoćama u učenju što je inč.

Za sve učenike koji otežano usvajaju matematičke koncepte se preporuča smanjiti 5. zadatak na maksimalno dvije nepoznanice (isto vrijedi za sve slične zadatke).

U 18. zadatku možete unaprijed pripremiti sliku sata kako bi učenici lakše vizualizirati zadatak ili možete predložiti da ga sami nacrtaju.

Učenicima s teškoćama na vidljivo mjesto stavite formule kako ih ne bi pamtili napamet.

Učenicima s motoričkim teškoćama trebat će pomoć pri upisivanju ili odabiru rezultata u zadacima te u interaktivnim zadacima.

## 8.6. Površina kruga i kružnog isječka



### Ciljevi, ishodi, kompetencije

#### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s površinom kruga i kružnog isječka.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

#### Odgojno-obrazovni ishodi

- Izračunati površinu kruga.
- Odrediti vezu veličine središnjeg kuta i površine kružnog isječka.
- Izračunati površinu kružnog isječka.
- Izračunati polumjer, veličinu središnjeg kuta i duljinu kružnog luka s pomoću površine kruga i kružnog isječka.
- Primijeniti svojstva površine kruga i kružnog isječka pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja i svakodnevnog života.

#### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja

- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj nastavnih sati: 3 **sata**.

Ovu jedinicu možete upotrijebiti u cijelosti ili u dijelovima; za obradu, vježbanje, ponavljanje ili samostalni, suradnički te projektni rad učenika.

### Uvod i motivacija

Jedinicu počinjemo **motivacijskom animacijom** iz svakodnevnog života u kojoj se razgovara o površini prekrivača za bazen kružnog oblika.

### Razrada sadržaja učenja i poučavanja

#### Površina kruga

Na početku jedinice interaktivnim zadacima prisjećamo se kako računamo površinu mnogokuta te mjernih jedinica za površinu. Slijedi napomena o kvadraturi kruga, kao najpoznatijem nerješivom matematičkom problemu.

Nastavljamo uvodom u **GeoGebra aplet** o površini kruga, koja je prikazana kao površina kruga opisanog mnogokutu s vrlo velikim brojem stranica. Na taj način uvodimo formulu za površinu kruga.

Slijedi **primjer** i prateći interaktivni zadaci s računanjem površine kruga, točno i približno. Sljedeći **primjer** je primjer računanja promjera s pomoću površine kruga. Nakon toga je dan prateći zadatak i interaktivna vježba iz svakodnevnog života.

Uz svaki zadatak pripremljeno je i rješenje, tako da učenici mogu samoprocjenom zaključiti kako im ide rješavanje takvih zadataka.

#### Površina kružnog isječka s pomoću veličine središnjeg kuta

Nastavljamo ponavljanjem definicije kružnog isječka te uvođenjem matematičke oznake za površinu kružnog isječka. Kao i kod duljine kružnog luka, pokazujemo na primjerima kružnih isječaka istih duljina polumjera i različitih veličina središnjih kutova proporcionalnost površine kružnog isječka i veličine središnjeg kuta.

Slijedi nekoliko interaktivnih vježbi u kojima učenici intuitivno povezuju dijelove kruga, odnosno površine tih dijelova s veličinom središnjeg kuta. Nakon toga iz proporcionalnosti površine kružnog isječka i veličine središnjeg kuta s pomoću razmjera dolazimo do formule za površinu kružnog isječka.

Nastavljamo **primjerom** i pratećim interaktivnim zadacima računati površinu kružnog isječka s pomoću veličine središnjeg kuta i polumjera kruga. Uz zadatke su pripremljene upute, tako da učenici mogu provjeriti jesu li razumjeli gradivo.

### Površina kružnog isječka s pomoću duljine kružnog luka

Ponovno učenike upućujemo na to da pogledaju slike i uoče vezu među omjerima duljina kružnih lukova i omjerima površina kružnih isječaka u krugu istog polumjera. Iz uočene proporcionalnosti slijedi još jedna formula za površinu kružnog isječka koja se može izvesti iz formule za duljinu kružnog luka.

Slijedi primjer izračunavanja površine kružnog isječka ako su poznati duljina polumjera kruga i duljina tom isječku pripadnog kružnog luka, a zatim naučeno uvježbavamo u sličnim zadacima.

### Uvježbajmo

Niz zadataka i interaktivnih vježbi različitih razina složenosti pripremljeno je za uvježbavanje računanja površine kruga i kružnog isječka, ali i veličine središnjeg kuta ili promjera s pomoću površine kružnog isječka ili površine kruga. Pripremljeno je i nekoliko zadataka iz svakodnevnog života povezanih s površinom kruga i kružnog isječka.

Interaktivne vježbe mogu izvrsno poslužiti za samoprocjenu usvojenosti jer učenici odmah dobivaju povratnu informaciju, a vježbe mogu ponavljati koliko god puta žele.

Različitim vrstama zadataka zadržava se pozornost učenika te omogućava usvajanje odgojno-obrazovnih ishoda na različite načine.

Predlažemo da odaberete zadatke koji najbolje odgovaraju mogućnostima vaših učenika, a svakako bi bilo dobro da dio zadataka bude njihov samostalni rad.

Za učenike **koji žele znati više** pripremljeni su zadaci s uzorkom kružnog isječka na keramičkim pločicama te je dan prijedlog istraživačkog zadatka kojim povezujemo sadržaje iz matematike s učeničkim okruženjem i zanimanjima.

## Završetak

Na kraju ćete pronaći podsjetnik na najvažnije dijelove ove jedinice DOS-a te dovršetak priče iz početne animacije u obliku interaktivne vježbe.

## Dodatni prijedlozi

Interaktivni sadržaji dostupni su vam i u metodičkom priručniku OneNote pa ih lako možete upotrijebiti i u svojim sadržajima za nastavu, primjerice u razrednoj bilježnici OneNote.

Pogledajte i scenarij poučavanja [Čudesan broj  \$\pi\$](#) , scenarij poučavanja [Ne dirajte moje krugove](#), namijenjene 7. razredu, te scenarij poučavanja [Pogled u krug](#), koji je osmišljen za 1. razred srednje škole pa neke od predloženih aktivnosti upotrijebite za samostalni ili skupni rad učenika.

Kružnicu i pravac možete nacrtati s pomoću *online* geometrijskih alata GeoEnZo, [GeoGebra](#) i [The Geometer's Sketchpad](#).

Igre i dodatni sadržaji koje preporučujemo uz ovu jedinicu:

- IXL Learning: [Circles, Calculate Area and Circumference](#)
- The World of Math Online: [Circle Solver](#)
- Eve Andersson: [The Pi Trivia Game](#)
- Homeschool Math: [Circle/Pi](#).

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za učenike koji žele znati više i darovite učenike predlažemo dva zadatka s uzorkom kružnog isječka na keramičkim pločicama i projektni zadatak povezan s primjenom površine kruga i kružnog isječka u svakodnevnom životu.

### Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

Prvi videozapis treba popratiti usmeno za učenike s oštećenjem vida i sa specifičnim teškoćama u učenju. Važno je provjeriti razumiju li učenici s teškoćama značenje pojma *cerada* i isti im pojasniti.

Učenici sa specifičnim teškoćama u učenju često imaju problema s pretvaranjem jednih mjernih jedinica u druge (primjerice metra u centimetre i obratno) pa će im biti potrebna pomoć u rješavanju drugog zadatka. Svakako učenike valja podsjetiti da ponove mjerne jedinice za površinu. Također, valja provjeriti sjećaju li se što je paralelogram.

Dio u kojem se opisuje kako je nastala formula za površinu kruga (ispod 2. zadatka) ima dosta teksta pa ga je potrebno pročitati naglas za učenike s teškoćama čitanja ili isti usmeno pojasniti. Isto vrijedi i za tekst 18. Zadatka. Prilikom rješavanja 13. i 18. zadatka učenik s teškoćama u razvoju mora biti vođen tijekom promišljanja o prijašnjim zadacima i mora se na njih dodatno usmjeriti da bi mogao donositi zaključke (uz pomoć nastavnika). Inače je pod /a/ zahtjevniji zadatak pa treba pomoć.

Učenicima s teškoćama dopustite upotrebu džepnog računala pri izračunima.



# Aktivnosti za samostalno učenje

---

## Ciljevi, ishodi, kompetencije

---

### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kružnicom i krugom.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i opisati kružnicu i krug te njihove elemente.
- Odrediti međusobni položaj dviju kružnica te međusobni položaj pravca i kružnice.
- Odrediti odnos središnjeg i obodnog kuta.
- Izračunaj opseg i površinu kruga te duljinu kružnog luka.
- Primijeniti svojstva kružnice i kruga pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

---

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

---

Planirani broj sati: najmanje **1 sat**.

U svim jedinicama DOS-a dostupni su različiti zadaci i primjeri koji omogućavaju i potiču samostalno učenje i samovrednovanje te dodatni sadržaji za učenike koji žele znati više.

U ovoj zasebnoj jedinici pripremljeni su različiti oblici zadataka, interaktivnih i multimedijских sadržaja koji omogućavaju učenicima uvježbavanje i utvrđivanje sadržaja te proširivanje i primjenu u novom kontekstu.



## Uvodni dio

Počnemo **motivacijskim primjerom** optičke iluzije kružnica koje se "okreću" kako im se približavamo ili se od njih udaljavamo, a nastavljamo napomenom o optičkim iluzijama i prijedlogom učenicima da posjete Muzej iluzija.

### Riješite, provjerite i podijelite

Za uvježbavanje zadataka s kružnicom i krugom predlažemo nekoliko zadataka koje učenici mogu samostalno riješiti u bilježnici ili s pomoću interaktivnih vježbi.

Učenike potičemo na suradničko učenje, empatiju i pomaganje, čime dobivaju i povratnu informaciju od vršnjaka o svojim matematičkim i emocionalnim kompetencijama.

Izmjenjuju se "obični", interaktivni te kontekstualni zadaci, tako da se promjenom dinamike dulje zadržava pozornost učenika na sadržajima, čime se potiče i ustrajnost i samostalnost u radu.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

---

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima koji imaju posebne odgojno-obrazovne potrebe

---

### Metodički prijedlozi i napomene za rad s učenicima koji žele znati više i s darovitim učenicima

Za one koji žele znati više pripremljeni su složeniji zadaci, ali i videoisječak koji im može pomoći u rješavanju zadataka.

Svaki zadatak ima i pripremljeno rješenje pa učenici mogu samovrednovanjem procijeniti svoju uspješnost u rješavanju zadataka.

Zadaci s kružnicom i krugom često se pojavljuju na državnoj maturi pa predlažemo da pogledate i sljedeće zadatke:

[Državna matura, ljetni rok 2011./2012. godina, Matematika, osnovna razina B, zadatak 12](#)

[Državna matura, ljetni rok 2014./2015. godina, Matematika, osnovna razina B, zadatak 24](#)

[Državna matura, jesenski rok 2015./2016. godina, Matematika, osnovna razina B, zadatak 9.](#)

## Metodički prijedlozi, smjernice, standardi pristupačnosti i dodatni sadržaji za rad s učenicima s teškoćama u razvoju

U provedbi aktivnosti za slobodno učenje preporučuje se primjenjivati smjernice o prilagodbi okruženja, materijala ili sadržaja. Prilagodbe valja odabirati na temelju specifičnih obilježja učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama.

Moguće prilagodbe materijala i načina poučavanja:

- ponoviti ili pojednostavniti upute
- jezično prilagoditi složenije zadatke
- koristiti se vizualnom podrškom: ključne pojmove iz zadataka popratiti slikama i ilustracijama, označiti bojom ili podebljati tisak
- razdijeliti podatke koji se ponavljaju u različite retke
- povećati razmak između redaka
- formule, mjerne jedinice ili oznake uvećati i postaviti na vidljivo mjesto
- omogućiti uporabu džepnog računala
- voditi računa o primjerenosti prostornih uvjeta u odnosu na specifičnosti učenika
- omogućiti produljeno vrijeme rješavanja zadataka
- koristiti se različitim alatima koji olakšavaju učenje.

Ako učenik s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama rabi asistivnu tehnologiju, valja je integrirati i u aktivnosti za slobodno učenje.

Pojedini se postupci primjenjuju za određenu skupinu učenika s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama:

- povezati zadatke sa specifičnim zanimanjima učenika (motivacija), najaviti aktivnosti, osigurati zamjenske aktivnosti (poremećaj iz spektra autizma)
- prorijediti zahtjeve za pisanjem ili prepisivanjem s ploče, omogućiti promjenu aktivnosti u trenucima zasićenosti, koristiti se podsjetnikom (poremećaj pažnje)
- upotrijebiti font sans serif (ili Verdanu, Dyslexiu), prilagoditi veličinu slova (najmanje 12 pt), poravnati tekst na lijevu stranu – posebno za dodatne materijale (specifične teškoće u učenju)
- osigurati češće stanke tijekom rada, povezivati sadržaje s primjerima iz svakodnevnog života (intelektualne teškoće)
- usmeno izložiti zadatak, omogućiti uporabu džepnog računala, uvećati radne materijale (motoričke teškoće)
- ukloniti distraktore, voditi računa o mjestu sjedenja u odnosu na izvor zvuka (oštećenje sluha).

U osmišljavanju prilagodbi uvijek treba raditi skupno i kontinuirano surađivati sa stručnim timom škole, pomoćnikom u nastavi i roditeljima. Za sve je učenike s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama važno osigurati njihovo aktivno sudjelovanje tijekom aktivnosti za slobodno učenje. Ujedno se preporučuje ciljano organizirati učenje u skupinama, tako da učenik ima priliku surađivati s vršnjacima (uz jasne upute svim članovima skupine).

# Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda

## Ciljevi, ishodi, kompetencije

### Ciljevi i zadaće

- Primijeniti matematički jezik u usmenom i pisanom izražavanju.
- Usvojiti osnovna matematička znanja i razviti matematičke vještine povezane s kružnicom i krugom.
- Razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima.

### Odgojno-obrazovni ishodi

- Prepoznati i opisati kružnicu i krug te njihove elemente.
- Odrediti međusobni položaj dviju kružnica te međusobni položaj pravca i kružnice.
- Odrediti odnos središnjeg i obodnog kuta.
- Izračunaj opseg i površinu kruga te duljinu kružnog luka.
- Primijeniti svojstva kružnice i kruga pri rješavanju problema iz matematike, drugih područja ili svakodnevnog života.

### Generičke kompetencije

- Rješavanje problema
- Donošenje odluka
- Metakognicija
- Suradnja
- Digitalna pismenost i korištenje tehnologija
- Aktivno građanstvo

## Metodički prijedlozi o mogućnostima primjene sadržaja jedinice

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda na kraju modula Kružnica i krug osmišljena je u obliku interaktivnih provjera znanja, vještina i stavova, s ciljem ponavljanja i samoprocjene učenja te davanja povratnih informacija koje će pomoći učeniku u samovrednovanju znanja i vještina u svrhu praćenja vlastitog napretka.

Samovrednovanjem i praćenjem potiče se samoregulacija procesa učenja, tj. učenik dobiva smjernice za daljnje učenje na temelju vlastitih postignuća.

Svrha procjene usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda u cjelovitom digitalnom obrazovnom sadržaju je pedagoško-motivacijska (formativna), ne dijagnostička.

Procjena usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda omogućava provjeru različitih kognitivnih razina postignuća (reprodukcija, primjena i rješavanje problema), daje učeniku povratnu informaciju o točnosti rješenja zadataka koje je riješio te o usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda ovog modula.

# Pojmovnik

Izvor: CARNET-ova Dokumentacija za nadmetanje: NABAVA USLUGA IZRADE OTVORENIH DIGITALNIH OBRAZOVNIH SADRŽAJA

## *Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj (cjeloviti DOS)*

Cjeloviti digitalni obrazovni sadržaj je obrazovni sadržaj u digitalnom obliku koji pokriva cjelokupni kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred. Jedan cjeloviti DOS obuhvaća cjelokupni godišnji fond školskih sati za kurikulum ili nastavni program određenog predmeta za određeni razred, prema postojećem nastavnom planu te dodatne sate za samostalno učenje i vrednovanje kod kuće.

## *Darovita djeca*

Darovita djeca su ona djeca koja posjeduju sklop osobina, visoko natprosječnih općih ili specifičnih sposobnosti, visokoga stupnja kreativnosti i motivacije koji im omogućava razvijanje izvanrednih kompetencija i dosljedno postizanje izrazito natprosječnoga postignuća i/ili uratka u jednome ili u više područja. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje iskustava učenja i vrednovanje postignuća darovite djece i učenika*, 2016.)

## *Digitalni obrazovni materijal*

Digitalni obrazovni materijal je bilo kakav obrazovni materijal u digitalnom formatu neovisno o obliku (e-udžbenik, dio e-udžbenika, e-knjiga, cjeloviti multimedijalni materijali, obrazovna igra, digitalizirana verzija tiskanih obrazovnih materijala, on-line tečaj i dr.) i kontekstu za koji je izrađen (za primjenu u formalnom, neformalnom ili informalnom obrazovnom kontekstu).

Jedan digitalni obrazovni materijal je materijal koji sadržajno pokriva najmanje 5 nastavnih sati u potpunosti i podrazumijeva metodičko oblikovanje.

Jedan digitalni obrazovni materijal NIJE samo jedan izolirani grafički ili multimedijalni prikaz, niti prezentacija u digitalnom formatu. Nadalje, jedan digitalni obrazovni materijal NIJE tekstualni dokument (npr. word dokument) ili pdf verzija tekstualnog dokumenta koji ne podrazumijeva metodičko oblikovanje te sadržajno ne pokriva najmanje 5 nastavnih sati.

## *Digitalni obrazovni sadržaj (DOS)*

Digitalni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju za učenje i poučavanje, a koji je pohranjen na računalu, elektroničkom mediju ili je objavljen na Internetu. DOS je namijenjen prvenstveno učenicima za učenje, provjeru znanja i korištenje na nastavnom satu. Sekundarno, DOS je namijenjen i učenicima za samostalno učenje i rad kod kuće te, zajedno s pripadajućim priručnikom, nastavnicima za poučavanje.

## Interakcija

Interakcija je multimedijalni element ugrađen u sadržaj čija interaktivnost podrazumijeva pokretanje, zaustavljanje ili pauziranje nekog elementa, akcije kao što su pomicanje ili grupiranje dijelova sadržaja povlačenjem miša ili nekom drugom komandom, obrazac za ispunjavanje, označavanje odgovora, unos teksta, formula ili audio zapisa, povećavanje grafičkog prikaza do velikih detalja, didaktična igra, simulacija s mogućnošću unosa ulaznih parametara i prikazivanja rezultata ovisno o unesenim parametrima, mogućnost dobivanja povratnih informacija, interaktivna infografika, interaktivni video, žiroskopski prikaz, 3D prikaz uz mogućnost manipulacije elementom i sl.

## E-pristupačnost

E-pristupačnost je nadilaženje prepreka i poteškoća na koje osobe nailaze kada pokušavaju pristupiti proizvodima i uslugama koji se zasnivaju na informacijskim i komunikacijskim tehnologijama (Europska komisija, 2005.)

## Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija)

Inkluzivni odgoj i obrazovanje (uključivi odgoj i obrazovanje, inkluzija) je uvažavanje različitosti i specifičnosti svakog pojedinca kroz odgoj i obrazovanje koji odgovara na različite odgojno-obrazovne potrebe sve djece i svih učenika, a temelji se na uključivanju i ravnopravnom sudjelovanju svih u odgojno-obrazovnom procesu. (definicija preuzeta i prilagođena iz *Prijedloga okvira za poticanje i prilagodbu iskustava učenja te vrednovanje postignuća djece i učenika s teškoćama*, 2016.)

## Jedinica DOS-a

Jedinica DOS-a obuhvaća dio, cijelu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta metodički obrađenih tako da obuhvaćaju sadržaj učenja i poučavanja predviđen za provođenje od jednog do tri školska sata. Jedinicu DOS-a čine sljedeći obavezni dijelovi: Uvod i motivacija, Razrada sadržaja učenja i poučavanja i Završetak.

## Kognitivne razine postignuća

Kognitivne razine postignuća obuhvaćaju razinu reprodukcije znanja, primjene znanja i rješavanje problema. Reprodukcijska razina znanja kao najniža kognitivna razina postignuća obuhvaća razumijevanje gradiva (imenovanje, definiranje, ponavljanje, izvješćivanje, razmatranje, prepoznavanje, izražavanje, opisivanje). Viša kognitivna razina postignuća je primjena znanja koja podrazumijeva konceptualno razumijevanje gradiva (raspravljavanje, primjena, tumačenje, prikazivanje, izvođenje, razlikovanje). Rješavanje problema je najviša kognitivna razina postignuća koja podrazumijeva sposobnost analize, sinteze i vrednovanja gradiva (uspoređivanje, razlučivanje, predlaganje, uređivanje, organiziranje, kreiranje, klasificiranje, povezivanje, prosuđivanje, izabiranje, rangiranje, procjenjivanje, vrednovanje, kombiniranje, predviđanje).

## Modul DOS-a

Jedan modul DOS-a obuhvaća smisleno povezan sadržaj učenja i poučavanja koji obuhvaća određeni broj jedinica DOS-a, koje obuhvaćaju jednu ili više tema određenih kurikulumom ili nastavnim programom nekog predmeta.

### Multimedijalni element

Multimedijalni element je zvučni zapis, fotografije, ilustracije, video zapis ili 2D i 3D animacije.

### Nastavni sadržaj

Nastavni sadržaj je konkretna građa i zadatci (aktivnosti) za usvajanje i razvijanje odgojnih i obrazovnih znanja, vještina i navika kojima se ostvaruje određeni odgojno-obrazovni ishod ili skup odgojno-obrazovnih ishoda.

### Objavljeni obrazovni sadržaj

Objavljeni obrazovni sadržaj je sadržaj namijenjen korištenju u obrazovne svrhe objavljen u tiskanom ili digitalnom formatu uz pozitivnu stručnu recenziju ili pozitivnu evaluaciju od strane korisnika sadržaja.

### Obrazovni sadržaj

Obrazovni sadržaj je sadržaj, tiskanog ili digitalnog tipa, razvijen s primarnom namjenom korištenja u obrazovne svrhe, bilo u nastavi ili izvan nje, za formalno, neformalno ili informalno obrazovanje.

### Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja)

Odgojno-obrazovni ishod (ishod učenja) je jasni iskaz očekivanja od učenika (što učenici znaju, mogu učiniti i koje stavove/vrijednosti imaju razvijene) na kraju nekog dijela učenja i poučavanja. Ovisno o razini na kojoj je izražen, neki odgojno-obrazovni ishod može se odnositi na razdoblje od jednog nastavnog sata, tematske cjeline, cijele godine ili ciklusa učenja i poučavanja nekog nastavnog predmeta ili međupredmetne teme. Ishodi mogu biti određeni kao znanja, vještine i/ili stavovi/vrijednosti.

### Osoba s invaliditetom

Osoba s invaliditetom je osoba koja ima dugotrajna tjelesna, mentalna, intelektualna ili osjetilna oštećenja, koja u međudjelovanju s različitim preprekama mogu sprečavati njihovo puno i učinkovito sudjelovanje u društvu na ravnopravnoj osnovi s drugima (Konvencija o pravima osoba s invaliditetom, 2006). Prema istoj konvenciji, invaliditet nije samo oštećenje koje osoba ima, nego je rezultat interakcije oštećenja osobe (koje nije samo tjelesno oštećenje kao najvidljivije) i okoline iz čega proizlazi da društvo neprilagođenošću stvara invaliditet, ali ga kroz tehničke prilagodbe prostora, osiguranje pomagala i drugih oblika podrške može i ukloniti. U kontekstu digitalnih obrazovnih sadržaja prilagodbe se odnose na primjenu principa univerzalnog dizajna i poštivanje standarda e-pristupačnosti pri izradi materijala.

### Otvoreni obrazovni sadržaj

Otvoreni obrazovni sadržaj je sadržaj slobodno dostupan za korištenje, doradu i izmjenu od trećih strana bez dodatne naknade.

## Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja / Repozitorij digitalnih nastavnih materijala

Repozitorij digitalnih obrazovnih sadržaja/Repozitorij digitalnih nastavnih materijala je repozitorij digitalnih nastavnih materijala izrađen u sklopu pilot projekta e-Škole.

## Suvremena pedagoška metoda

Suvremena pedagoška metoda je metoda koja potiče aktivan rad učenika kroz projektni i timski rad, rješavanje problema, učenje putem otkrivanja, stvaralačko učenje te poticanje kritičkog razmišljanja.

## Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnih potrebama

Učenik/dijete s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama je daroviti učenik/dijete ili učenik/dijete s teškoćama u razvoju.

## Učenici/djeca s teškoćama

Učenik/dijete s teškoćama je dijete/učenik kojemu je u odgojno-obrazovnom sustavu potrebna dodatna podrška u učenju i/ili odrastanju. Prema Zakonu o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi, NN 94/13. (pročišćeni tekst) učenici s teškoćama (Članak 65.) su: – učenici s teškoćama u razvoju, – učenici s teškoćama u učenju, problemima u ponašanju i emocionalnim problemima, – učenici s teškoćama uvjetovanim odgojnim, socijalnim, ekonomskim, kulturalnim i jezičnim čimbenicima. U Pravilniku o osnovnoškolskom i srednjoškolskom odgoju i obrazovanju učenika s teškoćama u razvoju (NN 24/15) navode se skupine vrsta teškoća: 1. Oštećenja vida, 2. Oštećenja sluha, 3. Oštećenja jezično-govorne-glasovne komunikacije i specifične teškoće u učenju, 4. Oštećenja organa i organskih sustava, 5. Intelektualne teškoće, 6. Poremećaji u ponašanju i oštećenja mentalnog zdravlja, 7. Postojanje više vrsta teškoća u psihofizičkom razvoju.